

ходе в сопло больших, чем в случае канала  $a$  [4]. Так, при  $M_m=2,41$  и  $\kappa=1,4$   $M_0=1,37$ . Поэтому канал  $b$  и разворачивающие каналы, построенные последовательным соединением каналов  $b$ , могут быть применены лишь для умеренных и больших чисел Маха на входе в канал. Численные примеры для канала  $b$  (фиг. 3, б) таковы: для  $M_0=1,4$   $R=2,94$ , для  $M_0=1,5$   $R=3,23$ , для  $M_0=2$   $R=3,50$ . Во всех этих случаях наименьшее значение  $R$  достигается при  $n=3$ .

В случае нежелательности центрированных волн сжатия с фокусировкой характеристик в угловых точках  $d$  (фиг. 3, а, б) эти угловые точки могут быть заменены отрезками дуг с допустимым градиентом давления вдоль них [6].

В заключение по рассмотренным каналам можно сделать следующие выводы. Разворачивающий канал наименьших размеров из класса каналов, основанных на использовании потенциального вихря (фиг. 1), при умеренных и больших числах Маха исходного потока имеет весьма малые размеры, причем этот поперечный размер уменьшается с ростом исходного числа Маха.

При малых числах Маха исходного потока меньшие размеры имеет разворачивающий канал, составленный из трех последовательно соединенных каналов, в каждом из которых реализуется волна сжатия, разрежения и область их взаимодействия (фиг. 3, а). Указанное построение разворачивающего канала на основе чередующихся волн сжатия, разрежения и областей их взаимодействия с некоторыми оговорками может быть перенесено и на осесимметричные кольцевые потоки.

Автор благодарен В. Г. Дождеву, обратившему его внимание на эту задачу, А. Н. Крайко за полезные обсуждения и Н. А. Желтухину, сделавшему ценные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. М.: Физматгиз, 1962. 512 с.
2. Oswatitsch K. Potentialwirbel.— Gitter für Überschallgeschwindigkeiten.— Z. f. Flugwiss., 1956, Bd. 4, № 1/2, S. 53—57.
3. Рылов А. И. Решение вариационной задачи о профилировании сопла, реализующего равномерный сверхзвуковой поток.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 4, с. 85—92.
4. Рылов А. И. О вырождении сверхзвукового течения при взаимодействии центрированных волн сжатия и разрежения.— ПММ, 1979, т. 43, вып. 1, с. 45—50.
5. Guile R. N., Hilding W. E. Investigation of a free — vortex aerodynamic window.— AIAA Pap., 1975, № 122. 9 p.
6. Рылов А. И. К построению сверхзвуковых несимметричных сопел.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 3, с. 87—94.

Новосибирск

Поступила в редакцию  
24.IV.1981

УДК 533.6.011.5:532.582.3

### ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ОБТЕКАНИЯ КОНИЧЕСКИХ ТЕЛ

ЛИПНИЦКИЙ Ю. М., РЕЗНИЧЕНКО Ю. Т., СИРЕНКО В. Н.

Рассматривается пространственное сверхзвуковое обтекание потоком идеального газа конических тел, совершающих гармонические колебания в плоскости угла атаки относительно некоторого угла  $\beta_0$  по закону  $\alpha = \alpha_0 \cos \omega t$  так, что суммарный угол атаки  $\beta = \beta_0 + \alpha_0 \cos \omega t$ .

В задачах аэродинамики обычно выполняются условия

$$\alpha_0 \ll 1, \quad \alpha_\beta \frac{\omega L}{V_\infty} \ll 1$$

обеспечивающие малость скоростей перемещения точек поверхности конуса за счет колебания по сравнению со скоростью набегающего потока  $V_\infty$ .

Система уравнений газовой динамики, записанная в векторной форме для абсолютного движения в подвижной жестко связанной с телом системе координат, имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \text{grad} \left( \frac{V^2}{2} - \mathbf{V} \mathbf{V}_e \right) - (\mathbf{V} - \mathbf{V}_e) \times \text{rot} \mathbf{V} = - \frac{1}{\rho} \text{grad} P$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}[\rho(\mathbf{V} - \mathbf{V}_e)] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{de}{dt} + \text{div}[(e+P)(\mathbf{V} - \mathbf{V}_e)] = 0$$

Здесь  $V$  и  $V_e$  — абсолютная скорость газа и вектор переносной скорости,  $\rho$  — плотность,  $P$  и  $e$  — давление и полная энергия единицы объема, отнесенные к  $V_\infty$ ,  $\rho_\infty$  и  $\rho_\infty V_\infty^2$  соответственно. В качестве характерного размера берется длина тела  $L$ .  
На поверхности подвижного скачка выполняются условия

$$\begin{aligned} V_\infty \tau_1 &= V \tau_1, & V_\infty \tau_2 &= V \tau_2 \\ \rho_\infty (V_\infty n - N - V_e n) &= \rho (V n - N - V_e n) \\ P_\infty + \rho_\infty (V_\infty n - N - V_e n)^2 &= P + \rho (V n - N - V_e n)^2 \\ h_\infty + 0,5 (V_\infty n - N - V_e n)^2 &= h + 0,5 (V n - N - V_e n)^2 \end{aligned}$$

где  $\tau_1$  и  $\tau_2$  — две взаимно перпендикулярные касательные к поверхности скачка вектора,  $N$  — относительная скорость перемещения поверхности скачка в направлении нормали в рассматриваемой точке,  $n$  — вектор внешней нормали,  $h$  — энтальпия газа.

Таблица 1

$\beta_0$ , град	$P_\alpha$					$P_\alpha$				
	$\varphi = 0$	$1/8\pi$	$1/4\pi$	$3/8\pi$	$1/2\pi$	$\varphi = 0$	$1/8\pi$	$1/4\pi$	$3/8\pi$	$1/2\pi$
0	0,036	0,038	0,040	0,042	0,012	0,044	0,044	0,044	0,042	0,001
10	0,065	0,065	0,064	0,056	-0,009	0,090	0,090	0,089	0,082	0,002
40	0,092	0,090	0,081	0,052	-0,003	0,188	0,186	0,175	0,136	0,020
60	0,087	0,086	0,082	0,061	0,001	0,180	0,179	0,168	0,130	0,032

На поверхности тела имеет место условие непротекания

$$(V - V_e)n = 0$$

Расчет конических течений целесообразно проводить в сферической системе координат  $(r, \theta, \varphi)$  с полюсом в носке. В этих координатах для случая колебания тела относительно носка решение задачи в рамках линейной теории тел конечной толщины можно представить следующим образом:

$$f(t, r, \theta, \varphi) = f_0(\theta, \varphi) + \alpha(t) f_\alpha(\theta, \varphi) + \dot{\alpha}(t) r f_{\dot{\alpha}}(\theta, \varphi) \quad (2)$$

Подставляя разложение (2) в систему уравнений (1), получим три системы уравнений, одна из которых описывает нелинейное стационарное решение с индексом 0 и две системы — для линейных возмущений в фазе с  $\alpha$  и  $\dot{\alpha}$ . Численное решение этих задач строится в переменных

$$t, \xi = \frac{\theta - \theta_1(\varphi)}{\theta_2(t, \varphi) - \theta_1(\varphi)}, \quad \eta = \arctg(k_c \operatorname{tg} \varphi)$$

где  $\theta = \theta_2(t, \varphi)$  и  $\theta = \theta_1(\varphi)$  — уравнения поверхности подвижного головного скачка уплотнения и тела соответственно, величина параметра  $k_c$  характеризует сгущение расчетных точек при  $\varphi = \pi/2$  или  $\varphi = 0, \pi$ . Для интегрирования указанных систем уравнений используется двухшаговый конечно-разностный метод сквозного счета второго порядка точности [1]. Решение ищется методом установления по фиктивной временной координате  $t$ .

Расчеты нестационарного обтекания конических тел с различными формами поперечного сечения проводились в широком диапазоне углов атаки и чисел Маха набегающего потока. В качестве примера в табл. 1 представлены распределения возмущений давления  $P_\alpha$  и  $P_{\dot{\alpha}}$  в фазе с углом атаки  $\alpha$  и угловой скоростью  $\dot{\alpha}$  для эллиптического конуса с отношением осей  $\delta = 2$  и углом полураствора в плоскости малой оси  $\theta_s = 10^\circ$  для различных углов атаки при  $M_\infty = 6$ . Видно, что зависимости  $P_\alpha$  и  $P_{\dot{\alpha}}$  от  $\varphi$  при малых углах атаки близки между собой (расхождение не превосходит 20%). Это объясняется следующим. В рамках метода искривленных тел при расчете нестационарного обтекания тонких заостренных тел гиперзвуковым потоком газа [2] решение нестационарной задачи сводится к определению стационарных характеристик ряда тел, полученных из первоначального соответствующим (в зависимости от закона движения) искривлением его оси. В частности, для рассматриваемого тела, колеблющегося в плоскости тангажа относительно нулевого угла атаки, решение нестационарной задачи сводится к расчету обтекания двух тел при  $\beta_0 = 0$

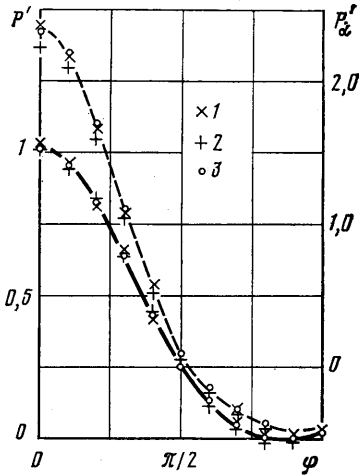
$$\begin{aligned} (x - \alpha_1 z)^2 + y^2/4 &= z^2 \operatorname{tg}^2 \theta_s \\ \left( x - \alpha_2 \frac{z^2}{L} \right)^2 + y^2/4 &= z^2 \operatorname{tg}^2 \theta_s \end{aligned}$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — малые параметры. Переходя к цилиндрической системе координат  $z$ ,  $R$ ,  $\varphi$  и ограничиваясь линейными приближениями по  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , уравнения указанных тел можно записать в виде

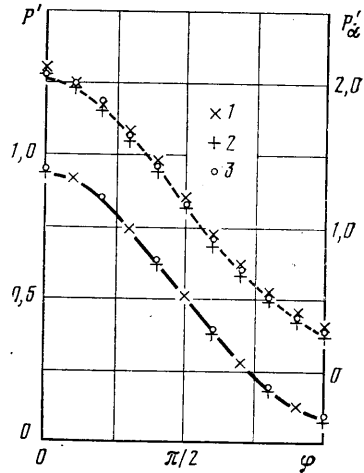
$$R = r(z, \varphi) + \alpha_1 z \cos \varphi$$

$$R = r(z, \varphi) + \alpha_2 \frac{z^2}{L} \cos \varphi$$

Здесь  $r(z, \varphi)$  — уравнение поверхности рассматриваемого эллиптического конуса в цилиндрической системе координат. Изменения местного угла атаки, связанные с отклонением оси тела, составляют соответственно  $\alpha_1 \cos \varphi$  и  $2\alpha_2(z/L) \cos \varphi$ . Тогда, ограничиваясь методом местных конусов [3] и предполагая известной зависимость  $\partial P(\theta_s, \varphi)/\partial \theta_s$ , полученную в результате расчета двух тел при  $\beta_0 = 0$  с  $\theta_s$  и  $\theta_s + \Delta \theta_s$ ,



Фиг. 1



Фиг. 2

можно найти давление, индуцированное искривлением оси

$$P_{\alpha_1} = \frac{\partial P}{\partial \alpha_1} = \frac{\partial P}{\partial \theta_s} \cos \varphi, \quad P_{\alpha_2} = \frac{\partial P}{\partial \alpha_2} = 2 \frac{z}{L} \frac{\partial P}{\partial \theta_s} \cos \varphi \quad (3)$$

В работе [2] показано, что решение для возмущений в фазе с угловой скоростью  $\dot{\alpha}$  имеет вид

$$P_{\dot{\alpha}} = P_{\alpha_2} - \frac{z + z_0}{L} P_{\alpha_1}$$

где  $z_0$  — координата центра вращения.

Это выражение в рамках метода местных конусов с учетом (3) существенно упрощается

$$P_{\dot{\alpha}} = P_{\alpha} \frac{z - z_0}{L}$$

Таким образом, значения возмущений давления по углу атаки и угловой скорости в рамках метода искривленных тел и метода местных конусов должны совпадать при рассмотрении колебаний относительно носка конуса ( $z/L = 1$ ,  $z_0 = 0$ ). Это удовлетворительно подтверждается результатами расчетов (табл. 1) на малых углах атаки.

На больших углах наблюдается как количественное, так и качественное расхождение значений  $P_{\alpha}$  и  $P_{\dot{\alpha}}$ . Так, при углах атаки, близких к  $\pi/2 - \theta_s$ , происходит переход к «обратным» коническим течениям (радиальная компонента скорости в окрестности наветренной образующей становится отрицательной), величины в окрестности  $\varphi = 0$  меняют знак, а величины  $P_{\dot{\alpha}}$  приближаются к максимальным значениям.

Приведенные результаты получены для колебаний острых конусов в плоскости угла атаки относительно носка конуса. При пересчете нестационарных характеристик на другие центры вращения справедливо соотношение

$$P_{\dot{\alpha}}^{(1)} = P_{\dot{\alpha}} - P_{\alpha} \frac{z_1}{L} \cos \beta_0 + \left( M_{\infty} \frac{\partial P_0}{\partial M_{\infty}} + 2P_0 \right) \frac{z_1}{L} \sin \beta_0 \quad (4)$$

где  $z_1$  — координата нового центра вращения.

В выражение (4) входит величина  $M_{\infty} \partial P_0 / \partial M_{\infty}$ . В качестве примера для случая

$\beta_0=0$ ,  $\theta_s=10^\circ$  ниже представлена ее зависимость от числа  $M_\infty$

$M_\infty$	2	3	4	5	6	10	15	20
$M_\infty \frac{\partial P_0}{\partial M_\infty}$	-0,384	-0,175	-0,101	-0,066	-0,047	-0,018	-0,008	-0,005

С ростом числа Маха значение  $M_\infty \partial P_0 / \partial M_\infty$  становится пренебрежимо мало по сравнению с  $P_0$  (при  $M_\infty=10$  величина  $M_\infty \partial P_0 / \partial M_\infty$  не превышает 4% от  $P_0$ ). Значения  $\partial P_0 / \partial M_\infty$  от угла  $\varphi$  на различных углах атаки для случая  $M_\infty=6$ ,  $\theta_s=10^\circ$  приведены в табл. 2.

Таблица 2

$\alpha$ , град	$\varphi=0$	$1/8\pi$	$1/4\pi$	$3/8\pi$	$1/2\pi$
10	-0,0071	-0,0072	-0,0074	-0,0073	-0,0066
30	-0,0059	-0,0066	-0,0076	-0,0071	-0,0048
50	-0,0046	-0,0058	-0,0076	-0,0070	-0,0044

Результаты расчетов нестационарного обтекания круговых конусов обработаны в критериях подобия, которые в соответствии с гиперзвуковой теорией тонких тел для малых углов атаки при одинаковых значениях показателя адиабаты  $\gamma$  имеют вид [4]

$$K_1 = M_\infty \sin \theta_s, \quad K_2 = \beta_0 / \theta_s$$

Для больших углов атаки [5, 6]

$$K_1 = \sin \theta_s \operatorname{ctg} \beta_0, \quad K_2 = M_\infty \sin \beta_0$$

Точность выполнения корреляций, вытекающих из законов подобия, иллюстрируют фигуры 1, 2, на которых изображены зависимости функций  $P' = (P_0 - P_\infty) / \rho_\infty V_\infty^2 \sin^2(\beta_0 + \theta_s)$  (сплошные кривые) и  $P'_\alpha = P'_\alpha / \rho_\infty V_\infty^2 \sin(\beta_0 + \theta_s)$  (штриховые кривые) от меридионального угла  $\varphi$ .

Результаты расчетов обтекания конусов при малых углах атаки  $\beta_0$  для случая  $K_1=1$ ,  $K_2=1$  приведены на фиг. 1. Здесь кривым соответствуют значения функций  $P'$  и  $P'_\alpha$  при  $M_\infty=6$ ,  $\alpha=10^\circ$ ,  $\theta_s=10^\circ$ . Точками 1, 2 и 3 нанесены решения при  $M_\infty=12$ ,  $\alpha=5^\circ$ ,  $\theta_s=5^\circ$ ;  $M_\infty=3$ ,  $\alpha=20^\circ$ ,  $\theta_s=20^\circ$ ;  $M_\infty=20$ ,  $\alpha=3^\circ$ ,  $\theta_s=3^\circ$ .

Результаты расчетов при больших углах атаки для случая  $K_1=0,064$ ,  $K_2=5,64$  показаны на фиг. 2. Кривым соответствует решение при  $M_\infty=6$ ,  $\alpha=70^\circ$ ,  $\theta_s=10^\circ$ ; точкам 1, 2, 3 — следующие значения параметров:  $M_\infty=12$ ,  $\alpha=28^\circ$ ,  $\theta_s=2^\circ$ ;  $M_\infty=10$ ,  $\alpha=34^\circ$ ,  $\theta_s=25^\circ$ ;  $M_\infty=20$ ,  $\alpha=16^\circ$ ,  $\theta_s=1^\circ$ .

Полученные результаты численного решения полной системы уравнений газовой динамики находятся в хорошем соответствии с законами подобия.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. McCormack R. W. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering. — AIAA Paper, 1969, № 354, 6 p.
2. Луцев В. В. Метод искривленных тел в задачах нестационарного гиперзвукового обтекания тонких тел. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 5, с. 64–72.
3. Луцев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
4. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
5. Сычев В. В. Пространственные гиперзвуковые течения газа около тонких тел при больших углах атаки. — ПММ, 1960, т. 24, № 2, с. 205–212.
6. Красильников А. В. О колебаниях тонких тел под большими углами атаки в гиперзвуковом потоке. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 6, с. 157–160.

Москва

Поступила в редакцию  
10.VII.1981