

УДК 532.5.012.2

**ПОГРУЖЕНИЕ ДИСКА В СЖИМАЕМУЮ ЖИДКОСТЬ ПОД УГЛОМ
К СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

ЕРОШИН В. А.

При быстром погружении в жидкость тел вращения простейших форм (диск, тупые конусы, полусфера) существенное влияние на процесс их взаимодействия с жидкостью могут оказывать как сжимаемость жидкости, так и упругие свойства материала погружающегося тела или конструкции. В случае погружения, близкого к плоскому, процесс формирования ударной нагрузки весьма существенным образом зависит также от «воздушной подушки», т. е. от наличия воздуха между поверхностью погружающегося тела и свободной поверхностью жидкости.

При вертикальном симметричном погружении в воду зависимости величин ударных нагрузок и времени их существования от числа Маха M для диска, тупых конусов и полусферы экспериментально исследовались в [1, 2] ($M=v/a$, v – скорость погружения, a – скорость звука в жидкости). В данной работе на основании имеющихся экспериментальных результатов приводятся зависимости от числа Маха максимального значения ударного коэффициента сопротивления и времени нарастания ударной нагрузки при погружении диска в сжимаемую жидкость под углом к свободной поверхности. Упругие свойства диска не учитываются, т. е. диск предполагается абсолютно твердым.

1. Зависимости величин ударных нагрузок и времени их существования от углов приведения θ (между вектором скорости и свободной поверхностью) и атаки α (между вектором скорости и нормалью к диску) при погружении диска в несжимаемую жидкость ($M \ll 1$) были исследованы в [3, 4]. Предложенные в них полуэмпирические формулы для определения максимального значения ударного коэффициента сопротивления $C_x^{\max} = F_{\max}/(1/2\rho v^2 S)$ (F_{\max} – максимальное значение силы, ρ – плотность жидкости, S – площадь диска) и безразмерного времени нарастания силы от нуля до максимума $\tau_{\max} = vt/R$ (t – время нарастания силы до максимума, R – радиус диска) вполне удовлетворительно описывают процесс погружения диска в несжимаемую жидкость в широком диапазоне углов приведения и атаки, за исключением случаев погружения в воду, близких к плоскому, так как при $(\theta - \alpha) \rightarrow \pi/2$ согласно [4] $C_x^{\max} \sim 1/\cos(\theta - \alpha) \rightarrow \infty$, а согласно [3] $\tau_{\max} \sim 1/\operatorname{tg}(\theta - \alpha) \rightarrow 0$.

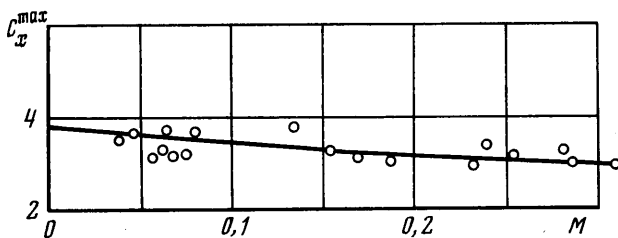
Для устранения особенности в выражении для C_x^{\max} необходимо учесть влияние сжимаемости жидкости, т. е. учесть зависимость C_x^{\max} от числа Маха. В акустическом приближении при $\theta = \pi/2$, $\alpha = 0$ максимальное значение ударного коэффициента сопротивления равно $C_x^{\max} = 2/M$, следовательно, установление правильной асимптотики при $M \ll 1$ в случае плоского погружения и сохранение прежней точности в остальной области углов приведения и атаки могут быть достигнуты сдвигом аргумента косинуса в знаменателе формулы для C_x^{\max} на величину kM :

$$C_x^{\max} = 0,8 \cos \alpha [1 + \sin \theta / \cos(\theta - \alpha - kM)] \quad (1)$$

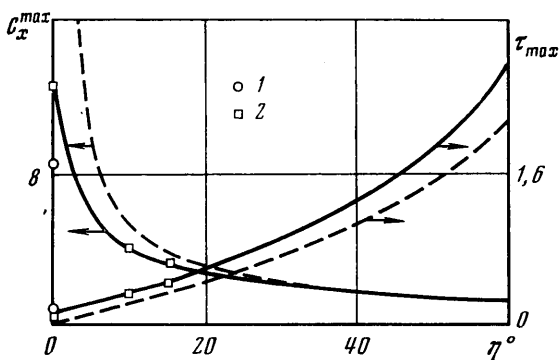
При $M=0$ это выражение совпадает с формулой работы [4]. Величина k , вообще говоря, является функцией числа Маха и угла приведения $k = k(M, \theta)$. Из сравнения с экспериментом [2] следует, что при вертикальном симметричном погружении диска в воду ($\theta = \pi/2$, $\alpha = 0$) зависимость $k(M, \theta)$ является довольно слабой и величину k можно приближенно считать постоянной ($k=0,35$). В акустическом приближении при плоском погружении k не зависит от числа Маха и равно 0,4.

Для оценки влияния сжимаемости жидкости при погружении диска в воду под углом к свободной поверхности, а также для уточнения вида формулы (1) были проведены эксперименты по погружению диска в жидкость с пузырьками газа, скорость звука в которой значительно ниже, чем в воде, и зависит от объемной концентрации газа, а безразмерное уравнение состояния совпадает с безразмерным уравнением состояния воды. Методом физического моделирования были получены зависимости C_x^{\max} и τ_{\max} от углов приведения, атаки и числа Маха. Методика

моделирования и схема проведения экспериментов изложены в [1, 2]. На фиг. 1 при $\theta = \pi/12$, $\alpha = 0$ экспериментальная зависимость от числа Маха максимального значения ударного коэффициента сопротивления сравнивается с полуэмпирической формулой (1) при $k=0,35$ (сплошная линия). Удовлетворительное описание эксперимента при наклонном погружении в сжимаемую жидкость подтверждает предположение о слабой зависимости k от угла приводнения и числа Маха. При дальнейшем уменьшении угла приводнения влияние сжимаемости быстро падает и при $\theta < \pi/3$ становится практически несущественным. Таким образом, формула (1) обобщает зависимость работы [4] на случай сжимаемой жидкости, одновременно расширяя область ее применимости на случай плоского погружения.



Фиг. 1



Фиг. 2

2. Результаты экспериментов по вертикальному симметричному погружению диска в сжимаемую жидкость показывают, что рост ударных нагрузок происходит не мгновенно. При плоском погружении диска в воду время нарастания ударной нагрузки τ_{\max} зависит от числа Маха [2]. Чтобы учесть влияние сжимаемости жидкости на продолжительность времени нарастания ударной нагрузки при погружении диска в жидкость под углом к свободной поверхности поступим так же, как и в предыдущем случае, и представим τ_{\max} в виде

$$\tau_{\max} = 1,24 / \text{tg}(\theta - \alpha - \lambda M) \quad (2)$$

При $M=0$ это выражение совпадает с формулой [3]. В соответствии с экспериментом в исследованном диапазоне углов входа, атаки и чисел Маха величину λ можно приближенно представить в виде: $\lambda = 0,35 / (1 + 3M)$. Следует отметить, что согласно [3, 4] при $M=0$, $\alpha=0$, $\theta \rightarrow \pi/2$ величина ударного импульса C_x^{\max} . $\tau_{\max} \rightarrow 1$, т. е. в этом случае $\lambda = k$. В акустическом приближении $\lambda = 0,4$. На фиг. 2 зависимости C_x^{\max} и τ_{\max} от параметра $\eta = 90^\circ - \theta$, характеризующего угол приводнения, определенные по формулам (1), (2) при $M=0,2$, $\alpha=0$ (сплошные линии), сравниваются с результатами экспериментов по погружению диска в воду (точки 1) [2] и в среду с низкой скоростью звука (точки 2). Штриховые линии соответствуют экспериментальным результатам по погружению диска в несжимаемую жидкость [3, 4].

Графики, изображенные на фиг. 2, а также формулы (1), (2) дают вполне удовлетворительное представление о характере процесса погружения диска в воду и позволяют оценить как влияние сжимаемости жидкости на величину и продолжительность ударных нагрузок, так и величину полного ударного импульса, действующего на диск.

ЛИТЕРАТУРА

1. Якимов Ю. Л., Ерошин В. А., Романенков Н. И. Моделирование движения тела в воде с учетом ее сжимаемости. — В кн.: Некоторые вопросы механики сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1978, 290 с.
2. Ерошин В. А., Романенков Н. И., Серебряков И. В., Якимов Ю. Л. Гидродинамические силы при ударе тупых тел о поверхность сжимаемой жидкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 6, с. 44–51.
3. Журавлев Ю. Ф. Погружение в жидкость диска под углом к свободной поверхности. — В кн.: Сб. работ по гидродинамике. М.: Бюро науч. инф. ЦАГИ, 1959, с. 227–250.
4. Шорыгин О. П., Шулман Н. А. Вход в воду диска с углом атаки. — Уч. зап. ЦАГИ, 1977, т. 8, № 1, с. 12–21.
5. Яковлев Ю. С. Гидродинамика взрыва. Л.: Судпромгиз, 1961.

Москва

Поступила в редакцию
2.III.1981

УДК 532.5.013.4:530.12:531.18

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ КЕЛЬВИНА — ГЕЛЬМГОЛЬЦА
В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ

ИНГЕЛЬ Л. Х.

Предпринята попытка обобщить стандартный аппарат линейного анализа гидродинамической неустойчивости течений идеальной жидкости на случай релятивистских течений (в рамках специальной теории относительности). В качестве конкретного примера исследована устойчивость плоского течения с тангенциальным разрывом скорости.

Релятивистское обобщение уравнений Эйлера и неразрывности в трехмерной форме [1] будет

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = - \frac{c^2}{\gamma^2(\epsilon + p)} \left(\nabla p + \frac{\mathbf{v}}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \right) \quad (1)$$

$$\gamma \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla p \right) - \frac{\partial}{\partial t} [\gamma(\epsilon + p)] - \nabla [\gamma(\epsilon + p) \mathbf{v}] = 2 \quad (2)$$

Здесь \mathbf{v} — трехмерная скорость, c — скорость света, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$, $v^2 = |\mathbf{v}|^2$, t — время, p — давление, ϵ — плотность полной энергии. Для замыкания системы уравнений считаем известной связь $p(\epsilon)$ [3].

Будем исследовать на устойчивость некоторое плоскопараллельное течение, скорость которого $U(z)$ направлена по оси x . Считаем, что в отсутствие возмущений заданы также постоянные значения $p = p_0$ и $\epsilon = \epsilon_0$. Линеаризуем уравнения (1), (2) по возмущениям

$$\begin{aligned} \frac{\partial u'}{\partial t} + U \frac{\partial u'}{\partial x} + w' \frac{\partial U}{\partial z} &= - \frac{1}{\Gamma^2 \Pi} \left(\frac{\partial p'}{\partial x} + \frac{U}{c^2} \frac{\partial p'}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + U \frac{\partial v'}{\partial x} &= - \frac{1}{\Gamma^2 \Pi} \frac{\partial p'}{\partial y}, \quad \frac{\partial w'}{\partial t} + U \frac{\partial w'}{\partial x} = - \frac{1}{\Gamma^2 \Pi} \frac{\partial p'}{\partial z} \\ \frac{\partial \rho'}{\partial t} + U \frac{\partial \rho'}{\partial x} - \frac{U}{c^2} \left(\frac{U}{c^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} \right) + \Pi \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) &= 0 \\ \rho &= \frac{\epsilon}{c^2}, \quad \Gamma = \left(1 - \frac{U^2}{c^2} \right)^{-1/2}, \quad \Pi = \rho_0 + \frac{p_0}{c^2}, \quad \rho_0 = \frac{\epsilon_0}{c^2} \end{aligned}$$

Здесь штрихом помечены возмущения; u' , v' , w' — возмущения составляющих скорости вдоль осей x , y , z соответственно (направления этих осей ясны из предыдущего). Будем рассматривать возмущения типа нормальных волн; например, в случае давления

$$p'(x, y, z, t) = P(z) e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)} = P(z) e^{i k_x (x + \zeta y - \omega t)}$$

¹ Заметим, что уравнение (1) приведено в [2] с другим знаком при последнем члене. Эта ошибка (или опечатка), видимо, не повлияла на результаты [2], так как это уравнение фактически не используется в упомянутой работе.