МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 2 · 1983

УДК 533.72

# ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ УМЕРЕННО ПЛОТНЫХ ГАЗОВ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ. СКОЛЬЖЕНИЕ БИНАРНОЙ СМЕСИ

ГАЙДУКОВ М. Н., КОМПАНЕЕЦ В. Н., ЯЛАМОВ Ю. И.

Рассмотрена задача о скольжении бинарной газовой смеси умеренной плотности вдоль плоской поверхности. Решение получено модифицированным методом Максвелла с помощью кинетических уравнений Энскога – Торна для плотных газов.

Проведено сопоставление скоростей изотермического, теплового и диффузионного скольжения для разреженной и умеренно плотной бинарной смеси.

Ранее авторами было получено выражение для скорости скольжения однокомпонентного газа умеренной плотности вдоль плоской поверхности с помощью модифицированного метода Максвелла. Полученный результат незначительно отличается от результата работ [1, 2], где задача решалась методом полупространственных моментов с использованием модели БГК в качестве оператора столкновений.

Применение моделей для интегралов столкновений в случае разреженных газовых смесей приводит к результатам, значительно отличающимся от экспериментальных данных [3, 4], поскольку в этом случае не учитывается ряд явлений, например термодиффузия, неадекватно описываются вязкость и диффузия и т. д. Очевидно, это справедливо и для смесей умеренной плотности, поэтому в данной работе сделана попытка получить выражение для скорости скольжения бинарной смеси модифицированным методом Максвелла, что позволяет решить задачу без замены оператора столкновений той или иной моделью.

Рассмотрим бинарную газовую смесь, находящуюся над плоскостью $x=0$. Плотность числа молекул компонентов смеси $n_i$ и температура $T$ распределены вдоль поверхности неоднородно и описываются выражениями

$$n_i=n_{i0}+\frac{dn_i}{dy}\cdot y \quad (i=1,2), \qquad T=T_0+\frac{dT}{dy}\cdot y \tag{1}$$

Кроме того, на больших расстояниях от поверхности газ движется со среднемассовой скоростью

$$u_\infty=u_0+(du/dx)_\infty\cdot x \tag{2}$$

где $u_0$ – скорость скольжения газа вдоль поверхности.

Градиенты $dn_i/dy$, $dT/dy$, $(du/dx)_\infty$ являются заданными, достаточно малыми величинами.

Оператор столкновений уравнения Энскога – Торна разлагаем в ряд по степеням малого параметра $\sigma/L$, где $\sigma$ – порядок эффективных диаметров молекул смеси, а $L$ – толщина слоя Кнудсена у поверхности, равная по порядку величины длине свободного пробега молекул $l$. Сохраняя члены первого порядка по $\sigma/l$, стационарное уравнение Энскога – Торна при отсутствии внешних сил запишем в виде [5]:

$$(\mathbf{v}_i\nabla)f_i=\sum_{j=1}^{2}\chi_{ij}\iint(f_i'f_j'-f_if_j)\sigma_{ij}^2(\mathbf{g}_{ij}\mathbf{k})\,d\mathbf{k}\,d\mathbf{v}_j+$$
$$+\sum_{j=1}^{2}\chi_{ij}\iint\mathbf{k}(f_i'\nabla f_j'+f_i\nabla f_j)\sigma_{ij}^3(\mathbf{g}_{ij}\mathbf{k})\,d\mathbf{k}\,d\mathbf{v}_j+$$
$$+\sum_{j=1}^{2}\iint(\mathbf{k}\nabla\chi_{ij})(f_i'f_j'+f_if_j)\beta\sigma_{ij}^2(\mathbf{g}_{ij}\mathbf{k})\,d\mathbf{k}\,d\mathbf{v}_j \tag{3}$$

Здесь $f_i \equiv f_i(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)$ — функция распределения для молекул $i$-го сорта; $f_i' \equiv f_i(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i')$; $\mathbf{v}_i$, $\mathbf{v}_i'$ — скорости молекул $i$-го сорта до и после столкновения соответственно; $\sigma_{ij} = (\sigma_i + \sigma_j)/2$; $\sigma_i$ — эффективный диаметр молекул $i$-го сорта; $\mathbf{g}_{ij} = \mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i$ — относительная скорость молекул $i$-го и $j$-го сорта; $\mathbf{k} = (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)/|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ — единичный вектор, направленный по линии апсид от $j$-й к $i$-й молекуле; $\chi_{ij}$ — обобщенная функция Энскога, увеличивающая вероятность столкновений молекул с ростом плотности газа; $\beta$ — расстояние по линии апсид от центра $i$-й молекулы до точки, в которой вычисляется функция $\chi_{ij}$.

Линеаризуем задачу, т. е. представляем функцию распределения как $f_i(x, y; \mathbf{v}_i) = f_i^\circ(y)\,[1 + \psi_i(x, \mathbf{v}_i)]$, где $f_i^\circ$ — локальная функция распределения Максвелла. Тогда поправка первого порядка к функции распределения Максвелла является решением следующей системы интегродифференциальных уравнений:

$$v_{ix} f_i^0 \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + f_i^0 \left[ K_i^{(1)} \left( C_i^2 - \frac{5}{2} \right) \frac{d \ln T}{dy} - (-1)^i \frac{n}{n_i} d_{1y} \right] v_{iy} =$$

$$= -\sum_{j=1}^{2} n_i n_j \chi_{ij} I_{ij}(\psi_i + \psi_j) + \sum_{j=1}^{2} \sigma_{ij}^3 \chi_{ij} \frac{\partial}{\partial x} \iint k_x f_i^0 f_j^0 (\psi_j + \psi_j') \times$$

$$\times (\mathbf{g}_{ij}\mathbf{k})\, d\mathbf{k}\, d\mathbf{v}_j + \frac{d \ln T}{dy} \sum_{j=1}^{2} \sigma_{ij}^3 \chi_{ij} \iint k_y f_i^0 f_j^0 (C_j^2 + C_j'^2)(\mathbf{g}_{ij}\mathbf{k})\, d\mathbf{k}\, d\mathbf{v}_j +$$

$$+ \sum_{j=1}^{2} 2 \left( \frac{\chi_{ij}}{n_j} \frac{dn_i}{dy} - \frac{3}{2} \chi_{ij} \frac{d \ln T}{dy} + \frac{\beta}{\sigma_{ij}} \frac{\partial \chi_{ij}}{\partial y} \right) \sigma_{ij}^3 \iint k_y f_i^0 f_j^0 (\mathbf{g}_{ij}\mathbf{k})\, d\mathbf{k}\, d\mathbf{v}_j \qquad (4)$$

Здесь $n_i n_j I_{ij}(\psi_i + \psi_j) = \iint f_i^0 f_j^0 (\psi_i + \psi_j - \psi_i' - \psi_j') \sigma_{ij}^2 (\mathbf{g}_{ij}\mathbf{k})\, d\mathbf{k}\, d\mathbf{v}_j$, $n = n_1 + n_2$, $\mathbf{C}_i = (m_i/2kT)^{1/2}(\mathbf{v}_i - \mathbf{u})$ — безразмерная собственная скорость молекул $i$-го сорта, $k$ — постоянная Больцмана,

$$K_i^{(1)} = 1 + \sum_{j=1}^{2} \frac{12}{5} b_{ij} \chi_{ij} M_{ij} M_{ji}, \qquad b_{ij} = \frac{2}{3} \pi n_j \sigma_{ij}^3, \qquad M_{ij} = \frac{m_i}{m_i + m_j}$$

$$d_{1y} = \frac{n_1}{n} (1 + b_{11}\chi_{11} + 2b_{12}\chi_{12}M_{12}) \frac{d \ln T}{dy} + \frac{1}{n} \left[ (1 + 2b_{11}\chi_{11}) \frac{dn_1}{dy} + \right.$$

$$\left. + 2b_{21}\chi_{12} \frac{dn_2}{dy} + n_1 \left( b_{11} \frac{\partial \chi_{11}}{\partial y} + \frac{2\beta}{\sigma_{12}} b_{12} \frac{\partial \chi_{12}}{\partial y} \right) \right] \qquad (5)$$

Выражение (5) для термофоретической силы, так же как и оператор столкновений, зависит от выбора точки, в которой вычисляется функция $\chi_{ij}$. Так, если $\chi_{ij}$ определять в середине отрезка, соединяющего центры сталкивающихся молекул, то $\beta = \sigma_{ij}/2$ и выражение (6) совпадает с $d_{1y}$ работы [6]. Существуют и другие мнения о выборе точки вычисления $\chi_{ij}$ [7, 8]. Например, функцию $\chi_{ij}$ можно вычислять в точке соприкосновения молекул (тогда $\beta = \sigma_{ii}/2$) или в точке, являющейся центром масс двух сталкивающихся молекул ($\beta = M_{ij}\sigma_{ij}$).

Требование малости $\sigma/l$ накладывает ограничение на плотность газа: $b_{ij} \ll 1$ ($i, j = 1, 2$), так как $\sigma/l \sim b_{ij}$. Это приводит к тому, что $(b_{ij})^n \sim 0$ ($n = 2, 3, \ldots$), $b_{ij}\chi_{ij} \sim b_{ij}$, $b_{ij}\partial\chi_{ij}/\partial y \sim 0$, поскольку $\chi_{ij} = 1 + \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=1}^{\infty} a_{jk} (b_{ij})^k$, $a_{jk}$ — численные константы. С учетом сказанного выражения для $K_i^{(1)}$, $d_{1y}$

можно записать в виде:

$$K_i^{(1)}=1+\frac{12}{5}\sum_{j=1}^{2} b_{ij}M_{ij}M_{ji}$$

$$d_{1y}=K^{(2)}\frac{d\ln T}{dy}+K^{(3)}\frac{dn_1}{dy}+K^{(4)}\frac{dn_2}{dy}$$

$$K^{(2)}=\frac{n_1}{n}(1+b_{11}+2b_{12}M_{12}),\qquad K^{(3)}=\frac{1}{n}(1+2b_{11}),\qquad K^{(4)}=\frac{2}{n}b_{21}$$

При нахождении $\psi_i$ полагаем, что часть молекул $i$-го сорта, пропорциональная коэффициенту аккомодации по импульсу $q_i$, отражается от поверхности диффузно с температурой, равной температуре поверхности, а другая часть, пропорциональная $1-q_i$, отражается зеркально, т. е. выполняется граничное условие Максвелла. Линеаризация данного условия дает

$$\psi_i^+(x=0;\ v_{ix},\ v_{iy},\ v_{iz})=(1-q_i)\psi_i^-(x=0;\ -v_{ix},\ v_{iy},\ v_{iz}) \tag{6}$$

Вне слоя Кнудсена распределение молекул по скоростям описывается функцией Чепмена — Энскога

$$\psi_{i\infty}=\frac{m_i}{kT}v_{iy}u_0+\frac{m_i}{kT}v_{iy}\left(\frac{du}{dy}\right)_\infty x-A_iC_{iy}\frac{d\ln T}{dy}-$$
$$-nD_id_{1y}C_{iy}-B_iC_{ix}C_{iy}\left(\frac{du}{dx}\right)_\infty \tag{7}$$

Скалярные функции $A_i(C_i)$, $B_i(C_i)$, $D_i(C_i)$ являются решением интегральных уравнений [6]:

$$\sum_{j=1}^{2} n_in_j\chi_{ij}I_{ij}(A_iC_{iy}+A_jC_{jy})=K_i^{(1)}\left(C_i^2-\frac{5}{2}\right)f_i^0v_{iy} \tag{8}$$

$$\sum_{j=1}^{2} n_in_j\chi_{ij}I_{ij}(B_iC_{ix}C_{iy}+B_jC_{jx}C_{jy})=2K_i^{(5)}f_i^0C_{ix}C_{iy} \tag{9}$$

$$\sum_{j=1}^{2} n_in_j\chi_{ij}I_{ij}(D_iC_{iy}+D_jC_{jy})=-(-1)^in_i^{-1}f_i^0v_{iy} \tag{10}$$

$$K_i^{(5)}=1+\frac{4}{5}\sum_{j=1}^{2} b_{ij}M_{ij}$$

Данные уравнения следует решать с дополнительным условием [6]

$$\sum_{j=1}^{2} m_j\int v_{jy}f_j^0\psi_j\,d\mathbf{v}_j=0 \tag{11}$$

Для нахождения $A_i(C_i)$, $B_i(C_i)$, $D_i(C_i)$ используем их представления в виде рядов по ортогональным полиномам Сонина

$$\Phi_i=\sum_{h=0}^{\infty}\Phi_{ih}S_k^{(h)}(C_i^2);\qquad \Phi_i=A_i, B_i, D_i$$

Здесь $k={}^3/_2$ для $\Phi_i=A_i$, $D_i$ и $k={}^5/_2$ для $\Phi_i=B_i$.

Вторые и последующие члены разложений дают незначительную поправку для данных функций [5]. Однако, чтобы учесть явление термодиффузии, необходимо учитывать по крайней мере два члена в разложениях $A_i$ и $D_i$.

Значения $A_{i0}$, $A_{i1}$, $D_{i0}$, $D_{i1}$, $B_{i0}$, которые не приводятся здесь из-за громоздкости, можно найти из работы [6].

Следуя модифицированному методу Максвелла, интегрируем уравнение (4) по пространству скоростей $\mathbf{v}_i$ с весом $m_i v_{iy}$ и $B_i C_{ix} C_{iy}$, а затем суммируем полученные уравнения по индексу $i$. Производя интегрирование в операторах столкновений по $\mathbf{k}$, $\mathbf{v}_j$, преобразуем второе из уравнений с помощью соотношения (9). После интегрирования вновь полученных уравнений по $x$ с учетом закона сохранения импульса имеем:

$$\sum_{i=1}^{2} K_i^{(5)}(m_i v_{ix} v_{iy}, \psi_i) = \xi \tag{12}$$

$$\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\left\{B_{i0}(C_{ix}^2 v_{iy}, \psi_i) + \frac{12}{35} b_{ij} M_{ij} B_{j0}\Big[3M_{ji}(C_{ix}^2 v_{iy}, \psi_i) + \right.$$

$$\left. + M_{ji}(v_{iy} C_{iy}^2, \psi_i) + M_{ji}(v_{iy} C_{iz}^2, \psi_i) + \frac{7}{6}(3M_{ji} - 2)(v_{iy}, \psi_i)\Big]\right\} = \zeta \tag{13}$$

Здесь

$$(\varphi_1, \varphi_2) = \int \varphi_1(x, \mathbf{v}_i) f_i^0 \varphi_2(x, \mathbf{v}_i)\, d\mathbf{v}_i, \qquad \xi = L_1 x + L_2,$$

$$\zeta = -\frac{1}{kT}\left(\frac{L_1 x^2}{2} + L_2 x\right) + L_3 x + L_4,$$

$L_k$ $(k=1, 2, 3, 4)$ — постоянные интегрирования.

Соотношения (12), (13) справедливы для всего полупространства $x \geqslant 0$, поэтому, подставляя в них функцию распределения в объеме (8), можно найти выражения для $\xi$ и $\zeta$:

$$\xi = -\frac{kT}{2}\sum_{i=1}^{2} n_i B_{i0} K_i^{(5)}\left(\frac{du}{dx}\right)_\infty \tag{14}$$

$$\zeta = u_0 \sum_{i=1}^{2} n_i X_i + \left(\frac{du}{dx}\right)_\infty x \sum_{i=1}^{2} n_i X_i - \sum_{k=1}^{4} P_k \frac{dN_k}{dy}\left[\sum_{i=1}^{2}\left(\frac{m_i}{2kT}\right)^{1/2} F_k\right] \tag{15}$$

$$F_k = B_{i0}(C_{ix}^2 v_{iy}^2, H_k) + \sum_{j=1}^{2}\frac{12}{35} b_{ij} M_{ij} B_{j0}\Big[3M_{ji}(C_{ix}^2 v_{iy}^2, H_k) +$$

$$+ M_{ji}(v_{iy}^2 C_{iy}^2, H_k) + M_{ji}(v_{iy}^2 C_{iz}^2, H_k) + \frac{7}{6}(3M_{ij} - 2)(v_{iy}^2, H_k)\Big]$$

$$P_1 = T^{-1}, \quad P_2 = nK^{(2)} T^{-1}, \quad P_3 = nK^{(3)}, \quad P_4 = nK^{(4)}, \quad N_1 = N_2 = T$$

$$N_3 = n_1, \quad N_4 = n_2, \quad H_1 = A_i, \quad H_2 = H_3 = H_4 = D_i$$

$$X_i = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{2}\left(\delta_{ij} + \frac{4}{5} b_{ij} M_{ij}\right) B_{j0}$$

Как видно из уравнений (13), (15), скорость скольжения бинарной смеси умеренной плотности легко найти, зная функции распределения молекул в слое Кнудсена у поверхности. В рамках модифицированного метода Максвелла функцию распределения падающих молекул представляем в виде:

$$\psi_i^-(x=0, \mathbf{v}_i) = \frac{m_i}{kT} v_{iy} \alpha - A_i C_{iy} \frac{d \ln T}{dy} - nD_i d_{iy} C_{iy} - B_i C_{ix} C_{iy}\left(\frac{du}{dx}\right)_\infty \tag{16}$$

Распределение отраженных от поверхности молекул найдем с помощью соотношения (6).

Постоянную $\alpha$, частично учитывающую влияние поверхности на распределение молекул по скоростям, можно определить, подставляя в уравнение (12) функции распределения у поверхности $\psi_i^+$, $\psi_i^-$ (16), (6) и значение $\xi$ (14). В результате получим

$$\alpha = \left(\sum_{i=1}^{2} n_i q_i m_i^{1/2} K_i^{(5)}\right)^{-1} \left[\frac{\sqrt{2\pi kT}}{4} \sum_{i=1}^{2} (2-q_i) n_i B_{i0} K_i^{(5)} \left(\frac{du}{dx}\right)_\infty + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{kT}{2}} \sum_{k=1}^{4} \sum_{i=1}^{2} n_i q_i P_k K_i^{(5)} (2H_{k0} - H_{k1}) \frac{dN_k}{dy}\right] \tag{17}$$

где $H_{10}=A_{i0}$, $H_{11}=A_{i1}$, $H_{20}=H_{30}=H_{40}=D_{i0}$, $H_{21}=H_{31}=H_{41}=D_{i1}$.

Следует отметить, что величина $\alpha$ представляет собой скорость скольжения смеси вдоль плоской поверхности в приближении Максвелла, когда предполагается, что распределение падающих молекул у поверхности не отличается от распределения молекул в объеме.

Выражения (6), (16), (17) полностью определяют функцию распределения в слое Кнудсена у поверхности $\psi_i(x=0, \mathbf{v}_i)$. Зная ее из (13), (15), найдем следующее выражение для скольжения плотной бинарной смеси вдоль плоской поверхности при наличии градиентов среднемассовой скорости, температуры и численных плотностей компонентов смеси:

$$u_0 = \left[\frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^{2} (2-q_i) n_i X_i + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{kT}{2\pi}} \sum_{i=1}^{2} (2-q_i) n_i m_i^{-1/2} B_{i0} Z_i \left(\frac{du}{dx}\right)_\infty + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{kT}{2}} \sum_{k=1}^{4} \sum_{i=1}^{2} n_i q_i m_i^{-1/2} P_k (2H_{k0} X_i - H_{k1} S_i) \frac{dN_k}{dy}\right] \left(\sum_{i=1}^{2} n_i X_i\right)^{-1} \tag{18}$$

$$S_i = \sum_{j=1}^{2} \left(\delta_{ij} + \frac{12}{5} b_{ij} M_{ij} M_{ji}\right) B_{j0}, \quad Z_i = \sum_{j=1}^{2} \left[\delta_{ij} + \frac{2}{35} b_{ij} M_{ij} (9M_{ji} + 7)\right] B_{j0}$$

Уравнение (18) при $q_1=q_2=q$, $n_1=n_2=n/2$, $m_1=m_2=m$, $\sigma_1=\sigma_2=\sigma$ определяет скорость скольжения однокомпонентного газа вдоль плоской поверхности и совпадает с выражением, полученным авторами ранее:

$$u_0 = \frac{2-q}{q} \cdot \frac{\eta_*}{n} \sqrt{\frac{\pi}{2mkT}} \left[1 + q\frac{4-\pi}{2\pi} - \left(\frac{2}{5} + q\frac{33-7\pi}{35\pi}\right) b\rho\right] \left(\frac{du}{dx}\right)_\infty +$$
$$+ \frac{\lambda_*}{5nk}\left[\frac{2+q}{2} - \frac{q+6}{10} b\rho\right] \frac{d\ln T}{dy} \tag{19}$$

В (19) $\eta_*$, $\lambda_*$ — соответственно коэффициенты вязкости и теплопроводности однокомпонентного газа, $b\rho = 2\pi n\sigma^3/3$.

При переходе к разреженной смеси, т. е. при $\rho_i \to 0$ $(i=1, 2)$, уравнение (18) совпадает с результатом работы [9].

Слагаемые с $(du/dx)_\infty$ в уравнении (18) определяют вязкостное скольжение газа вдоль плоской поверхности. В частном случае смеси водяной пар ($m_1=18$, $\sigma_1=3{,}5$ Å) — азот ($m_2=28$, $\sigma_2=3{,}5$ Å) при $q_1=q_2=1$, $n_2 \gg n_1$ для скорости скольжения получим

$$u_0 = 0{,}134(1 - 0{,}392 b_{22}) \frac{\eta}{n} \sqrt{\frac{\pi}{kT}} \left(\frac{du}{dx}\right)_\infty \tag{20}$$

Здесь $\eta$ — коэффициент вязкости для плотной смеси в первом приближении [5].

Слагаемые в (18), содержащие градиент температуры, дают выражение для теплового скольжения. При тех же условиях, что и в случае вязкостного скольжения, скорость теплового скольжения равна:

$$u_0=0{,}199(1-0{,}597b_{22})\frac{\lambda}{nk}\frac{d\ln T}{dy} \qquad (21)$$

Здесь $\lambda$ — коэффициент теплопроводности плотной бинарной смеси в первом приближении, который отличается от торновского [5] множителем $k$ [8].

Особый интерес представляет выражение для диффузионного скольжения, которое определяется членами, содержащими градиенты численной

| | $n_2 \gg n_1$ | $\gamma_1=0{,}3$ | $\gamma_1=0{,}5$ | $\gamma_1=0{,}7$ | $n_2 \ll n_1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $u_*$ | 0,23 | 0,39 | 0,6 | 1,06 | 4,55 |
| $\mu$ | −0,06 | −0,18 | −0,29 | −0,39 | −0,56 |

*Примечание.* $\gamma_1=n_1/n$ — концентрация первого компонента смеси.

плотности компонентов смеси. Если учитывать только один член в разложении функции $D_i$ по полиномам Сонина, то скорость диффузионного скольжения можно записать через коэффициент диффузии бинарной смеси в первом приближении $D_{12}$:

$$u_0=\left\{\nu\sum_{i=1}^{2}(2-q_i)n_iX_i-dkT\sum_{i=1}^{2}(-1)^i\frac{q_i}{m_i}X_i\frac{dn_1}{dy}\right\}\left\{2\sum_{i=1}^{2}n_iX_i\right\}^{-1}$$

$$\nu=\left(-\sum_{i=1}^{2}n_iq_im_i^{1/2}K_i^{(5)}\right)^{-1}dkT\frac{dn_1}{dy}\sum_{i=1}^{2}q_im_i^{1/2}K_i^{(5)}(-1)^i$$

Здесь $\nu$ — скорость диффузионного скольжения в приближении Максвелла,

$$d=nm_1m_2D_{12}(1+2b_{11}-2b_{21})/\rho kT,\quad \rho=\rho_1+\rho_2,\quad \rho_i=n_im_i.$$

Анализ формулы (22) показывает, что скорость диффузионного скольжения при переходе от разреженной смеси к плотной может как уменьшаться, так и увеличиваться, что зависит от соотношений масс и диаметров молекул компонентов смеси.

Представим скорость диффузионного скольжения плотной бинарной смеси в виде:

$$u_0=u_*(1+\mu b_2)\frac{D_{12}}{n}\cdot\frac{dn_1}{dy}$$

где $u_*$ — скорость диффузионного скольжения разреженной смеси, $b_2=2\pi n\sigma_2^3/3$.

Вычислим значения $u_*$ и $\mu$ для смеси водяной пар — азот ($\sigma_1=\sigma_2=3{,}5$ Å) при $q_1=q_2=1$, $n_2\gg n_1$ по формуле (22) получим $u_*=0{,}15$, $\mu=+0{,}41$. Эти данные значительно отличаются от результата работы [10]: $u_*=0{,}258$, $\mu=-0{,}28$.

Если величину диаметра молекулы воды брать из значения второго вириального коэффициента для модифицированного потенциала Штокмайера ($\sigma_1=2{,}725$ Å), а диаметр молекулы азота — из значения второго вириального коэффициента для потенциала Леннарда — Джонса ($\sigma_2=3{,}698$ Å) [11], то из (22) получим при $q_1=q_2=1$, $n_2\gg n_1$: $u_*=0{,}24$, $\mu=-1{,}05$.

В качестве иллюстрации зависимости величин $u_*$ и $\mu$ от концентрации и типов компонентов, составляющих смесь, был проведен расчет по формуле (22) для смеси гелий ($m_1=4$, $\sigma_1=2{,}15$ Å) — воздух ($m_2=28{,}96$, $\sigma_2=3{,}52$ Å) при $q_1=q_2=1$. Результаты данного расчета приведены в таблице

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Пастернак В. Е., Сенкевич А. А., Юшканов А. А., Яламов Ю. И.* Изотермическое скольжение газа умеренной плотности вдоль плоской поверхности.– Ж. техн. физики, 1978, т. 48, № 11, с. 2412–2415.
2. *Пастернак В. Е., Сенкевич А. А., Юшканов А. А., Яламов Ю. И.* Тепловое скольжение умеренно плотного газа вдоль плоской поверхности.– Инж.-физ. ж., 1979, т. 37, № 2, с. 273–277.
3. *Жданов В. М., Смирнова Р. В.* Диффузионное скольжение и бародиффузия газовой смеси в плоском и цилиндрическом каналах.– ПМТФ, 1978, № 5, с. 103–115.
4. *Lang H., Loyalka S. K.* Diffusion slip velocity: theory and experiment.– Z. Naturforsch., 1972, v. 27a, № 8/9, p. 1307–1319.
5. *Чепмен С., Каулинг Т.* Математическая теория неоднородных газов. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 510 с.
6. *Tham M. K., Gubbins K. E.* Kinetic theory of multicomponent dense fluid mixtures of rigid spheres.– J. Chem. Phys., 1971, v. 55, № 1, p. 268–279.
7. *Garcia-Colin L. S., Barajas L., Piña E.* Corrections to Thorne's equations for binary mixtures.– Phys. Lett., 1971, v. 37A, № 5, p. 395–396.
8. *Piña E., Barajas L., Garcia-Colin L. S.* Transport coefficients from Thorne's modified equations for binary mixtures.– Rev. Mex. Fis., 1972, v. 21, № 2, p. 173–176.
9. *Яламов Ю. И., Гайдуков М. Н.* О газокинетических коэффициентах скольжения бинарной газовой смеси.– В кн.: Физ. аэродисперсн. систем и физ. кинетика. Калинин, 1975, с. 37–48.
10. *Пастернак В. Е., Юшканов А. А., Яламов Ю. И.* Диффузионное скольжение бинарной газовой смеси умеренной плотности вдоль плоской поверхности.– Ж. техн. физ., 1978, т. 49, № 6, с. 1189–1193.
11. *Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р.* Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 929 с.

Москва

Поступила в редакцию
4.III.1981