4. *Моисеев Н. Н.* Динамика корабля, имеющего жидкие грузы.– Изв. АН СССР. ОТН, 1954, в. 7, с. 27–45.
5. *Болотин В. В.* О движении жидкости в колеблющемся сосуде.– ПММ, 1956, т. 20, в. 2, с. 293–294.
6. *Крушинская С. И.* Колебания тяжелой вязкой жидкости в подвижном сосуде.– Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1965, т. 5, № 3, с. 519–536.
7. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М.– Л.: Гостехиздат, 1944, 624 с.
8. *Моисеев Н. Н., Петров А. А.* Численные методы расчета собственных частот колебаний ограниченного объема жидкости. М.: ВЦ АН СССР, 1966. 269 с.
9. *Перекрест В. И., Кононов Ю. Н.* Асимптотическое поведение поверхностных волн в цилиндрических сосудах переменной глубины.– В кн.: Теоретическая и прикладная механика. Респ. межвед. темат. науч.-техн. сб. Вып. 6. Киев – Донецк: Вища школа, 1975, с. 13–18.
10. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1967. 299 с.
11. *Брискман В. А., Иванова А. А., Шайдуров Г. Ф.* Параметрические колебания жидкости в сообщающихся сосудах.– Изв. АН СССР, МЖГ, в. 2, 1976, № 2, с. 36–42.

Пермь

Поступила в редакцию
25.V.1981

УДК 532.51.011

ОТРЫВНОЕ ОБТЕКАНИЕ КРУГОВОГО КОНУСА ТРАНСЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ВОДЫ

АЛЬЕВ Г. А.

Решается задача отрывного обтекания кругового конуса конечной длины дозвуковым, трансзвуковым и сверхзвуковым потоком воды. Вода полагается идеальной сжимаемой жидкостью. Стационарная картина обтекания получается в процессе установления по времени с помощью двумерной конечно-разностной схемы [1]. Исследуется зависимость коэффициента лобового сопротивления от числа Маха набегающего потока, распределение давления по конической поверхности и форма свободной поверхности, образующейся за конусом.

Ранее такого рода задачи решались для адиабатического течения идеального газа [1]. Отличие рассматриваемой задачи состоит в том, что в рассчитываемом диапазоне изменения давления воды $0<p\leqslant 2940$ МПа статическая и динамическая адиабаты практически совпадают [2]. Это обстоятельство несколько упрощает расчеты. Вместе с тем в основании конуса происходит срыв потока воды с конической поверхности – образуется свободная поверхность, что в свою очередь значительно осложняет решение задачи.

Численные расчеты сопоставляются с результатами решения задач о сверхзвуковом обтекании тонкого конуса в линейной постановке [3] и об отрывном обтекании конуса несжимаемой жидкостью [4, 5].

1. Рассматривается осесимметричное обтекание конуса конечной длины с постоянной скоростью V_∞ в набегающем потоке воды. Вода полагается идеальной сжимаемой жидкостью. Считается, что давление в ней не превышает 2940 МПа. При этом статическая и динамическая адиабаты для воды практически совпадают и выражаются уравнением Тэта [2]

$$p-p_\infty=\frac{\rho_\infty a_\infty^2}{n}\left[\left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right)^n-1\right] \tag{1.1}$$

где p и ρ – давление и плотность, p_∞ – давление в набегающем потоке, $a_\infty=1460$ м/с; $n=7{,}15$; $\rho_\infty a_\infty^2/n=298{,}41$ МПа.

Совместим начало цилиндрической системы координат xr с вершиной конуса и пусть ось x направлена по оси симметрии конуса в сторону его основания.

В основании конуса поток воды срывается с конической поверхности – образуется свободная поверхность. Давление на свободной поверхности полагается известным.

Уравнения сплошности и движения жидкости в осесимметричном случае имеют следующий вид [1]:

$$\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial r}=-\frac{1}{r}\mathbf{f} \tag{1.2}$$

$$\mathbf{a}=\begin{Vmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\end{Vmatrix},\quad \mathbf{b}=\begin{Vmatrix}\rho u\\ p+\rho u^2\\ \rho uv\end{Vmatrix},\quad \mathbf{c}=\begin{Vmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ p+\rho v^2\end{Vmatrix},\quad \mathbf{f}=\begin{Vmatrix}\rho v\\ \rho u\\ \rho v^2\end{Vmatrix} \tag{1.3}$$

Здесь u и v – проекции вектора скорости на оси x и r соответственно.

Данная система уравнений на стационарном режиме течения замыкается уравнением Бернулли

$$\frac{u^2+v^2}{2}+\frac{n}{n-1}\frac{p-p_\infty+\rho_\infty a_\infty/n}{\rho}=\mathrm{const} \tag{1.4}$$

На поверхности конуса и на свободной поверхности задается условие непротекания. Положение свободной поверхности и другие параметры течения и состояния определяются в результате решения задачи.

2. Решение стационарной задачи получается в процессе установления по времени при численном интегрировании системы (1.2)–(1.4) по двумерному варианту разностной схемы сквозного счета [1].

Рассчитываемая область течения ограничена в направлении оси x начальной и конечной прямыми с координатами $x=x_-$ и $x=x_+$ соответственно. Область расчета в направлении координаты r ограничена прямой $r=R$. Разбиение области течения проводится на N слоев прямыми, перпендикулярными оси x. В свою очередь эти прямые разбиваются на M отрезков с длиной, которая изменяется линейно от наименьшего значения Δr_0 для отрезка, примыкающего к конусу или к свободной поверхности. Точки разбиения с одинаковыми номерами соединяются, образуя тем самым расчетные ячейки.

Поверхность конуса при $0\leqslant x\leqslant L$ (L – длина конуса) задается уравнением $r_0=x\,\mathrm{tg}\,\alpha$ (α – угол полураствора конуса). Начальное положение свободной поверхности определяется уравнением $r_1=L\,\mathrm{tg}\,\alpha$ ($L\leqslant x\leqslant x_+$). В области течения со свободной поверхностью использовалась подвижная в направлении оси r сетка [1].

За начальное распределение параметров течения в момент $t=0$ выбирались либо значения параметров невозмущенного потока, либо результаты расчета на более грубой сетке.

Условия на отрезках $x=x_-$, $x=x_+$, $r=R$ ставились в соответствии с рекомендациями, приведенными в [6]. Давление на свободной поверхности полагалось равным давлению в набегающем потоке. Схема [1] аппроксимирует исходную систему уравнений и граничные условия с первым порядком точности. Расчеты велись на ЭВМ БЭСМ-6 по программе, составленной на алгоритмическом языке АЛГОЛ-60.

Рассчитываемая область была ограничена прямыми $x_-=-2$, $x_+=10$, $R=20$. Длина конуса равнялась двум единицам. При $x_-<-2$, $x_+>10$ и $R>20$ для фиксированных значений α и M_∞ картина течения у поверхности конуса и свободной поверхности не изменялась.

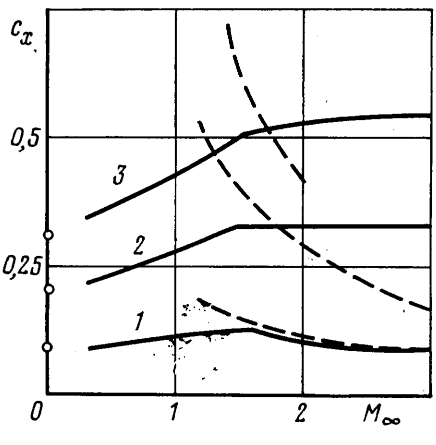
Время расчета одного варианта занимало до 6 ч машинного времени при разностной сетке $N\times M=60\times 40$.

3. На фиг. 1 сплошными линиями, обозначенными цифрами *1–3*, представлены результаты расчета коэффициента лобового сопротивления c_x для конусов с углами полураствора $\alpha=10$; 19,3; 26,6° соответственно. Значения, полученные по линейной теории в приближении тонкого тела [3], нанесены штриховой линией для $\alpha=\arcsin(1/M_\infty)$. Точками обозначены результаты, полученные при расчете обтекания конусов потоком несжимаемой жидкости [4].

Для $\alpha=10°$ расчеты по указанной выше схеме хорошо согласуются с данными, полученными в [3]. Однако при приближении к $M_\infty=1$ погрешность линейной теории заметно увеличивается. Для более тупых конусов $\alpha=19{,}3$; 26,6° линейная теория дает результаты, резко отличные от полученных на основе точных уравнений.

Видно, что для острого конуса $\alpha=10°$ коэффициент сопротивления с ростом M_∞ вначале возрастает, а затем при $M_\infty>1{,}6$ уменьшается. Это связано с тем, что при $M_\infty\geqslant 1{,}6$ реализуется обтекание с присоединенным скачком уплотнения. Для более тупых конусов ($\alpha=19{,}3$; 26,6°) в расчетном диапазоне ($0<M_\infty\leqslant 3$) течение с присоединенным скачком не реализуется. Поэтому c_x с ростом величины M_∞ не убывает. Однако в диапазоне $1{,}5\leqslant M_\infty\leqslant 3$ для $\alpha=19{,}3°$ положение скачка уплотнения относительно конуса практически не изменяется. При этом коэффициент сопротивления, возрастая при $0<M_\infty<1{,}5$, в указанном диапазоне не меняется.

На фиг. 2 сплошными линиями показано распределение коэффициента давления $c_p=2(p-p_\infty)/\rho_\infty V_\infty^2$ вдоль поверхности конуса с углом полураствора $\alpha=26{,}6°$ при числах $M_\infty=0{,}3$; 1; 2; 3 (цифры *1–4* соответственно). Штриховой линией нанесен результат расчета на сетке 30×20 при $M_\infty=1$. Там же иллюстрируется распределение c_p по поверхности конуса $\alpha=10°$ при числах $M_\infty=1$; 2 (линии *5*, *6* соответственно). При $M_\infty=1$ величина коэффициента давления при удалении от вершины конуса уменьшается. Увеличение M_∞ приводит к выравниванию распределения c_p. Когда дозвуковая зона течения за скачком уплотнения исчезает, параметры течения на поверхности конуса становятся постоянными.

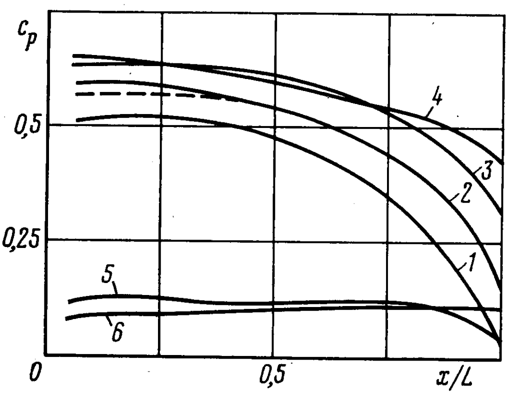


Фиг. 1

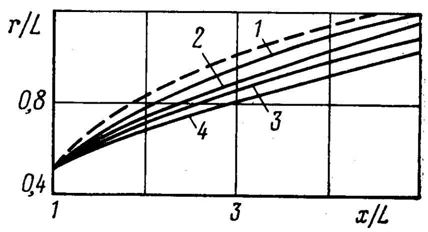
В указанной схеме расчета скачок уплотнения не выделялся. Этим объясняется некоторый «завал» величины c_p у вершины конуса.

На фиг. 3 представлены результаты расчета положений свободной поверхности за конусом с углом $\alpha=26{,}6°$ при числах $M_\infty=0{,}3$; 1; 2; 3 (линии *1*–*4* соответственно). Отметим, что с увеличением числа Маха набегающего потока радиальная координата свободной поверхности при $x=$ $=\mathrm{const}$ уменьшается. Пунктиром показано положение свободной поверхности за конусом с тем же углом полураствора, полученное в [5] для течения несжимаемой жидкости.

Автор выражает благодарность М. Я. Иванову и А. Н. Крайко за предоставление программы расчета параметров течения идеального газа около тела вращения, на основе которой была составлена программа для рассматриваемой задачи; Л. И. Слепяну – за полезные обсуждения результатов работы.



Фиг. 2



Фиг. 3

ЛИТЕРАТУРА

1. *Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко Л. Н., Прокопов Г. П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
2. *Замышляев Б. В., Яковлев Ю. С.* Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л.: Судостроение, 1967. 387 с.
3. *Сагомонян А. Я.* Проникание. М.: Изд-во МГУ, 1974. 299 с.
4. *Гузевский Л. Г.* Численный анализ кавитационных течений. Ин-т теплофиз. Сиб. отд. АН СССР. Препр., 1979, № 40, 36 с.
5. *Логвинович Г. В.* Гидродинамика течений со свободными границами. Киев: Наукова думка, 1969. 215 с.
6. *Иванов М. Я.* К решению двумерных и пространственных задач обтекания тел околозвуковым потоком.– Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1975, т. 15, № 5, с. 1222–1240.

Ленинград

Поступила в редакцию
17.III.1981