

УДК 532.546

## **О ВЛИЯНИИ СОЛЕЙ ПЛАСТОВЫХ ВОД НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ КАРБОНИЗИРОВАННОЙ ВОДОЙ**

**ЗАВОВСКИЙ А. Ф.**

Механизм повышения нефтеотдачи при вытеснении нефти карбонизированной водой — водой с растворенной в ней двуокисью углерода ( $\text{CO}_2$ ) — основан на том, что  $\text{CO}_2$  хорошо растворяется в нефти, снижая при этом ее вязкость и поверхностное натяжение на границе с водой и увеличивая объем. Вытеснение нефти карбонизированной водой изучалось экспериментально и теоретически [1–8]. В [5, 7] построены автомодельные решения задач фронтального вытеснения с учетом изменения объема водной и нефтяной фаз при изменении в них концентрации  $\text{CO}_2$ . Ниже рассматривается влияние начальной минерализации пластовых вод на структуру фронта и основные показатели процесса вытеснения нефти карбонизированной водой [9]. Соли при этом играют роль пассивной примеси [10]. Как свидетельствуют экспериментальные данные [4, 2], с увеличением концентрации солей ( $\text{NaCl}$ ,  $\text{CaCl}_2$  и др.) в воде растворимость в ней  $\text{CO}_2$  падает, и при контакте с нефтью возрастает коэффициент распределения углекислоты между водной и нефтяной фазами. При высокой начальной минерализации пластовых вод и достаточно большой сорбционной емкости скелета пористой среды влияние этого фактора на показатели процесса вытеснения может оказаться весьма значительным.

В данной работе развита методика построения автомодельных решений и проанализированы кривые текущей нефтеотдачи и обводненности продукции при вытеснении карбонизированной водой различной концентрации с учетом солеобмена. Показано, что при ограниченной растворимости  $\text{CO}_2$  в воде и в нефти в структуре фронта вытеснения могут возникать области трехфазного течения воды, нефти и углекислоты. Отказ от условий ограниченной растворимости  $\text{CO}_2$  в нефти (подобно тому, как это было сделано в [8] при исследовании смешивающегося вытеснения нефти углекислотой) приводит к задаче двухфазного вытеснения с нелинейной функцией распределения углекислоты между водной и нефтяной фазами [10].

1. Рассмотрим одномерный процесс вытеснения нефти карбонизированной водой из однородного прямолинейного пласта, пренебрегая изменениями его абсолютной проницаемости и пористости, а также капиллярными силами, диффузией примесей и сорбцией  $\text{CO}_2$  скелетом пористой среды. Будем считать, что соли могут находиться в растворенном в воде и сорбируемом состояниях, распределение  $\text{CO}_2$  между водой и нефтью является равновесным, концентрации примесей малы, а плотности фаз равны и постоянны. Последние предположения упрощают процедуру построения решения. При этом существенно, что, во-первых, в отсутствие солеобмена учет конечности концентраций углекислоты в фазах при равенстве их плотностей не приводит к качественному изменению структуры фронта вытеснения [7], и, во-вторых, пренебрежение объемным расширением нефти при растворении в ней  $\text{CO}_2$  равносильно занижению эффекта от применения карбонизированной воды по сравнению с обычным заводнением [1, 2]. Таким образом, значения коэффициента вытеснения нефти из пласта, полученные при предположениях о малости концентраций, в рамках принятой идеализированной схемы будут меньше истинных.

Запишем уравнения сохранения в потоке воды, нефти, углекислоты и солей в виде

$$m \frac{\partial s_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(F_i v) = 0 (i=1, 2), \quad m \frac{\partial}{\partial t}(\gamma s_i + b) + \frac{\partial}{\partial x}(\gamma F_i v) = 0$$

$$m \frac{\partial}{\partial t} (c_1 s_1 + c_2 s_2 + \chi s_3) + \frac{\partial}{\partial x} [(c_1 F_1 + c_2 F_2 + \chi F_3) v] = 0 \quad (1.1)$$

$$\sum_{i=1}^3 s_i = 1, \quad F_i = \frac{f_i}{\mu_i} \left[ \sum_{j=1}^3 \frac{f_j}{\mu_j} \right]^{-1}, \quad b = b(\gamma), \quad c_2 = K(\gamma) c_1 \quad (1.2)$$

Здесь  $s_i$ ,  $f_i$ ,  $\mu_i$  — насыщенность, фазовая проницаемость и вязкость  $i$ -й фазы (значение  $i=1$  соответствует воде,  $i=2$  — нефти,  $i=3$  —  $\text{CO}_2$ );  $\gamma$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  — массовые концентрации солей в воде и  $\text{CO}_2$  в воде и в нефти;  $mb$  — концентрация солей, сорбированных в единице объема пористой среды;  $\chi$  — отношение плотности  $\text{CO}_2$  в свободном состоянии к плотности воды и нефти;  $v$  — объемный расход;  $m$  — пористость;  $x$  — координата;  $t$  — время.

Примем, что при существовании третьей фазы ( $\text{CO}_2$  в свободном состоянии) концентрации  $c_1$  и  $c_2$  принимают свои предельные значения  $c_1^*(\gamma)$  и  $c_2^*$ , определяемые растворимостью  $\text{CO}_2$  в воде и в нефти. Тогда

$$s_3 = 0 \quad \text{при} \quad \min_{i=1,2} (c_i - c_i^*) < 0; \quad s_3 \geq 0 \quad \text{при} \quad \min (c_i - c_i^*) = 0. \quad (1.3)$$

Так как соль не влияет на растворимость  $\text{CO}_2$  в нефти, то  $c_2^* = K(\gamma) c_1^*(\gamma) = \text{const}$ .

Дополним систему уравнений (1.1)–(1.3) начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} s_i = s_0, \quad s_3 = 0, \quad c_1 = 0, \quad \gamma = \gamma^0 \quad (t=0, \quad x \geq 0) \\ s_i = s^0, \quad s_3 = 0, \quad c_1 = c^0, \quad \gamma = \gamma_0, \quad v = v^0 \quad (x=0, \quad t > 0) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Поставленная задача имеет автомодельное решение

$$s_i = s_i(\xi), \quad c_j = c_j(\xi), \quad \gamma = \gamma(\xi), \quad v = v(\xi), \quad \xi = mx/t \quad (1.5)$$

Относительно функций переменной  $\xi$  уравнения (1.1) и условия (1.4) принимают вид

$$\begin{aligned} \xi \frac{ds_i}{d\xi} = \frac{d}{d\xi} (F_i v) \quad (i=1, 2), \quad \xi \frac{d}{d\xi} (\gamma s_1 + b) = \frac{d}{d\xi} (\gamma F_1 v) \\ \xi \frac{d}{d\xi} (c_1 s_1 + c_2 s_2 + \chi s_3) = \frac{d}{d\xi} [(c_1 F_1 + c_2 F_2 + \chi F_3) v] \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} s_1(0) = s^0, \quad s_3(0) = 0, \quad c_1(0) = c^0, \quad \gamma(0) = \gamma_0, \quad v(0) = v^0 \\ s_1(\infty) = s_0, \quad s_3(\infty) = 0, \quad c_1(\infty) = 0, \quad \gamma(\infty) = \gamma^0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

Система уравнений (1.4) допускает разрывные решения. На скачках должны выполняться интегральные законы сохранения

$$\begin{aligned} \xi_j [s_i] = [F_i v] \quad (i=1, 2), \quad \xi_j [\gamma s_1 + b] = [\gamma F_1 v] \\ \xi_j [c_1 s_1 + c_2 s_2 + \chi s_3] = [(c_1 F_1 + c_2 F_2 + \chi F_3) v], \quad \xi_j = mV \end{aligned} \quad (1.8)$$

Здесь  $V$  — скорость скачка,  $[f] = f^+ - f^-$ ,  $f^\# = f(\xi_j \pm 0)$ .

2. В области двухфазного течения  $v = \text{const}$  и система уравнений (1.6) принимает вид

$$\begin{aligned} \xi \frac{ds}{d\xi} = v \frac{dF}{d\xi}, \quad \xi \frac{d}{d\xi} [\Phi(s)c] = v \frac{d}{d\xi} [\Phi(F)c], \quad \xi \frac{d}{d\xi} (\gamma s + b) = v \frac{d}{d\xi} (\gamma F) \\ s = s_1, \quad F = F_1, \quad c = c_1, \quad \Phi(f) = K(\gamma) - [K(\gamma) - 1]f \end{aligned} \quad (2.1)$$

При  $s_3 > 0$  из (1.6) получаем

$$\begin{aligned} \xi \frac{ds_i}{d\xi} &= \frac{d}{d\xi}(F_i v) \quad (i=1, 2), & \xi \frac{d}{d\xi}(\gamma s_1 + b) &= \frac{d}{d\xi}(\gamma F_1 v) \\ \xi \frac{d}{d\xi}[(\sigma - \chi)s_1 + \omega s_2] &= \frac{d}{d\xi}[(\sigma - \chi)F_1 v + \omega F_2 v + \chi v] \\ \sigma &= c_1^*(\gamma), \quad \omega = c_1^*(\gamma)K(\gamma) - \chi = \text{const} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Система (2.1) может иметь нетривиальные непрерывные решения, когда автомодельная переменная  $\xi$  равна одной из характеристических скоростей

$$\xi_i = v\eta_i, \quad \eta_1 = F_s', \quad \eta_2 = \Phi(F)/\Phi(s), \quad \eta_3 = F/(s+b') \quad (2.3)$$

При  $\xi = \xi_1$  концентрации  $c$  и  $\gamma$  постоянны, а  $s$  изменяется непрерывно с изменением  $\xi$ .

При  $\xi = \xi_2$  имеем  $\gamma = \text{const}$ , поэтому

$$\eta_2 = \frac{F-g}{s-g}, \quad g = \frac{K}{K-1}, \quad \frac{d\xi}{ds} = \frac{\xi}{s-g} - \frac{v(F-g)}{(s-g)^2} = 0 \quad (2.4)$$

т. е. при  $\xi = \xi_2$  непрерывного решения системы (2.1) не существует.

При  $\xi = \xi_3$  находим  $d\gamma/d\xi = -(s+b')/\xi b''$ , поэтому решение будет непрерывным только на участках роста концентрации  $\gamma(\xi)$  при строго выпуклой изотерме сорбции солей ( $b'' < 0$ ) и на участках убывания  $\gamma(\xi)$  при строго вогнутой ( $b'' > 0$ ). В этих случаях  $s$ ,  $c$  и  $\gamma$  связаны соотношениями

$$\frac{dc}{d\gamma} = -cK'\Psi, \quad \frac{ds}{d\gamma} = \frac{F_\gamma' - cK'\Psi}{\eta_3 - \eta_1}, \quad \Psi(s, c, \gamma) = \frac{(1-s)\eta_3 - (1-F)}{\Phi(s)\eta_3 - \Phi(F)} \quad (2.5)$$

При линейной изотерме сорбции солей ( $b'' = 0$ ) непрерывного решения не существует.

На разрывах системы (2.1) согласно (1.8) должны выполняться условия

$$\xi_j[s] = v[F], \quad \xi_j[\Phi(s)c] = v[\Phi(F)c], \quad \xi_j[\gamma s + b] = v[\gamma F] \quad (2.6)$$

или после тождественных преобразований

$$\eta_j = \frac{\xi_j}{v} = \frac{F^+ - F^-}{s^+ - s^-} = \frac{F^\pm - h}{s^\pm - h} = \frac{F^\pm}{s^\pm + [b]/[\gamma]}, \quad h = \frac{[Kc]}{[(K-1)c]} \quad (2.7)$$

Возможны четыре типа скачков:  $s$ -скачки, на которых выполняется первое соотношение (2.6);  $\gamma$ -скачки при  $[s] = [c] = 0$  — на них выполняется третье соотношение (2.6); сопряженные  $s$ ,  $c$ -скачки при  $[\gamma] = 0$ , на которых выполняются первые два равенства (2.6), причем  $h = g$ , и, наконец, сопряженные  $s$ ,  $c$ ,  $\gamma$ -скачки, соответствующие выполнению всех трех соотношений (2.6).

Каждому из указанных четырех типов скачков, следуя [9], можно дать геометрическую интерпретацию в плоскости переменных  $(s, F)$ . Для скачков первых трех типов описанные в [9] построения очевидны, поэтому остановимся лишь на построении сопряженного  $s$ ,  $c$ ,  $\gamma$ -скачка. Скорость скачка  $\eta_j$  определяется значениями  $s^-$ ,  $c^-$  и  $\gamma^\pm$ . Из последнего равенства (2.7) можно найти

$$c^+ = c^- \frac{K^- - p}{K^+ - p}, \quad p = \frac{h}{h-1}, \quad h = \frac{F^- - [b]}{(s^- - F^-)[\gamma] + [b]} \quad (2.8)$$

после чего определение  $s^+$  сводится к построению пересечения прямой, проходящей через точки  $(s^-, F^-)$  и  $(h, h)$ , с кривой  $F(s, c^+, \gamma^+)$  в плоскости  $(s, F)$ .

Рассмотрим теперь характеристики и условия на скачках системы (2.2), описывающей вытеснение в трехфазной области. Характеристические скорости системы (2.2) определяются выражениями

$$\xi_i = v\eta_i, \quad \eta_1 = 0,5(G-H), \quad \eta_2 = 0,5(G+H), \quad \eta_3 = F_1/(s_1+b') \quad (2.9)$$

$$G = \frac{\partial F_1}{\partial s_1} + \frac{\partial F_2}{\partial s_2}, \quad H = \left( E^2 + 4 \frac{\partial F_1}{\partial s_2} \frac{\partial F_2}{\partial s_1} \right)^{1/2}, \quad E = \frac{\partial F_1}{\partial s_1} - \frac{\partial F_2}{\partial s_2}$$

Так как  $\partial F_1/\partial s_2 \leq 0$  и  $\partial F_2/\partial s_1 \leq 0$ , то  $\xi_{1,2}$  всегда действительны.

Последние два уравнения системы (2.2) с учетом двух первых можно преобразовать к виду

$$\frac{dv}{d\xi} = \frac{\sigma'}{\chi} (\xi s_1 - v F_1) \frac{d\gamma}{d\xi}, \quad [\xi(s_1+b') - v F_1] \frac{d\gamma}{d\xi} = 0 \quad (2.10)$$

откуда следует, что изменение концентрации солей  $\gamma$  может происходить только при  $\xi = \xi_3$  и только в этом случае происходит изменение объемного расхода  $v$

$$v(\gamma) = v(\gamma_0) \exp \left[ \int_{\gamma_0}^{\gamma} A(s_1, s_2, \gamma') d\gamma' \right], \quad A(s_1, s_2, \gamma) = - \frac{\sigma' b'}{\gamma} \eta_3 \quad (2.11)$$

Так же, как и при  $s_3=0$ , возможность существования непрерывного решения, отвечающего семейству  $\gamma$ -характеристик, определяется видом изотермы сорбции солей. Дифференцируя  $\xi = v\eta_3$  по  $\gamma$  и учитывая (2.10), (2.11), получим

$$\frac{d\xi}{d\gamma} = v \left( A\eta_3 + \frac{d\eta_3}{d\gamma} \right) = -v\eta_3^2 b'' F_1^{-1}$$

поэтому на участках непрерывности решения  $d\gamma/d\xi > 0$  при  $b'' < 0$  и  $d\gamma/d\xi < 0$  при  $b'' > 0$ .

Так как  $\sigma' = dc_i^*(\gamma)/d\gamma < 0$ , то согласно (2.11)  $A > 0$ , и рост концентрации солей  $\gamma$  будет сопровождаться ростом объемного расхода фильтрационного потока  $v$  за счет выделения из воды  $\text{CO}_2$  и увеличения суммарного объема фаз.

Если  $b'' = 0$ , непрерывного решения при  $\xi = \xi_3$  не существует.

Найдем связь между  $s_1$ ,  $s_2$  и  $\gamma$  на участках их непрерывного изменения.

При  $\gamma = \text{const}$  имеет место  $\xi = \xi_{1,2}$ ,  $v = \text{const}$ , и выполняются тождественные уравнения (верхний знак для  $\xi = \xi_1$ , нижний — для  $\xi = \xi_2$ )

$$\frac{1}{2} (E \pm H) ds_1 + \frac{\partial F_1}{\partial s_2} ds_2 = \frac{1}{2} (-E \pm H) ds_2 + \frac{\partial F_2}{\partial s_1} ds_1 = 0 \quad (2.12)$$

При  $\gamma \neq \text{const}$  имеем  $\xi = \xi_3$ , и из (2.11) и первых двух уравнений системы (2.2) получаем

$$\begin{aligned} \frac{ds_1}{d\gamma} &= \frac{1}{\Delta} \left[ \left( \frac{\partial F_1}{\partial \gamma} + A F_1 \right)' \eta_3 - \frac{\partial F_2}{\partial s_2} \right] - \left( \frac{\partial F_2}{\partial \gamma} + A F_2 \right) \frac{dF_1}{ds_2} \\ \frac{ds_2}{d\gamma} &= \frac{1}{\Delta} \left[ - \left( \frac{\partial F_1}{\partial \gamma} + A F_1 \right) \frac{\partial F_2}{\partial s_1} + \left( \frac{\partial F_2}{\partial \gamma} + A F_2 \right) \left( \eta_3 - \frac{\partial F_1}{\partial s_1} \right) \right] \\ \Delta &= \eta_3^2 - G \eta_3 + \frac{\partial F_1}{\partial s_1} \frac{\partial F_2}{\partial s_2} - \frac{\partial F_1}{\partial s_2} \frac{\partial F_2}{\partial s_1} \end{aligned}$$

Корни многочлена  $\Delta(\eta)$  совпадают с  $\eta_{1,2}$ , т. е. соответствующая система уравнений относительно производных  $ds_{1,2}/d\gamma$  вырождается при  $\gamma = \text{const}$  так же, как и в случае двухфазного течения (см. уравнения (2.5)). Это обстоятельство проявляется в тонкой структуре непрерывных  $\gamma$ -переходов,

имеющих участки резкого изменения насыщенностей  $s_i(\xi)$  (или  $s(\xi)$  и  $c(\xi)$ ) в случае двухфазного потока [7]).

Рассмотрим условия на скачках системы (2.2), которые согласно (1.8) имеют вид

$$\xi_j[s_i] = [vF_i] \quad (i=1, 2), \quad \xi_j[\gamma s_1 + b] = [\gamma F_1 v] \quad (2.13)$$

$$\xi_j[(\sigma - \chi)s_1 + \omega s_2] = [(\sigma - \chi)F_1 v + \omega F_2 v + \chi v]$$

Скачки могут быть двух типов:  $s_1, s_2$ -скачки при  $[\gamma] = 0$ , на них  $[v] = 0$  и выполняются два первых уравнения (2.13); а также сопряженные  $s_1, s_2, \gamma$ -скачки, определяемые четырьмя уравнениями (2.13), которые можно преобразовать к виду

$$\frac{v^+ F_1^+ - v^- F_1^-}{s_1^+ - s_1^-} = \frac{v^+ F_2^+ - v^- F_2^-}{s_2^+ - s_2^-} = \frac{[\sigma] v^+ F_1^+ + \chi [v]}{[\sigma] s_1^+} = \frac{v^+ F_1^+}{s_1^+ + [b]/[\gamma]} \quad (2.14)$$

При этом скорость скачка  $\xi_j$  зависит от  $s_1, s_2, \gamma^+$  и  $v^-$ . После определения  $v^+ = v^- + [\sigma](\xi_j s_1^- - v^- F_1^-)/\chi$  неизвестные  $s_1^+$  и  $s_2^+$  находятся из первых двух уравнений (2.14).

Остается рассмотреть скачки, при которых происходит переход двухфазного течения в трехфазное и наоборот.

В данном случае переход двухфазного течения в трехфазное может быть обусловлен только увеличением концентрации солей  $\gamma$  в потоке, поэтому в соответствии с (1.8) на скачке должны выполняться первые три уравнения (2.13) и уравнение

$$\xi_j[(c_1 - \chi)s_1 + (Kc_1 - \chi)s_2] = [(c_1 - \chi)vF_1 + (Kc_1 - \chi)vF_2 + \chi v] \quad (2.15)$$

$$s_1^- + s_2^- = F_1^- + F_2^- = 1, \quad c_1^+ = \sigma(\gamma^+)$$

После определения  $\xi_j$  и  $v^+$  из соотношений

$$\xi_j = v^- F^- / (s_1^- + [b]/[\gamma]), \quad [v] = [Kc_1 - c_1] (s_1^- - h) (\xi_c - \xi_j) / \chi \quad (2.16)$$

$$h = [Kc_1] / [Kc_1 - c_1], \quad \xi_c = v^- (F_1^- - h) / (s_1^- - h)$$

величины  $s_1^+$  и  $s_2^+$  находятся из уравнений

$$(v^+ F_1^+ - v^- F_1^-) / (s_1^+ - s_1^-) = \{v^+ F_2^+ - v^- (1 - F_1^-)\} / \{s_2^+ - (1 - s_1^-)\} = \xi_j \quad (2.17)$$

Скачок с переходом трехфазного течения в двухфазное будет определяться скачком концентрации  $\text{CO}_2$  в воде и в нефти. В этом случае условия (1.8) принимают вид

$$\xi_j[s_i] = [vF_i] \quad (i=1, 2), \quad s_1^+ + s_2^+ = F_1^+ + F_2^+ = 1, \quad c_1^- = \sigma(\gamma^-) \quad (2.18)$$

$$\xi_j[(c_1 - \chi)s_1 + (Kc_1 - \chi)s_2] = [(c_1 - \chi)vF_1 + (Kc_1 - \chi)vF_2 + \chi v]$$

Система уравнений (2.18) служит для определения трех неизвестных:  $s_1^+, c_1^+$  и  $v^+$ . Если скорость скачка  $\xi_j$  известна, то  $[v]$  и  $[c_1]$  вычисляются по формулам

$$[v] = \xi_j(1 - s_1^- - s_2^-) - v^-(1 - F_1^- - F_2^-),$$

$$[c_1] = \chi [v] / \{\xi_j(s_1^- + Ks_1^-) - v^-(F_1^- + KF_2^-)\} \quad (2.19)$$

и определение  $s_1^+$  сводится к решению уравнения

$$(v^+ F_1^+ - v^- F_1^-) / (s_1^+ - s_1^-) = \xi_j \quad (2.20)$$

т. е. к построению в плоскости  $(s, F)$  пересечения прямой, проходящей через точку  $(s_1^-, F_1^- v^- / v^+)$  с наклоном  $\xi_j / v^+$ , и кривой  $F_1(s, 1 - s, c_1^+, \gamma)$ .

3. Перейдем к построению решения. Изотерму сорбции солей для простоты будем считать линейной:  $b(\gamma) = b_0 \gamma$ . В этом случае решение может

состоять из следующих элементов: участков непрерывного изменения  $s_1$  и  $s_2$ , когда концентрации  $c_{1,2}$ ,  $\gamma$  постоянны и  $\xi = \xi_1$  в области  $s_3 = 0$  или  $\xi = \xi_{1,2}$  в области  $s_3 > 0$ ; участков постоянства всех переменных; скачков  $s_1$  и  $s_2$  при  $[c_{1,2}] = [\gamma] = 0$ ; скачков  $\gamma$  в области двухфазного течения при  $[s] = [c] = 0$ ; скачков  $s$  и  $c$  в области двухфазного течения при  $[\gamma] = 0$ ; скачков  $s$ ,  $c$  и  $\gamma$  в области двухфазного течения; скачков  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $c_{1,2}$  и  $\gamma$  с переходом двухфазного течения в трехфазное; скачков  $s_1$ ,  $s_2$  и  $c_{1,2}$  с переходом трехфазного течения в двухфазное.

Рассмотренные выше скачки  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $\gamma$  в области трехфазного течения не реализуются, так как скачок концентрации солей всегда будет полным ( $[\gamma] = \gamma_0 - \gamma^0$ ), и если происходит переход двухфазного течения в трехфазное, то далее  $\gamma = \gamma^0 = \text{const}$ .

Техника построения решения развита в [9–11] и опирается на требование его однозначности (или продолжимости) и условия устойчивости скачков. В данном случае последние сводятся к тому, что суммарное число характеристических скоростей за и перед скачком, для которых выполняются неравенства

$\xi_i(s_{1,2}^+, c_{1,2}^+, \gamma^+, v^+) \leq \xi_j$ ,  $\xi_k(s_{1,2}^-, c_{1,2}^-, \gamma^-, v^-) \geq \xi_j$  ( $i, k = 1, 2, 3$ ), должно быть равно четырем. Характеристики, удовлетворяющие этим условиям, называются подходящими на скачок, остальные — уходящими.

Построим теперь автомодельное решение для конкретных условий вытеснения карбонизированной водой нефти угленосной толщи Туймазинского месторождения. Используемые данные заимствованы из [1].

При давлении 60 атм и температуре 24 С зависимость растворимости  $\text{CO}_2$  в воде от концентрации солей аппроксимировалась параболой  $\sigma(\gamma) = c_1^*(\gamma) = 0,7\gamma^2 - 0,34\gamma + 0,06$  ( $\gamma \leq 0,25$ ). При  $\gamma = 0$  концентрация  $\text{CO}_2$  в воде составляет примерно 6%. Коэффициент равновесия  $\text{CO}_2$  в отсутствие солей  $K(0) = 2,0$ ; зависимость  $K(\gamma) = K(0)\sigma(0)/\sigma(\gamma)$  показана на фиг. 1. Зависимости вязкостей и относительных фазовых проницаемостей для воды и нефти от концентрации в них  $\text{CO}_2$  принимались в виде [1]

$$\mu_1(c_1) = -0,3C_1^2 + 0,55C_1 + 1; \quad \mu_2(c_2) = 5,5C_2^2 - 14,7C_2 + 14,6$$

$$f_1(s_1) = \begin{cases} 0, & s_1 < 0,2 \\ \left(\frac{s_1 - 0,2}{0,81}\right)^3, & s_1 \geq 0,2, \end{cases} \quad f_2(s_2, c_2) = \begin{cases} 0, & s_2 < 0,17 \\ f_2^1, & 0,17 \leq s_2 \leq 0,26 \\ (f_2^1 - f_2^2)C_2 + f_2^2, & s_2 > 0,26 \end{cases}$$

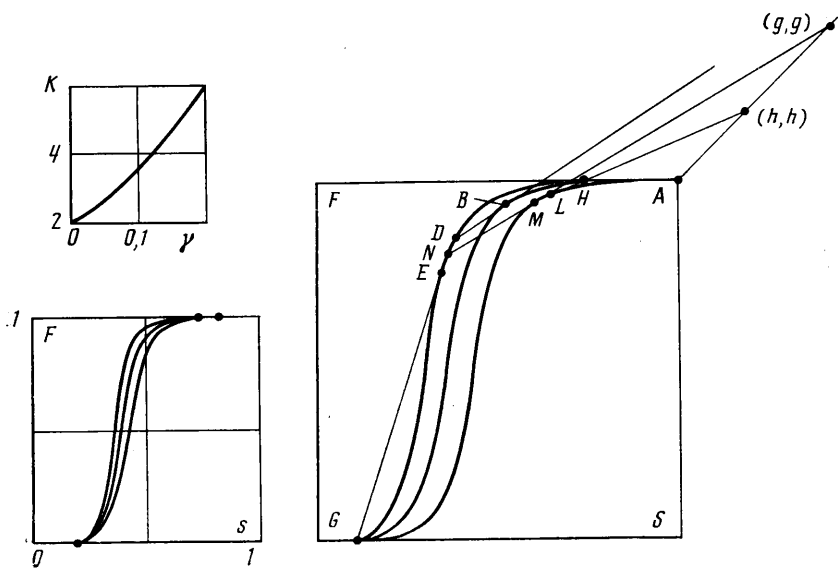
$$f_2^1 = \left(\frac{s_2 - 0,17}{0,834}\right)^3, \quad f_2^2 = \left(\frac{s_2 - 0,26}{0,715}\right)^3, \quad C_1 = \frac{c_1}{c_1^*(0)}$$

$$C_2 = \frac{c_2}{K(0)c_1^*(0)} = \frac{c_2}{c_2^*}$$

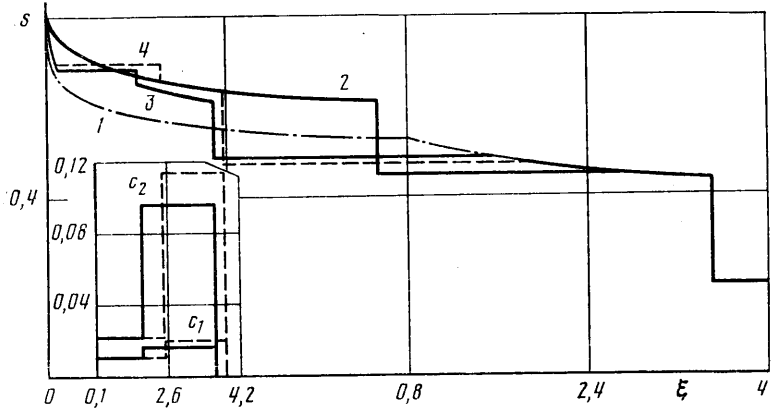
Вязкость  $\text{CO}_2$   $\mu_3$  и отношение плотности  $\text{CO}_2$  к плотности воды и нефти  $\chi$  принимались равными соответственно 0,02 и 0,2. Относительная фазовая проницаемость для  $\text{CO}_2$  считалась зависящей только от насыщенности  $s_3$ , причем ввиду отсутствия соответствующих экспериментальных данных полагалось, что  $f_3(s_3) = f_1(s_3)$ .

Обобщенная функция Баклея — Леверетта  $F(s, c, 0) = F_1(s, 1-s, c, 0)$  при трех значениях концентрации  $c = 0; 0,02; 0,06$  показана на фиг. 1.

Согласно принятым зависимостям фазовых проницаемостей от насыщенностей предельная водонасыщенность равна 0,74 при вытеснении обычной водой и 0,83 при вытеснении карбонизированной водой. Начальная водонасыщенность пласта  $s_0$  принималась равной 0,2.



Фиг. 1



Фиг. 2

Текущая нефтеотдача (коэффициент вытеснения) подсчитывалась по формуле

$$\frac{Q_r(t)}{Q_0} = 1 - \frac{1}{(1-s_0)\xi_L} \int_0^{\xi_L} s_2(\xi) d\xi; \quad \eta_L = \frac{\xi_L}{v^0} = \frac{mL}{v^0 t} = \frac{V_p}{V_i(t)}$$

Здесь  $Q_r(t)$  — объем добытой нефти,  $Q_0$  — объемный запас нефти,  $L$  — фиктивный размер пласта,  $V_p$  — поровый объем пласта,  $V_i(t)$  — объем закачанной жидкости.

При вытеснении нефти карбонизированной водой без учета солеобмена определение структуры фронта вытеснения сводится к построению пути в плоскости  $(s, F)$ , по которому однозначно восстанавливается решение [9]. В данном случае путь  $A-B-D-E-G$  состоит из отрезка кривой  $F(s, c^0)$   $A-B$ ; прямой  $B-D$ , касательной к  $F(s, c^0)$  в точке  $B$ , проходящей через точку  $(g, g)$ ,  $g=K/(K-1)$ , соответствующей сопряженному  $s$ ,  $c$ -скачку; отрезка кривой  $F(s, 0)$   $D-E$  и прямолинейного участка  $E-G$ , касающегося  $F(s, 0)$  и заканчивающегося в точке  $(s_0, 0)$ . Соответствующее распределение водонасыщенности  $s(\xi)$  при  $c^0=0,06$  показано на

фиг. 2 (кривая 2). Здесь же для сравнения приведен профиль водонасыщенности при вытеснении обычной водой (кривая 1).

Построение  $(s, F)$ -пути с учетом начальной минерализации пластовых вод оказывается не столь элементарным и зависит от начальной концентрации  $\text{CO}_2$  в воде, степени минерализации закачиваемой и пластовых вод, сорбционной емкости пласта. Если сорбционная емкость, определяемая величиной  $b_0$ , мала, то фронт десорбции солей будет распространяться быстрее фронта концентрации уголекислоты в воде и в нефти и наличие солей не будет сказываться на распределении водонасыщенности в зоне вытеснения. При большой сорбционной емкости пласта фронт концентрации солей будет отставать от фронта концентрации  $\text{CO}_2$  в фазах и в области контакта солей с карбонизированной водой будет происходить перераспределение уголекислоты между водой и нефтью, сопряженное (при определенных условиях) с выделением уголекислоты в третью фазу.

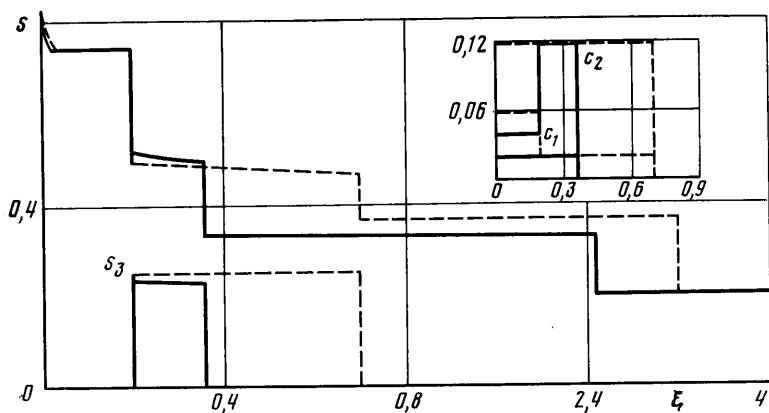
Рассмотрим сначала алгоритм построения решения, когда область трехфазного течения в зоне вытеснения отсутствует. Построение начинается из точки  $A$  (фиг. 1). Двигаясь с малыми шагами по кривой  $F(s, c^\circ, \gamma_0)$ , вычисляем в каждой ее точке значения возможных скоростей  $c$ - и  $\gamma$ -скачков:  $\eta_c = (F-g)/(s-g)$ ,  $g = g(\gamma_0)$ ;  $\eta_\gamma = F/(s+b_0)$  — совпадающих в данном случае с характеристическими скоростями  $\eta_2$  и  $\eta_3$ . Для того чтобы фронт концентрации солей отставал от фронта концентрации  $\text{CO}_2$ , должно выполняться неравенство  $\eta_3 < \eta_2$ . Так как увеличение концентрации солей  $\gamma$  вызывает увеличение концентрации уголекислоты в нефти, то  $F(s, c^+, \gamma^\circ) < F(s, c^\circ, \gamma_0)$ . Поэтому условия продолжимости решения и устойчивости скачка определяют положение последнего требованием, чтобы прямая с наклоном  $\xi_3 = v^\circ \eta_3$ , по которой происходит  $\gamma$ -скачок  $H-L$ , касалась кривой  $F(s, c^+, \gamma^\circ)$  в точке  $L$ , где  $s = s^+$ . В этом случае  $\xi_1^- < \xi_3 = \xi_j = \xi_1^+ = \xi_3^+ < \xi_2^+ < \xi_2^-$ .

Таким образом, процедура определения допустимости сопряженного  $s, c, \gamma$ -скачка сводится к определению по формулам (2.8) скачка концентрации  $\text{CO}_2$  в воде  $[c]$ , движения по прямой с наклоном  $v^\circ \eta_3$  до пересечения с кривой  $F(s, c^+, \gamma^\circ)$  и проверки условия касания. Как только  $s, c, \gamma$ -скачок построен, дальнейшее продолжение решения осуществляется так же, как при вытеснении карбонизированной водой с концентрацией  $c^+$ . Положение  $s, c$ -скачка  $M-N$  будет определяться точкой касания прямой, проходящей через точку  $(g, g)$ , где  $g = g(\gamma^\circ)$ , и кривой  $F(s, c^+, \gamma^\circ)$ . Соответствующее распределение водонасыщенности при  $c^\circ = 0,01$  и  $\gamma^\circ = 0,2$  приведено на фиг. 2 (кривая 3 соответствует  $b_0 = 4,3$ , кривая 4 —  $b_0 = 3,3$ ).

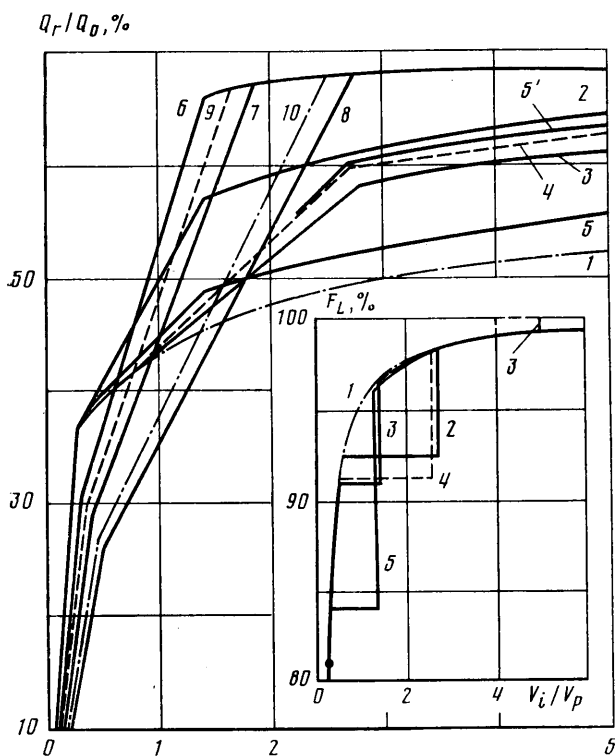
Заметим, что при малой сорбционной емкости пласта  $b_0$  наряду с решением с опережающим скачком концентрации солей в некоторых случаях можно построить решение, в котором скачки солей и уголекислоты движутся с одинаковой скоростью. Положение двойного скачка в плоскости  $(s, F)$  определяется пересечением прямой, проходящей через точки  $(-b_0, 0)$  и  $(g(\gamma_0), g(\gamma_0))$ , с кривой  $F(s, c^\circ, \gamma_0)$ . Устойчивость скачка обеспечивается условиями  $\xi_1^- < \xi_2^+ < \xi_2^- = \xi_3^- = \xi_j = \xi_3^+ < \xi_1^+$ , т. е. обе характеристики первого семейства являются уходящими, а остальные четыре — входящими. Подобная неединственность автомодельного решения отмечалась в [11].

Рассмотрим процедуру построения решения в том случае, когда в структуре зоны вытеснения возникает область трехфазного течения. Начиная построение так же, как и выше, сначала проверяем, возможен ли скачок без перехода двухфазного течения в трехфазное, т. е. выполняется ли условие  $c^+ \leq c_1^*(\gamma_0)$ . Если оно нарушено, строим скачок в область трехфазного течения, удовлетворяющий соотношениям (2.16) и (2.17). Решение уравнений (2.17) осуществлялось методом последовательных приближений. Сначала решалось первое уравнение относительно  $s_1^+$  при  $s_2^+ = s_2^- = \text{const}$ , затем найденное значение  $s_1$  представлялось во второе уравнение, которое решалось относительно  $s_2^+$ . Новое значение  $s_2^+$  подставлялось





Фиг. 3

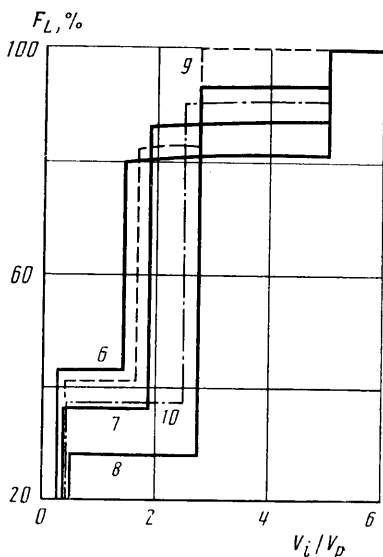


Фиг. 4

в первое уравнение и т. д. После определения  $s_1^+$  и  $s_2^+$  проверялись условия продолжимости решения и устойчивости скачка, которые в данном случае сводились к требованию равенства скорости скачка  $\xi_j$  меньшей характеристической скорости перед скачком  $\xi_1(s_1^+, s_2^+, c_1^*(\gamma^0), \gamma^0)$ . После построения скачка решение продолжалось участком непрерывного изменения насыщенностей  $s_1$  и  $s_2$  вдоль линий векторного поля уравнения (2.12) при  $\xi = \xi_1$  в направлении возрастания  $\xi_1$ . При этом в каждой точке  $(s_1, s_2)$  проверялась возможность скачка в область двухфазного течения. Допустимый с точки зрения продолжимости решения переход с семейства характеристик  $\xi = \xi_1$  в плоскости  $(s_1, s_2)$  на характеристики семейства  $\xi = \xi_2$  приводит к неустойчивости последующего скачка в область двухфазного пото-

ка. Действительно, скорость скачка  $\xi_j$  должна быть равна одной из характеристических скоростей  $\xi_1$  или  $\xi_2$ . Но так как две характеристики перед скачком являются уходящими ( $\xi_s^+ = \xi_1^+ > \xi_j$ ;  $\xi_r^+ = \xi_2^+ > \xi_j$ ), то для устойчивости скачка необходимо, чтобы все остальные четыре характеристики были приходящими, т. е. допустимым является лишь скачок со скоростью  $\xi_j = \xi_1^-$ . При этом из условия  $\xi_c^+ = \xi_2^+ \leq \xi_j$  следует, что на скачке в область двухфазного течения  $c_1^+ = c_2^+ = 0$ . Таким образом, при движении по характеристике  $\xi = \xi_1$  в плоскости  $(s_1, s_2)$  по формулам (2.19) находились значения  $[v]$  и  $[c_1]$  и проверялось условие  $[c_1]^+ + c_1^- = 0$ . После определения положения скачка водонасыщенность перед скачком  $s_1^+ = 1 - s_2^+$  определялась из решения уравнения (2.20), и продолжение пути в плоскости  $(s, F)$  достраивалось по уже известной методике.

На фиг. 3 ( $b_0 = 4,3$ ) показана структура фронта вытеснения, содержащая область трехфазного течения, при нагнетании карбонизированной воды с концентрацией  $\text{CO}_2$   $c^\circ = 0,02$  (сплошная линия) и с предельной концентрацией  $c^\circ = 0,06$  (штриховая линия). В обоих случаях  $\gamma_0 = 0$ ,  $\gamma^\circ = 0,2$ .



Фиг. 5

Из приведенных результатов следует, что учет повышенной минерализации пластовых вод приводит к существенному изменению структуры фронта вытеснения. При больших значениях начальной концентрации  $\text{CO}_2$  в воде ( $c^\circ \geq c_1^*(\gamma^\circ)$ ) образуется зона трехфазного течения и увеличивается полнота вытеснения нефти в области ее контакта с карбонизированной водой, одновременно падает скорость распространения переднего фронта водонасыщенности. При малых  $c^\circ$ , если течение остается двухфазным, увеличение начальной концентрации солей в пластовых водах ( $\gamma^\circ > \gamma_0$ ) приводит к замедлению распространения фронта концентрации углекислоты в фазах вследствие увеличения ее содержания в воде и в нефти в области контакта карбонизированной воды с солями, сорбированными пористой средой. Таким образом, в этом случае структура передне-

го фронта вытеснения почти не меняется, но возрастает насыщенность вытесняющей фазы на более поздней стадии процесса вытеснения. При медленном изменении одного из параметров  $c^\circ$ ,  $\gamma^\circ$  и  $b_0$ , сопровождающемся возникновением или исчезновением зоны трехфазного течения, структура фронта вытеснения изменяется скачкообразно.

На фиг. 4 и 5 показаны зависимости текущей нефтеотдачи и обводненности продукции  $F_L$  (доли воды в потоке на выходе из пласта) от безразмерного времени, численно равному отношению объема закачки к поровому объему пласта. Кривые 1—4 соответствуют распределениям водонасыщенности фиг. 2; кривые 5 и 5' получены при  $c^\circ = 0,013$ ,  $b_0 = 4,3$  и минерализации пластовых вод  $\gamma^\circ$ , равной соответственно 0 и 0,2; кривые 6—8 отвечают  $c^\circ = 0,06$ ; 0,04; 0,02 при  $\gamma^\circ = 0,2$  и  $b_0 = 4,3$ ; кривая 9 отличается от 7 только значением  $b_0 = 2,0$ ; кривая 10 соответствует 6 при увеличении плотности и вязкости  $\text{CO}_2$  в пластовых условиях:  $\chi = 0,7$ ,  $\mu_3 = 0,07$ .

Видно, что при малых значениях  $c$  и  $\gamma_0 \neq \gamma^\circ = 0,2$  темпы роста текущей нефтеотдачи значительно возрастают после прокачивания примерно 1,5 поровых объемов. Так, при  $V_i/V_p \approx 2,6$  и  $c^\circ = 0,013$  увеличение нефтеотдачи составляет 8% и лишь на 1% меньше, чем при вытеснении карбонизированной водой с концентрацией  $\text{CO}_2$   $c = 0,06$  и  $\gamma_0 = \gamma^\circ = 0$  (кривые 5', 5 и 2). Доля воды в извлекаемой жидкости при этом сначала возрастает несколь-

ко быстрее, но затем дольше поддерживается на постоянном уровне, отдаляя наступление периода сильной обводненности (более чем на 95%).

Интересной в данном случае оказывается зависимость решения от сорбционной емкости пласта  $b_0$ . Уменьшение  $b_0$  приводит к увеличению скорости сопряженного  $s$ ,  $c$ ,  $\gamma$ -скачка и увеличению интенсивностей скачков концентрации  $\text{CO}_2$  в воде и в нефти. Качественно этот факт можно объяснить следующим образом. Уменьшение  $b_0$  приводит к росту  $v^\circ \eta_3$  — наклона прямой, по которой может произойти скачок солей, поэтому в силу упорядоченности кривых  $F(s, c, \gamma)$  ( $F(s, c^*, \gamma) \geq F(s, c, \gamma)$ , если  $c^* < c$ ) условие касания выполняется для кривой  $F(s, c^+, \gamma)$  с большим значением концентрации  $c^+$ . Формально это следует из (2.8): при уменьшении  $b^\circ$  значение  $h$  возрастает, оставаясь близким к 1, что приводит к уменьшению  $p \gg 1$  и увеличению отношения  $c^+/c^-$ . Перераспределение содержания  $\text{CO}_2$  в фазах при уменьшении  $b_0$  показано на фиг. 2 (кривые 3 и 4), одновременно с увеличением концентраций  $\text{CO}_2$  в воде и в нефти уменьшается размер зоны контакта карбонизированной воды с солями. В итоге возрастает текущая нефтеотдача и снижаются темпы обводнения добываемой продукции (кривые 3 и 4 на фиг. 4, 5). Дальнейшее уменьшение  $b_0$ , даже при начальной концентрации  $\text{CO}_2$  в воде  $c^\circ$ , меньшей растворимости  $\text{CO}_2$  в минерализованной воде, приводит к образованию в структуре фронта вытеснения зоны трехфазного течения. Наконец, существует некоторое критическое значение  $b_{0*}$ , такое, что при  $b_0 < b_{0*}$  вымывание солей происходит быстрее распространения углекислоты в потоке и различие солевого состава пластовой и закачиваемой вод вообще не сказывается на показателях процесса вытеснения. Отсюда следует, что зависимости темпов роста нефтеотдачи и обводненности от сорбционной емкости пласта являются немонотонными.

При начальной концентрации  $\text{CO}_2$  в воде  $c^\circ$ , превышающей растворимость  $\text{CO}_2$  в минерализованных пластовых водах, учет солеобмена приводит к некоторому замедлению роста нефтеотдачи на ранней стадии и ускорению на поздней стадии (кривые 3 и 6) вместе с увеличением конечной нефтеотдачи. Так, при  $c^\circ = 0,06$  и  $\gamma^\circ = 0,2$  коэффициент вытеснения после прокачивания примерно  $1,3 V_p$  возрастает от 57 до 66%, а после прокачивания  $5 V_p$  — от 65 до 68%. При этом значительно медленнее возрастает обводненность продукции. В отличие от случая  $\gamma_0 = \gamma^\circ = 0$ , когда с увеличением  $c^\circ$  нефтеотдача возрастает одновременно на ранней и более поздней стадиях вытеснения (кривые 1, 5 и 2), увеличение  $c^\circ$  при  $\gamma_0 < \gamma^\circ = \text{const}$  быстро приводит к достижению постоянной конечной нефтеотдачи; дальнейшее увеличение  $c^\circ$  сопровождается в основном возрастанием темпов вытеснения. При этом обводненность несколько увеличивается на ранней стадии вытеснения, но снижается на более поздней (кривые 8 и 6). Уменьшение  $b_0$  (кривые 7 и 9) приводит к ускорению обводненности продукции и незначительному увеличению темпов роста нефтеотдачи.

Наконец, увеличение вязкости и плотности  $\text{CO}_2$  в пластовых условиях при нагнетании карбонизированной воды сопровождается снижением темпов роста текущей нефтеотдачи, некоторым уменьшением обводненности на ранней стадии и ее увеличением на поздней стадии процесса вытеснения (кривые 6 и 10). При этом протяженность области трехфазного течения уменьшается, но насыщенности в ней меняются незначительно. Здесь, однако, не учитывается, что при выделении жидкой углекислоты возможно ее неограниченное смешивание с нефтью [8]. Соответствующая этим условиям структура фронта вытеснения рассмотрена в [10].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бабалян Г. А., Гумасян А. Б., Пантелев В. Г., Леви Б. И., Халимов Э. М. Применение карбонизированной воды для увеличения нефтеотдачи. М.: Недра, 1976. 143 с.

2. Балит В., Бан А., Долешал Ш., Забродин П. И., Терек Я. Применение углекислого газа в добыче нефти. М.: Недра, 1977. 240 с.
3. Holm L. W. Status of CO<sub>2</sub> and hydrocarbon miscible oil recovery methods.— J. Petrol. Technol., 1976, v. 28, № 1, p. 76–84.
4. Stalkup F. I. Carbon dioxide miscible flooding: past, present, and outlook for the future.— J. Petrol. Techn., 1978, v. 30, № 8, p. 1102–1112.
5. de Nevers N. A calculation method for carbonated water flooding.— Soc. Petrol. Eng. J., 1964, v. 4, № 1, p. 9–20.
6. Claridge E. L., Bondor P. L. A graphical method for calculating linear displacement with mass transfer and continuously changing mobilities.— Soc. Petrol. Eng. Journal, 1974, v. 14, № 6, p. 609–618.
7. Зискин Е. А., Рыжик В. М. Автомодельные решения задачи двухфазного вытеснения нефти раствором активной примеси с учетом массообмена между фазами.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4, с. 66–73.
8. Леви Б. И., Шахмаева А. Г. Гидродинамическая модель и некоторые результаты расчета процесса доотмыва нефти оторочками жидкой углекислоты.— Тр. Башк. научн.-исслед. и проектного ин-та нефт. пром-сти, 1976, вып. 47, с. 27–29.
9. Енгов В. М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов). М. (Ин-т проблем мех. АН СССР. Препринт № 161), 1980. 63 с.
10. Енгов В. М., Зазовский А. Ф. О вытеснении нефти раствором двух примесей (активной и пассивной).— Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 6, с. 74–83.
11. Брагинская Г. С., Енгов В. М. О неизотермическом вытеснении нефти раствором активной примеси. М. (Ин-т проблем мех. АН СССР. Препринт № 112), 1978. 60 с.

Москва

Поступила в редакцию  
5.III.1981.