

УДК 532.546

## **К ОЦЕНКЕ ОСТАТОЧНОГО ОБЪЕМА ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ НЕФТИ ПРИ ЗАВОДНЕНИИ**

ПАНКОВ В. Н.

Рассмотрена задача расчета предельно равновесных целиков остаточной нефти обладающей предельным градиентом. Ранее задача решалась в основном для однородных пластов (см., например, [1-3]), однако здесь, следуя работе [4], задача рассматривается как для однородных, так и для слоистых и неоднородных по мощности пластов. Показано, что для достаточно тонких пластов, допускающих свободный переток между отдельными прослоями, постановка задачи одинакова как для поршневой модели, так и для модели Баклея — Леверетта и сводится к плоской краевой задаче с непрерывным нелинейным эффективным законом фильтрации для воды. Изложен и проиллюстрирован на примерах приближенный численный метод расчета целиков, пригодный для трех перечисленных типов пластов.

1. Сначала рассмотрим случай однородного пласта. Пренебрегая капиллярными и гравитационными силами, будем предполагать, что при вытеснении справедлива модель Баклея — Леверетта. Тогда система уравнений, описывающая совместную фильтрацию воды и вязкопластической нефти, выглядит следующим образом [2]:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2) &= 0, \\ \mathbf{w}_1 &= -\frac{k}{\mu_1} f_1(s) \varphi(|\nabla p|) \operatorname{grad} p, \\ \mathbf{w}_2 &= -\frac{k}{\mu_2} f_2(s) \operatorname{grad} p \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $\mathbf{w}$  — скорость фильтрации,  $s$  — водонасыщенность,  $p$  — давление,  $k$  — абсолютная проницаемость,  $f$  — фазовая проницаемость,  $\mu$  — вязкость, индекс 1 относится к нефти, индекс 2 — к воде. Для функции  $\varphi(|\nabla p|)$ , характеризующей вязкопластические свойства нефти, достаточно указать следующее:

$$\varphi(|\nabla p|) = 0, \quad |\nabla p| \leq G, \quad \varphi(|\nabla p|) > 0, \quad |\nabla p| > G$$

где  $G$  — предельный градиент.

При рассмотрении асимптотической картины вытеснения, когда в пласте движется лишь вода, а нефть неподвижна ( $w_1 = 0$ ), из системы (1.1) получаем уравнения

$$\begin{aligned} f_1(s) &= 0, \quad s = s^*, \quad |\nabla p| > G \\ \operatorname{div} \left( \frac{k}{\mu_2} f_2(s^*) \operatorname{grad} p \right) &= 0, \quad (x, y) \in D_1, \\ \varphi(|\nabla p|) &= 0, \quad |\nabla p| = G, \quad s_* \leq s \leq s^* \\ \operatorname{div} \left( \frac{k}{\mu_2} f_2(s) \operatorname{grad} p \right) &= 0, \quad (x, y) \in D_2 \\ \varphi(|\nabla p|) &= 0, \quad |\nabla p| < G, \quad w_2 = 0, \quad s \leq s_*, \quad (x, y) \in D_3 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Иначе говоря, согласно принятой модели, на заключительном этапе вытеснения в пласте формируются три области: область  $D_1$ , где водонасыщенность равна максимальной и постоянна  $s=s^*$ ; область  $D_2$ , где градиент давления равен предельному, а водонасыщенность изменяется от  $s_*$  до  $s^*$ ; область  $D_3$ , где градиент давления меньше предельного, а водонасыщенность меньше или равна минимальной, для которой  $f_2(s_*)=0$ . Области  $D_1$  хорошо промываемого водой пласта образуются прежде всего вблизи скважин, где интенсивность течения высока, а области  $D_3$  примыкают к точкам остановки потока. Области  $D_2$  в общем случае располагаются между областями  $D_1$  и  $D_3$ .

В качестве примера рассмотрим асимптотическую картину, образовавшуюся после вытеснения вязкопластической нефти водой, для одиночного источника обильности  $Q$ , расположенного в центре круговой залежи радиуса  $R$ . Если принята, что граница залежи, на которой давление постоянно, является контуром питания, то решение имеет вид

$$\frac{k}{\mu_2} f_2(s^*) |\nabla p| = \frac{Q}{2\pi r}, \quad |\nabla p| > G, \quad 0 \leq r \leq r^*, \quad r \in D_1$$

$$\frac{k}{\mu_2} f_2(s) G = \frac{Q}{2\pi r}, \quad |\nabla p| = G, \quad r^* \leq r < \infty, \quad r \in D_2$$

Граница  $r^*$  областей  $D_1$  и  $D_2$  определяется из уравнения

$$\frac{k}{\mu_2} f_2(s^*) G = \frac{Q}{2\pi r^*}.$$

В этом примере область  $D_3$  отсутствует вообще, а область  $D_2$  может занимать либо весь пласт ( $r^* \rightarrow 0$ ), либо исчезает ( $r^* \geq R$ ) и тогда весь пласт будет занимать область  $D_1$ , где остаточная нефтенасыщенность определяется только капиллярными эффектами, но не вязкопластическими свойствами нефти. Если источник в пласте будет располагаться эксцентрично, то при некотором соотношении параметров (когда интенсивность течения мала, а эксцентricность велика) в пласте может появиться полностью не промываемая водой область  $D_3$ .

2. Если вместо водонасыщенности  $s$  ввести в рассмотрение переменную  $S=f_2(s)/f_2(s^*)$ , которую назовем предельной эффективной водонасыщенностью, то уравнения (1.2) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \Delta p &= 0, \quad S(x, y) = 1, \quad (x, y) \in D_1 \\ \operatorname{div}(S(x, y) \nabla p) &= 0, \quad |\nabla p| = G, \quad (x, y) \in D_2 \\ |\nabla p| &< G, \quad S(x, y) = 0, \quad (x, y) \in D_3 \end{aligned} \quad (2.1)$$

дополняемыми условиями сопряжения на границах областей  $[p] = [S] = 0$ .

Уравнения (2.1) можно получить и другим способом, как это сделано в [4], где рассматривалась асимптотическая картина поршневого вытеснения вязкопластической нефти водой из неоднородного по мощности пласта с проницаемостью  $k=k(z)$  и предельным градиентом для нефти  $G=G(z)$ . После осреднения по мощности получена следующая система уравнений [4]

$$\operatorname{div} \mathbf{w} = 0, \quad \mathbf{w} = -\frac{K(|\nabla p|)}{\mu_2} \operatorname{grad} p$$

$$\mathbf{w} = \frac{1}{H} \int_0^{h(|\nabla p|)} \mathbf{v}(x, y, z) dz, \quad K(|\nabla p|) = \frac{1}{H} \int_0^{h(|\nabla p|)} k(z) dz$$

$$h(|\nabla p|) = \begin{cases} H, & |\nabla p| > G(H), & (x, y) \in D_1 \\ 0 \leq h(|\nabla p|) \leq H, & G(0) \leq |\nabla p| \leq G(H), & (x, y) \in D_2 \\ 0, & |\nabla p| < G(0), & (x, y) \in D_3 \end{cases}$$

(2.2)

Здесь  $w$ ,  $K$ ,  $h$  — эффективные скорость воды, проницаемость и мощность пласта.

Система (2.2) получена в гидростатическом приближении для монотонно убывающей проницаемости от подошвы к кровле пласта. В этой системе предельную водонасыщенность целесообразно определить следующим образом:  $S=K(h)/K(H)$ . Тогда при переходе от неоднородного к однородному пласту из системы (2.2) получим систему (2.1), однако предельная водонасыщенность теперь определяется выражением  $S=h/H$ .

Таким образом, при определении асимптотической картины вытеснения в однородных пластах и модель Баклея — Леверетта, и поршневая модель приводят к одинаковой математической формулировке (2.1), лишь функция  $S(x, y)$  для каждой модели имеет свой смысл.

В случае неоднородного пласта при сделанных ранее допущениях (и прежде всего допущении о том, что предельный градиент для нефти зависит только от проницаемости и не зависит от водонасыщенности) обе модели приводят к одинаковой формулировке (2.2), полученной для поршневого вытеснения. В этом случае область постоянного градиента давления вырождается в поверхность, разделяющую пласт по толщине на области со значениями водонасыщенности  $s_*$  и  $s^*$ . После осреднения фильтрационного потока воды по толщине пласта снова приходим к уравнениям (2.2).

Системы (2.1) и (2.2) допускают запись в классическом для нелинейной фильтрации виде

$$\operatorname{div} w=0, \quad \operatorname{grad} p=-\frac{\Phi(w)}{w} w$$

где эффективный закон фильтрации для воды является непрерывной функцией [4].

3. При расчете остаточной нефтенасыщенности для трех типов пластов (однородного, слоистого и неоднородного) используется приближенный численный метод, основанный на сглаживании функции  $S(|\nabla p|)$ . При этом краевая задача для системы (2.2) с областями  $D_1, D_2, D_3$  и условиями сопряжения на границах заменяется краевой задачей для нелинейного эллиптического уравнения  $\operatorname{div}(S(|\nabla p|)\nabla p)=0$ , справедливого во всей области течения. Для его решения применяются сквозные разностные схемы. В однородных и слоистых пластах сглаживание приводит к тому, что области постоянного градиента давления, где функция  $S(|\nabla p|)$  многозначна, заменяются областями резкого изменения эффективной водонасыщенности при малом отклонении градиента давления от предельного.

С физической точки зрения сглаживание функции  $S(|\nabla p|)$  равносильно незначительному изменению структуры пласта. На изменение объема остаточной нефти эта операция практического влияния не оказывает; при этом достаточно точно определяется и форма целиков.

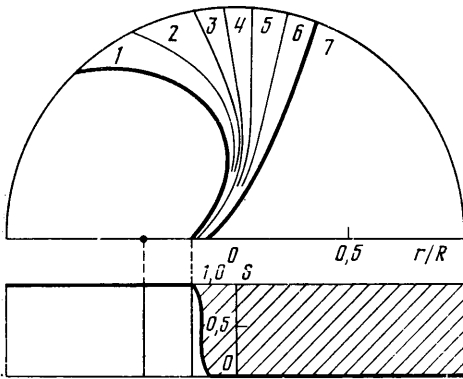
Разностные уравнения получаются из балансовых соотношений. Возникающая система нелинейных уравнений решается методом типа явной итерации с поправкой

$$\begin{aligned} \operatorname{div}_h(S(|\nabla p_{n-1}|)\nabla_h p_n) &= 0 \\ S_n &= S(|\nabla p_{n-1}|)(1-\omega) + \omega S(|\nabla p_n|), \quad 0 < \omega < 1 \end{aligned}$$

Здесь  $n$  — номер итерации,  $\omega(n)$  — итерационный параметр, а индекс  $h$  обозначает разностный оператор. Решение линеаризованной системы уравнений на каждом шаге проводится методом последовательной верхней релаксации по линиям.

4. Изложенный метод иллюстрируется при оценке величины остаточной нефти для рассмотренного примера с одиночным источником внутри круговой залежи. Источник расположен эксцентрично на расстоянии  $\rho$  от центра залежи в точке  $x=-\rho$ ,  $y=0$ .

При численном решении задачи представляется естественным перейти от физических координат  $(x, y)$  к системе ортогональных криволинейных координат  $(\xi, \eta)$ , представляющих собой комплексный потенциал течения рассматриваемой задачи для случая вязкой жидкости ([5], стр. 345).

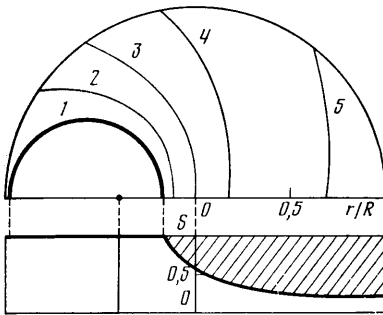


Фиг. 1

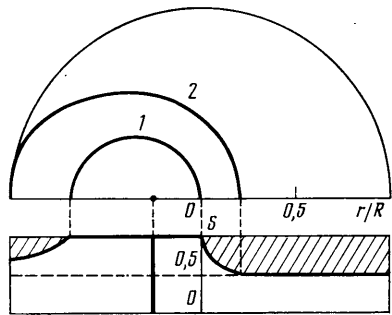
$$i\eta - \xi = \ln \frac{x + iy + \rho}{R + \rho(x + iy)/R}$$

При этом область течения отображается на полуполосу  $0 \leq \eta \leq 2\pi$ ,  $0 \leq \xi < \infty$ , которая затем заменяется областью конечных размеров.

Для однородного пласта решение зависит от двух безразмерных параметров:  $Q_1 = Q/2\pi\lambda R$  и  $\rho_1 = \rho/R$ , где  $\lambda = kG/\mu_2$ . Результаты расчета для  $Q_1 = 0,5$ ,  $\rho_1 = 0,4$  приведены на фиг. 1; значения параметров  $Q_1$  и  $\rho_1$  выбраны так, чтобы в пласте присутствовали все три области  $D_1, D_2, D_3$ . На фиг. 1 вверху показаны линии равной эффективной водонасыщенности, а внизу разрез пласта по оси  $x$ . Границы областей выделены, линии 1-7 соответствуют значениям  $S = 0,99; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0,05; 0,01$ ,



Фиг. 2



Фиг. 3

область неподвижной нефти заштрихована. Относительный объем нефти, оставшейся невывесненной из-за вязкопластических свойств, для этого примера равен  $\beta = 0,52$ .

При расчете целика в неоднородном пласте рассмотрим случай, когда в области  $D_2$  зависимость  $S(|\nabla p|)$  является линейной, а градиент давления в этой области изменяется в интервале  $G - \delta G/2 \leq |\nabla p| \leq G + \delta G/2$ , где  $G$  - предельный градиент, отвечающий случаю однородного пласта.

Результаты расчета того же примера с параметром неоднородности  $\delta G/G = 1$  приведены на фиг. 2, откуда видно, что неоднородность пласта привела к исчезновению полностью непромываемой области  $D_3$ . Уменьшился также и остаточный объем: здесь  $\beta = 0,46$ .

Определяя величину остаточной нефти в слоистом пласте, ограничимся простейшим случаем пласта, состоящего из двух идеально сообщающихся пропластков. Один из пропластков имеет те же проницаемость  $k_1 = k$  и предельный градиент  $G_1 = G$ , что и для случая однородного пласта. Мощность этого пропластка равна  $H_1$ . Другой пропласток (нижний) обладает большей проницаемостью  $k_2 > k_1$ , причем проницаемость его настолько велика, что предельным градиентом для нефти в нем можно пренебречь:  $G_2 = 0$ . Тогда во всем пласте предельная эффективная водонасыщенность изменяется в пределах  $\delta \leq S \leq 1$ ,  $\delta = k_1 H_1 / (k_1 H_1 + k_2 H_2)$ .

Результаты расчета примера с параметрами  $\rho_1 = 0,25$ ,  $Q_1 = 0,3$ ,  $\delta = 0,5$  приведены на фиг. 3, где линии 1, 2 соответствуют значениям эффективной водонасыщенности  $S = 0,99; 0,51$ . Для этого примера  $\beta = 0,40$ .

Последнему примеру можно дать и другое толкование, если принять, что нижний пропласток поначалу заполнен подошвенной водой. Тогда на фиг. 3 приведены результаты расчета целика остаточной нефти для водоплавающего нефтяного пласта, т. е. изложенный метод пригоден также для расчета целиков в тонких гидродинамически сообщающихся водоплавающих пластах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Алишаев М. Г., Бернадинер М. Г., Енто В. М.* Влияние предельного градиента на потери нефти при вытеснении ее водой.— В кн.: Вопросы нелинейной фильтрации и нефтегазоотдачи при разработке нефт. месторожд. М., 1972, с. 15–32.
2. *Бернадинер М. Г., Енто В. М.* Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М.: Наука, 1975. 200 с.
3. *Котляр Л. М., Скворцов Э. В.* Плоские стационарные задачи фильтрации жидкости с начальным градиентом. Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1978. 142 с.
4. *Енто В. М., Панков В. Н., Панько С. В.* К расчету целиков остаточной вязкопластической нефти.— ПММ, 1980, т. 44, вып. 5, с. 847–856.
5. *Полубаринова-Кочина П. Я.* Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.

Томск

Поступила в редакцию  
6.VII.1981