

УДК 532.525.2:532.517.4

О ДЕФОРМАЦИИ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ

АБРАМОВИЧ Г. Н.

Первая экспериментальная работа, в которой исследовались поля осредненной скорости в прямоугольных струях, была выполнена в 1933 г. в СССР [1]. В последующие 30 лет внимание было сосредоточено на изучении плоскопараллельной турбулентной струи. Были разработаны различные полуэмпирические теории плоской струи, приведенные в монографии [2]. При постановке экспериментальных исследований особое внимание обращалось на обеспечение таких условий эксперимента, при которых путем установки специальных экранов влияние «пространственного эффекта» по возможности исключается [3].

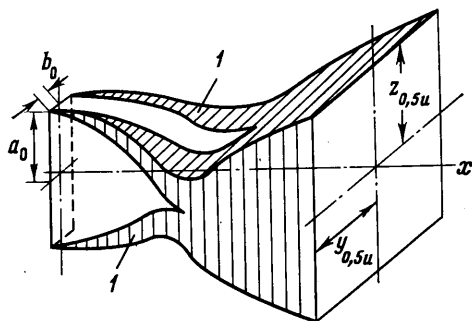
В середине 60-х годов снова начали появляться работы, посвященные струям и следам пространственной формы [4, 5]. В обстоятельном экспериментальном исследовании струй прямоугольного сечения [6] внимание было обращено на сильное влияние начальных условий истечения на интенсивность последующей деформации струи.

В последние годы делались попытки теоретического расчета деформирующейся прямоугольной струи [7], основывающиеся на предположении о наличии на периферии прямоугольной струи значительных по величине поперечных составляющих скорости. Однако в указанных работах нет достаточного физического обоснования этих аномальных поперечных скоростей и поэтому метод расчета носит искусственный характер.

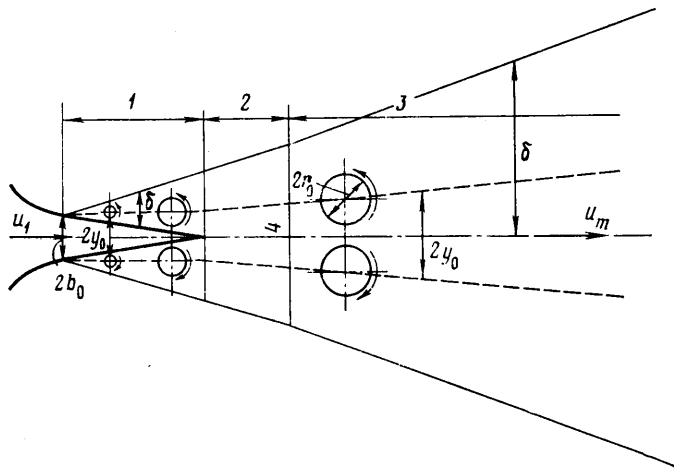
В настоящей работе предполагается, что крупные вихри, которые формируются в зоне смещения турбулентной струи, порождают пульсирующее поле давления. Средняя по времени величина давления зависит от относительного расстояния между параллельными отрезками замкнутого крупного вихря, расположенного в поперечном сечении струи. Чем ближе к оси струи и толще соответствующие отрезки вихря, тем ниже среднее давление в поле вихря. Поэтому на короткие, взаимно более удаленные стороны жидкого контура, охватываемого замкнутым прямоугольным вихрем, действует более высокое давление, чем на длинные его стороны. Это вызывает перетекание жидкости в плоскости поперечного сечения струи, в результате чего вихрь, его внутреннее поле и все поперечное сечение струи, постепенно деформируются.

Разработанная автором ранее приближенная теория влияния крупных вихрей на структуру турбулентной струи [8, 9] дает возможность определить относительную толщину вихря, относительные расстояния между противолежащими отрезками вихря и соответственно поле среднего по времени давления. Используя эти сведения и устанавливая связь между распределением давлений и деформационным поперечным движением жидкости, автор предлагает физически обоснованный метод приближенного расчета деформации прямоугольной струи, который удовлетворительно согласуется с экспериментальными результатами, опубликованными в 1973–1979 гг. [6, 8, 10, 11].

1. Опыты [4–7, 8, 10, 11] показывают, что растекание турбулентной струи прямоугольного сечения в затопленном пространстве сопровождается деформацией ее поперечного сечения, причем малая сторона прямоугольника в направлении течения увеличивается, а большая уменьшается (фиг. 1, $a_0 = 5,25b_0$, l — слой смещения). На некотором расстоянии от начала струи ее поперечное сечение становится квадратным и с дальнейшим развитием струи направления короткой и длинной сторон сечения струи меняются местами. По-видимому, если бы на этот процесс не влияло турбулентное перемешивание, то на некотором удалении от начала струи ее прямоугольное сечение приобрело бы первоначальную форму, но было бы



Фиг. 1



Фиг. 2

расположено под прямым углом к начальному сечению. После этого направление деформации изменилось бы на обратное. Однако турбулентное перемешивание приводит к тому, что колебания формы поперечного сечения прямоугольной струи оказываются затухающими.

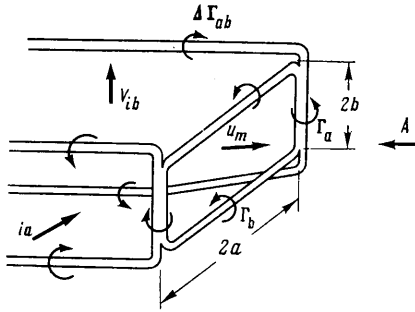
Из работ [8, 11] следует, что в слоях смешения возникают крупные вихри, транспортируемые осредненным потоком со скоростью, равной местной осредненной скорости u_0 , и обтекаемые пульсирующей частью потока с относительной скоростью, пропорциональной максимальной пульсационной скорости $U \sim \langle u_0' \rangle$ (фиг. 2: 1 — начальный участок, 2 — переходный участок, 3 — основной участок, 4 — переходное сечение). Поле давления, обусловленное пульсационным обтеканием крупных вихрей, движется с такой же осредненной скоростью u_0 , как и вихри, т. е. представляет собой бегущую волну давления. Относительно любого слоя потока, имеющего скорость u , волна давления движется со скоростью $u_0 - u$.

В работах [8, 11] получены поля давлений, вызванные крупными вихрями. В частности, на траектории, по которой движется крупный вихрь в плоской струе, максимальное мгновенное отклонение давления от действительного в невозмущенной окружающей струю жидкости составляет

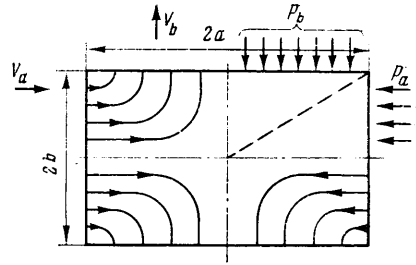
$$\langle p_0' \rangle_{\max} = -0,5\rho_0 U^2 (2q + q^2) \quad (1.1)$$

$$q = \frac{1 + D_1^2 \pm D_2 (\pm 1 - D_1)}{1 - 0,25 (D_3 \pm D_4)} \quad (1.2)$$

$$D_1 = \frac{r_0}{2y_0 \pm r_0}, \quad D_2 = \frac{A_0 r_0}{2\delta}, \quad D_3 = \frac{r_0^2}{y_0^2}, \quad D_4 = \frac{A_0 r_0^2}{\delta y_0}$$



Фиг. 3



Фиг. 4

В [8] получены следующие величины радиуса вихря r_0 , безразмерной циркуляции вихря A_0 , относительной скорости обтекания вихря и средней пульсации давления на линии вихрей

$$r_0 = k_e \delta, \quad A_0 = \frac{\delta |\Gamma|}{\pi r_0^2 U}, \quad U = 0,25 u_m, \quad \langle p_0' \rangle = 0,22 \langle p_0' \rangle_{\max} \quad (1.3)$$

Здесь $k_e = 0,22$ — эмпирическая постоянная, $A_0 = 2$ в начальном участке струи, $A_0 = 2,27$ в переходном и основном участках.

Подставляя (1.3) в (1.1)–(1.2), выводим формулу для осредненного отклонения на линии вихрей от давления невозмущенного газа:

$$\langle p_0' \rangle = -0,008 \rho_0 u_m^2 (2q + q^2) \quad (1.4)$$

Полагается, что в струе прямоугольного сечения концы вихрей, возникающих во взаимно перпендикулярных слоях смешения, смыкаются между собой, образуя замкнутый вихрь, свернутый в виде прямоугольника (вид по A фиг. 3 — вихревая система переходного и основного участков прямоугольной струи). При этом более близко расположенные отрезки вихрей ($y_{ob} = b$), как следует из (1.4), индуцируют большее разрежение. Разность давлений, действующих на стороны прямоугольного внутреннего поля, охватываемого вихрем, возбуждает деформационное движение, линии тока которого показаны на фиг. 4. Следствием этого деформационного движения является постепенное укорачивание длинной и удлинение короткой сторон прямоугольного сечения струи. В том месте, где поперечное сечение становится квадратным ($a = b$), давление на сторонах a и b уравнивается, но возникшее деформационное движение при этом продолжается по инерции до тех пор, пока усиливающийся перепад давлений, знак которого изменяется на обратный (при $b > a$), полностью не затормозит процесс деформации, после чего начинается второй цикл деформации поперечного сечения струи и т. д.

2. Предлагается следующий метод расчета деформации трехмерной струи. Будем определять разность давлений, приложенных к сторонам $2a$ и $2b$ прямоугольного внутреннего поля вихря, исходя из предположения, что отрезки вихря, расположенные по этим сторонам, действуют как вихри бесконечной протяженности, т. е. распространим формулу (1.4) на отрезки вихря прямоугольной формы. Тогда средняя разность давлений, приложенных соответственно к короткой и длинной сторонам прямоугольного внутреннего поля вихря, равна

$$-\Delta p = \langle p_{ob}' \rangle - \langle p_{oa}' \rangle = 0,008 \rho_0 u_m^2 (q_a - q_b) (2 + q_a + q_b) \quad (2.1)$$

При определении величин q_a и q_b в формулу (1.2) подставляются соответственно $y_{oa} = a$ и $y_{ob} = b$.

Расчет деформационного движения несжимаемой жидкости в плоскости поперечного сечения струи можно выполнить, опираясь на следующие

соображения (фиг. 4). Площадь, охватываемая прямоугольным вихрем, при деформации поперечного сечения на коротком участке струи, равном расчетному шагу Δx , не изменяется. В начальном участке струи

$$R_0^2 = ab = a_0 b_0 = \text{const} \quad (2.2)$$

Текущие значения скорости деформации на взаимно перпендикулярных сторонах прямоугольного сечения согласно условию неразрывности

$$V_{ab} = -V_{ba}, \quad V_a = \frac{da}{dt}, \quad V_b = \frac{db}{dt} \quad (2.3)$$

Суммарная работа сил давления (за бесконечно малое время dt), приложенных к массе жидкости, заполняющей прямоугольное сечение, равно изменению суммарной кинетической энергии этой массы

$$-dL_p = \langle p_{ob}' \rangle a V_b dt + \langle p_{oa}' \rangle b V_a dt = 0,25 ab \rho_0 d(V_a^2 + V_b^2) \quad (2.4)$$

Здесь использовано приближенное предположение, что половина рассматриваемой массы, лежащая выше диагонали четвертинки прямоугольного сечения (фиг. 4), имеет скорость V_b , а лежащая ниже диагонали — скорость V_a .

Величины $\langle p_{ob}' \rangle$, $\langle p_{oa}' \rangle$, получаемые из (1.4), представляют собой средние давления на соответствующих сторонах прямоугольного сечения. Используя (2.1), (2.2) и (2.3), приведем (2.4) к виду

$$-\Delta p = 0,5 \rho_0 \left(b \frac{dV_b}{dt} - a \frac{dV_a}{dt} \right) \quad (2.5)$$

$$\frac{dV_b}{dt} = \frac{d^2 b}{dt^2}, \quad \frac{dV_a}{dt} = \frac{d^2 a}{dt^2} = a \left[\frac{2}{b^2} \left(\frac{ab}{dt} \right)^2 - \frac{1}{b} \frac{d^2 b}{dt^2} \right] \quad (2.6)$$

После подстановки (2.6) в (2.5) с учетом (2.2) и (2.3) имеем

$$-\Delta p = 0,5 \rho_0 \left[\left(b + \frac{a^2}{b} \right) \frac{d^2 b}{dt^2} - \frac{2a^2}{b^2} \left(\frac{db}{dt} \right)^2 \right] \quad (2.7)$$

В общем виде из (2.7) находим ускорение деформационного движения

$$\frac{d^2 b}{dt^2} = \frac{2(\Delta p / \rho_0 - V_a^2)}{b + R^2 / b} \quad (2.8)$$

В связи с тем что расчет деформирующейся струи на разных ее участках (начальном, переходном и основном) имеет свои особенности, остановимся отдельно на каждом участке.

3. Известно, что длина начального участка равна приблизительно девяти начальным полуширинам для плоскопараллельной струи (при $a_0 \rightarrow \infty$) или девяти начальным радиусам для струи круглого сечения [2]. Особенностью прямоугольной струи является то, что слои смешения, образующиеся на ее боковых поверхностях, проникают к оси струи не одновременно.

Будем считать, что толщина слоя смешения в начальном участке прямоугольной струи одинакова по всему периметру любого поперечного сечения и возрастает вдоль струи по закону [2] $\delta = 0,27x$.

Абсциссу x_{nb} (при $b < a$) точки первого пересечения границы максимальной скорости слоя смешения с осью прямоугольной струи находят из условия $y_{nb} = b_n$, где b_n отыскивается последовательным расчетом струи, разбитой на шаги равной длины Δx .

В начальном участке обычной струи крупные вихри движутся по линии, продолжающей кромку сопла, в связи с чем поперечное расстояние между противоположными вихрями остается неизменным и равным ширине сопла [9, 12]. В случае струи прямоугольного сечения логично допустить, что

на начальном участке при $x < x_{нб}$ крупный вихрь охватывает прямоугольное поле постоянной площади (2.2).

Рекомендуется следующая последовательность расчета деформации начального участка прямоугольной струи. После выбора расчетного шага Δx определяется время пробега вихря на этом шаге $\Delta t = \Delta x / u_0 = 1,43 \Delta x / u_1$, где $u_0 = 0,7 u_1$ — скорость перемещения вихря, u_1 — скорость в ядре струи, равная скорости истечения. Далее с учетом (2.8) получается скорость деформации

$$V_b = \frac{db}{dt} = \left(\frac{d^2b}{dt^2} \right) \Delta t \quad (3.1)$$

При определении ускорения d^2b/dt^2 используются формулы (2.1) и (1.2) для местного значения разности давлений на смежных сторонах прямоугольного поля вихря, причем величины $y_{0a} = a$, $y_{0b} = b$, $r_0 = 22\delta$ и $-|V_a| = |V_b| a/b$ для n -го шага берутся из расчета предыдущего ($n-1$)-го шага. В начале струи, т. е. для первого шага, скорости деформации равны нулю ($V_a = V_b = 0$). Площадь внутреннего поля вихря при $x < x_{нб}$, как указано в (2.2), принимается постоянной. Прирост толщины слоя смешения на расстоянии одного шага $\Delta\delta = 0,27\Delta x$, прирост сторон прямоугольного поля вихря вычисляется по формулам

$$\Delta b_n = \left(\frac{db}{dt} \right) \Delta t, \quad b_n = b_{n-1} + \Delta b_n, \quad a_n = \frac{R_0^2}{b_n} \quad (3.2)$$

Ось вихря расположена на расстоянии [8] $y_n = 0,3\delta_n$ от границы максимальной скорости слоя смешения. Поэтому продольная координата $x_{нб}$ сечения, в котором слой смешения пересекается с осью струи, отыскивается в процессе расчета из условия $y_{нб} = b_{нб} = 0,3\delta_{нб}$.

Расчет переходного участка струи требует дополнительных разъяснений. Между точкой $x = x_{нб}$ и точкой пересечения смежной зоны смешения с осью струи $x = x_{на}$ в слоях смешения, несущих длинные отрезки прямоугольного вихря, наступает режим течения, характерный для переходного участка, а в остальных двух слоях (не достигших оси струи) сохраняется режим начального участка. В связи с этим в зоне $x > x_{нб}$ нарушается равенство толщин смежных слоев смешения ($\delta_a \neq \delta_b$). Прирост толщины слоя δ_a можно по-прежнему определить по формуле $\Delta\delta_a = 0,27\Delta x$. Тогда как толщина смежного слоя δ_b должна в этой зоне отыскиваться по законам переходного участка струи [2] $\Delta\delta_b = 0,18\Delta x$. При расчете значений параметров q_a и q_b используются разные значения y_0 , определяемые соответственно для слоя смешения, примыкающего к оси струи, $y_{0b} = 0,3\delta_b$, а для слоя смешения, граничащего с зоной постоянной скорости, $y_{0a} = a$.

Кроме того, на участке $x > x_{нб}$ следует учитывать одностороннее увеличение поля вихря, причем прирост величины R в (2.2) и (2.8) на длине Δx можно определить

$$\Delta(R^2) = a_0 \Delta b = 0,3 \Delta\delta_b a_0 = 0,054 a_0 \Delta x$$

Расчет ведется до примыкания к оси струи второго слоя смешения ($x = x_{на}$). Если в слое δ_b переходный участок закончится при $x_{нб} < x_{на}$, то в зоне $x_{на} < x < x_{на}$ этот слой ведет себя как в основном участке струи. Тогда следует полагать [2] $\Delta\delta_b = 0,22\Delta x$ и соответственно $\Delta(R^2) = 0,066 a_0 \Delta x$.

Разным толщинам слоев смешения ($\delta_a \neq \delta_b$) соответствуют разные радиусы отрезков крупного вихря ($r_{0a} \neq r_{0b}$) и, следовательно, неодинаковые величины циркуляции ($\Gamma_a \neq \Gamma_b$), которые определяются по формуле (1.3)

$$\Gamma_a = \frac{\pi r_{0a}^2 U A_0}{\delta_a}, \quad \Gamma_b = \frac{\pi r_{0b}^2 U A_0}{\delta_b} \quad (3.3)$$

В углах поперечного сечения струи, где концы смежных отрезков вихря соединяются, происходит скачок циркуляции

$$\Delta\Gamma_{cb} = \Gamma_a - \Gamma_b = \Gamma_b (\delta_a/\delta_b - 1) \quad (3.4)$$

Очевидно, что при этом формируется следующая вихревая система. В сечении располагается замкнутый вихрь меньшей циркуляции Γ_b , а концы вихря большей циркуляции Γ_a расщепляются на две части; одна часть этого вихря входит в замкнутый вихрь, а другая часть, отвечая избытку циркуляции $\Delta\Gamma_{cb}$, образует свободный конец вихря, который выходит в зону пониженной скорости и сносится относительным движением жидкости, располагаясь вдоль струи. Конец свободного вихря должен при этом опираться на выходную кромку сопла струи, чем обеспечивается выполнение условия сохранения вихря. Описанная вихревая система, изображенная на фиг. 3, аналогична образующейся на крыле конечного размаха.

Свободные вихри индуцируют дополнительные скорости V_{ai} и V_{bi} , влияющие на процесс деформации струи.

Таким образом, при расчете деформации струи на переходном участке следует к определенным по разности давлений величинам скоростей V_a и V_b добавлять индуктивные скорости $V_{ax} = V_a \pm V_{ai}$, $V_{bx} = V_b \pm V_{bi}$.

Знак зависит от направления индуктивной скорости. Для определения среднего значения индуктивной скорости (на данной стороне сечения) можно воспользоваться формулами из теории крыла конечного размаха

$$V_{ai} = \frac{\Delta\Gamma_{cb}}{\pi a}, \quad V_{bi} = \frac{\Delta\Gamma_{cb}}{\pi b}, \quad \Delta\Gamma_{cb} = \frac{\pi r_{ob}^2 U A_0}{\delta_b} \left(\frac{\delta_a}{\delta_b} - 1 \right) \quad (3.5)$$

В соответствии с принятым в теории крупных вихрей ($U = 0,25u_m$, $r_{ob} = 0,22\delta_b$) и согласно (3.5)

$$V_{ai} = 0,012 u_m \frac{A_0 (\delta_a - \delta_b)}{a} = -V_{bi} \frac{a}{b} \quad (3.6)$$

Связь между полными скоростями деформационного движения определяется из закона неразрывности $V_{ax}b = -V_{bx}a$.

При большой разнице сторон поперечного сечения струи ($a \gg b$) конец переходного участка по короткой стороне наступает раньше конца начального участка по длинной стороне ($x_{nb} < x_{na}$), но при $x_{nb} < x$ нужно учитывать изменение скорости на оси струи ($u_m < u_1$) вначале по законам плоскопараллельной струи, а в последующей части струи ($x > x_e$) — по законам пространственной струи.

В плоской [2] и прямоугольной струе при $x > x_b$ [7] соответственно имеем

$$\frac{u_m}{u_1} = \sqrt{\frac{x_{nb}}{x}} \quad \frac{u_m}{u_1} = \frac{x_m}{x} \quad (3.7)$$

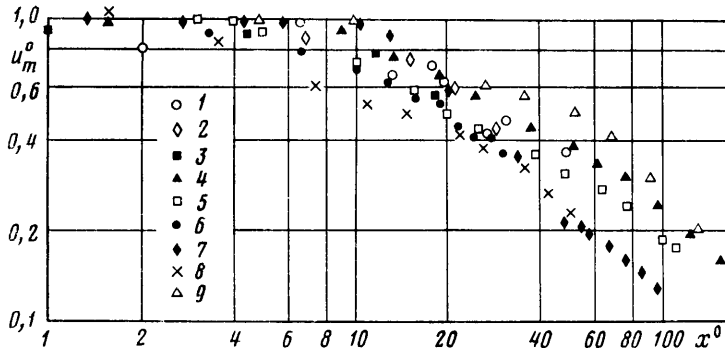
Здесь x_m — место пересечения гиперболы второй зависимости (3.7) с линией $u_m = u_1$. Опыты [6] показывают, что для ориентировочного расчета прямоугольной турбулентной струи можно принять $x_m = 12,5R_0$.

Переход от первой зависимости (3.7) ко второй осуществляется при некоторой промежуточной абсциссе $x_e \approx x_{na}$, где обе зависимости пересекаются, и поэтому $x_m = \sqrt{x_{na} x_{nb}}$. Величины характерных значений абсцисс x_m при расчете прямоугольной струи используются для определения скорости на оси.

В какой мере характер распределения скорости по оси пространственной струи описывается зависимостью $x_m = 12,5R_0$, можно судить по разбросу точек на фиг. 5, где представлены результаты всех известных опытов для прямоугольных струй, вытекающих как из плавных сопел, так и из отверстий с острыми краями в плоской стенке. На фиг. 5 приняты обозна-

чения: $u_m^\circ = u_m/u_1$ — относительная скорость на оси прямоугольной струи, $x^\circ = 2x/\sqrt{F_0}$ — отношение расстояния до сопла к стороне квадрата, равновеликого выходному сечению сопла. Отношение сторон a_0/b_0 . Сопло: 1 — 1; 2 — 2; 3 — 5; 4 — 10; 5 — 16,7; 6 — 10. Диафрагма: 7 — 5,25; 8 — 12,4; 9 — 10. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных для каждого из обобщенных на фиг. 5 случаев дается ниже.

В области $x_{на} > x > x_{нб}$ в формулу (1.4) подставляют значение u_m , определенное из первого выражения (3.7), а для $x > x_{на}$ — из второго выражения (3.7).



Фиг. 5

Площадь поля вихря R^2 , принятая постоянной на начальном участке струи (при $x < x_{нб}$) и возрастающая в области $x > x_{нб}$, растет и в основном участке; здесь обе стороны этого поля увеличиваются с толщиной струи (при $x > x_{на}$) по закону

$$\Delta R^2 = ab = 0,09\delta_a\delta_b \quad (3.8)$$

Вместе с тем радиус вихря составляет постоянную долю от соответствующей толщины струи

$$r_{0a} = 0,22\delta_a, \quad r_{0b} = 0,22\delta_b \quad (3.9)$$

Следовательно, при подстановке выражений (3.8) и (3.9) в (1.2) получается одно и то же значение параметра q в смежных слоях смешения ($q_a = q_b$), но тогда, согласно (2.1), исчезает разность давлений на смежных сторонах поля вихря ($\Delta p = 0$). В таком случае при $x > x_{на}$ деформация струи зависит только от сочетания инерционной скорости деформации V_a и индуктивной скорости V_{ai} : $V_{a\pm} = V_a - V_{ai}$.

При этом

$$\frac{d^2b}{dt^2} = \frac{2V_{a\pm}^2}{b + R^4/b^3}$$

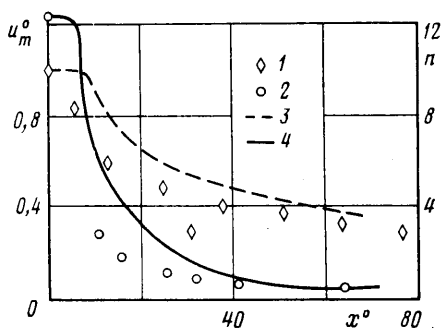
Здесь V_{ai} определяется из (3.5).

Следует указать на то, что в области падающей кривой $u_m(x)$ интервал времени, отвечающий расчетному шагу Δx , определяется с учетом местного значения u_m : $\Delta t = 1,43\Delta x/u_m$. Приведенные выше расчетные формулы получены для случая истечения из сопла струи с равномерным полем скорости. Наличие начальной неравномерности потока может быть учтено путем замены истинного сечения струи $F_0 = R_0^2 = a_0b_0$ эквивалентным сечением $F_e = R_e^2 = a_eb_e$, в котором скорость постоянна и равна максимальной скорости на оси в начале истинной струи u_1 , а суммарный импульс полагается одинаковым. За неимением достаточных сведений о начальных профилях скорости в известных экспериментальных работах эти поправки не вводятся.

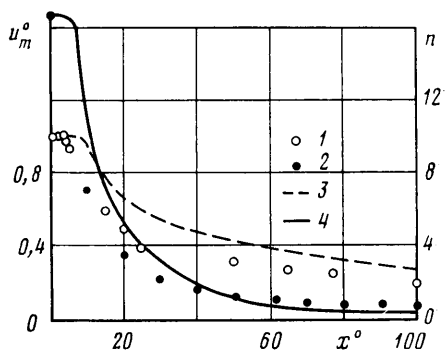
В опытах [7], а также [12] исследована деформация струи, вытекающей не только из прямоугольного сопла, но также из прямоугольного

отверстия в тонкой стенке. Выявлено, что условия истечения заметно сказываются на последующей деформации струи. Начальное сжатие струи, покидающей отверстие в тонкой стенке, происходит на относительно небольшом расстоянии от стенки.

Пусть стороны сжатого сечения струи суть a_k, b_k . Известное решение задачи об истечении идеальной жидкости из тонкой стенки для случаев плоской струи, а также круглого и эллиптического отверстий показывает [13], что полное сжатие струи в этих случаях практически одинаково и составляет $\mu = R_k^2/R_0^2 \approx 0,61$. Изменение поперечного сечения струи $R^2 = ab$ по длине x имеет асимптотический характер, однако сжатие площади сечения до величины $R_k^2 = 0,61R_0^2$ осуществляется в случаях круга и щели



Фиг. 6



Фиг. 7

приблизительно на одинаковом расстоянии от стенки $x_k = 1,6b_0$, где b_0 — полуширина щели (или радиус отверстия).

Прямоугольное отверстие занимает промежуточное положение между бесконечной щелью и квадратом, а характер изменения формы сжатой струи при переходе от одного из этих двух случаев к другому аналогичен тому, который должен наблюдаться при переходе от эллипса с бесконечно вытянутой большей осью к кругу.

За неимением теоретического решения задачи о сжатии прямоугольной струи полагается, что на участке сжатия отношение сторон не изменится, т. е. $a_k/a_0 = b_k/b_0$. Из вышеизложенного получаются величины сторон сжатого сечения $a_k = 0,79a_0$, $b_k = 0,79b_0$ и расстояние от стенки до сжатого сечения $x_k = 1,6b_0$.

Таким образом, учет сжатия струи при истечении из щели в тонкой стенке сводится к замене размеров щели a_0, b_0 на величины a_k, b_k .

4. При сопоставлении теоретических расчетов с экспериментальными данными учтены следующие соображения.

В экспериментах [6] показано, что безразмерные профили скорости в поперечных сечениях струи по обшим осям симметрии выражаются одной и той же универсальной зависимостью, обычной для турбулентных струй:

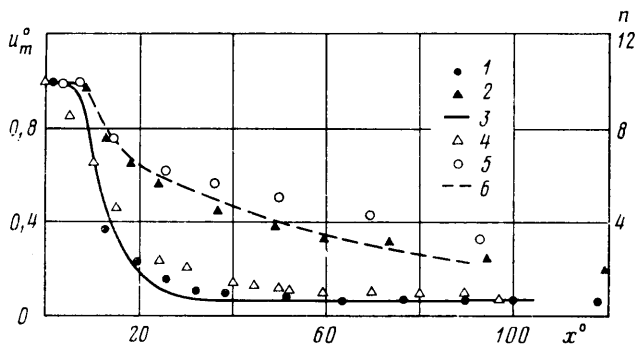
$$\frac{u}{u_m} = f\left(\frac{y}{y_{0,5u}}\right) = f\left(\frac{z}{z_{0,5u}}\right)$$

где y и z — координаты текущих точек на осях симметрии сечения, $y_{0,5u}$ и $z_{0,5u}$ — то же для точек, в которых скорость составляет половину от скорости на продольной оси струи ($u = 0,5u_m$). Если использовать профиль скорости Шлихтинга [2] $u/u_m = [1 - (y/\delta)^2]^{3/2}$, то величины $y_{0,5u}$ и $z_{0,5u}$ составляют известную долю от толщины струи $y_{0,5u}/\delta_a = z_{0,5u}/\delta_z = 0,415$.

Вместе с тем в теории крупных вихрей установлено, что ось вихря помещается на постоянном относительном расстоянии от линии максимальной скорости: $a/\delta_a = b/\delta_b = 0,3$. Поэтому пересчет размеров поля вихря b, a на характерные размеры струи $y_{0,5u}, z_{0,5u}$, определяемые в эксперименте, выполняются для переходного и основного участков следующим образом: $z_{0,5u}/a = y_{0,5u}/b = 1,38$, $a/b = z_{0,5u}/y_{0,5u}$.

На фиг. 6 приведено сравнение экспериментальных данных [6] (1.2) с теоретическими (3.4) для струи, вытекающей из прямоугольного отверстия ($2a_0 = 62,5$ мм,

$2b_0=5$ мм), вырезанного в плоской стенке (диафрагмы). Начальный уровень турбулентности около 2%, скорость истечения варьировалась в пределах 40–90 м/с, что соответствует диапазону значений числа Рейнольдса $(1,5-6) \cdot 10^4$. По оси ординат на фиг. 6 отложено текущее значение отношения сторон поперечного сечения струи $n=a/b$ (2, 4), по оси абсцисс – соответствующее безразмерное расстояние $x^0=x/2b_0$ от начала струи. Характер соответствующей расчетной кривой $a/b=f(x/2b_0)$ качественно согласуется с расположением экспериментальных точек, однако эта кривая сдвинута относительно них вправо. Такое расположение может быть объяснено двумя причинами. Во-первых, наличием пограничного слоя в начальном сечении струи, в связи с чем в этом сечении имеются крупные вихри конечного размера, тогда как в расчете предполагалось, что начальная толщина слоя смещения и соответственно начальный радиус вихря равны нулю. Во-вторых, истечение из диафрагмы сопровождается начальным поджатием струи, которое в случае прямоугольного отверстия может быть несимметричным и отношение сторон этого сечения (a_h/b_h) может отличаться от принятого в расчете.



Фиг. 8

На фиг. 7 представлены расчетные (3, 4) и экспериментальные (1, 2) данные для струи, вытекающей из плавного прямоугольного сопла с размерами выходного сечения $2a_0=50$ мм, $2b_0=3$ мм ($a_0/b_0=16,7$ (2, 3) при наличии выходного участка постоянной площади и длиной 40 мм [14]). Сопло имеет большое поджатие, и уровень турбулентности в начале струи составлял 0,3% (при скоростях истечения 60 м/с и значении числа Рейнольдса, определенное по величине $2b_0$, $Re \approx 1,2 \cdot 10^4$).

На фиг. 8 сопоставляются экспериментальные данные (1, 4) [12] с расчетом (3, 6) по описанной методике для прямоугольной струи $a_0=10b_0$ в двух вариантах: а) истечение из диафрагмы (1–3); б) истечение из канала такого же поперечного сечения ($2a_0=40$ мм, $2b_0=4$ мм) и длиной $x_L=200$ мм (4–6). Здесь число Рейнольдса, определенное по линейному размеру $2b_0=4$ мм, $Re=12200$ при уровне турбулентности для диафрагмы 5 и для канала 3%.

На фиг. 6, 7 и 8 приведено изменение скорости $u_m^0=u_m/u_1$ вдоль оси струи, принимаемое в расчете (для фиг. 6, 7, 8 соответственно 3, 3, 3 и 6) и полученное в экспериментах (1, 1, 2 и 4).

Итак, теоретический расчет деформации поперечного сечения по предлагаемой приближенной теории удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Туркус В. А. Структура воздушного приточного факела, выходящего из прямоугольного отверстия. – Отопление и вентиляция, 1933, № 5, с. 11–19.
2. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М.: Физматгиз, 1960. 715 с.
3. Förthmann E. Über turbulente Strahlausbreitung. – Ing.-Arch., 1934, В. 5, № 1, S. 42–54.
4. Sforza M. P., Steiger M. H., Trentacoste N. Studies on three-dimensional viscous jets. – AIAA Journal, 1966, v. 4, № 5, p. 800–806.
5. Trentacoste N., Sforza P. Further experimental results for three-dimensional free jets. – AIAA Journal, 1967, v. 5, № 5, p. 885–891.
6. Крашенинников С. Ю., Рогольская Е. Г. Распространение струй из прямоугольных сопел, свободных и вблизи экрана. – Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 4, с. 39–48.
7. Mc Guirk J. J., Rodi W. The calculation of three-dimensional turbulent free jets. – Proc. Sympos. on Turbulent Shear Flows. The Pennsylvania State University, April, 1977, Pennsylvania, 1977, p. 1–22.

8. *Абрамович Г. Н.* Влияние крупных вихрей на структуру турбулентных течений со сдвигом.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 5, с. 10–20.
9. *Abramovich G. N.* Effect of Big Vortices on the Structure of Turbulent Shear Flows. Second Symp. on Turbulent Shear Flows, London, 1979, p. 10.4–10.10.
10. *Abramovich G. N.* On the long-range action of turbulent pressure fluctuations.— In: Recent Develop. Theor. and Exp. Fluid Mech. Berlin: Springer-Verlag, 1979, p. 467–479.
11. *Агулыков А., Джаугаштин К. Е., Ярин Л. П.* Исследование структуры трехмерных турбулентных струй.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 6, с. 13–21.
12. *Krothapalli A., Vaganoff D., Karamcheti K.* Turbulence measurements in a rectangular jet.— AIAA Pap., 1979, № 74.
13. *Ламб Г.* Гидродинамика. М.—Л.: Гостехиздат, 1947. 928 с.
14. *Sfeier A. A.* Investigation of Three-dimensional Turbulent Rectangular Jets.— AIAA Pap., 1978, № 1188, 9 p.

Москва

Поступила в редакцию
24.IX.1981