ЛИТЕРАТУРА

1. *Baker O.* Simultaneous flow of oil and gas.— Oil and Gas J., 1954, v. 53, № 12, p. 185–195.
2. *Мамаев В. А., Одишария Г. Э., Семенов Н. И., Точигин А. А.* Гидродинамика газожидкостных смесей в трубах. М.: Недра, 1969. 208 с.
3. *Далецкий В. М., Ефимов В. Б., Пономарев Г. В.* Разработка гидродинамического метода расчета трубопроводов с совместным течением газа и жидкости.— Тр. ВНИИ разработки и эксплуат. нефтепромысл. труб, 1972, вып. 2, с. 149–161.
4. *Гужов А. И.* Совместный сбор и транспорт нефти и газа. М.: Недра, 1973. 280 с.
5. *Kordyban E., Ranov T.* Mechanism of slug formation in horisontal two-phase flow.— Trans. ASME, ser. D, J. Bas. Engng, 1970, v. 92, № 4, p. 857–864.
6. *Wallis G. B., Dobson J. E.* The onset of slugging in horizontal stratified air-water flow.— Int. J. Multiphase Flow, 1973, v. 1, № 1, p. 173–193.
7. *Taitel Y., Dukler A. E.* A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow.— AIChE Journal, 1976, v. 22, № 1, p. 47–55.
8. *Арманд А. А.* Сопротивление при движении двухфазной системы по горизонтальным трубам.— Изв. Всесоюз. теплотехн. ин-та, 1946, № 1, с. 16–23.
9. *Govier G. W., Aziz K.* Flow of complex mixtures in pipes. N. Y.: Van Nostrand Reinhold, 1972. 792 p.
10. *Костерин С. И.* Исследование влияния диаметра и расположения трубы на гидравлические сопротивления и структуры течения газожидкостной смеси.— Изв. АН СССР. ОТН, 1949, № 12, с. 1824–1831.
11. *Мологин М. А.* Формы течений газожидкостных смесей в горизонтальных трубах.— Докл. АН СССР, 1954, т. 94, № 5, с. 807–810.
12. *Hoogendoorn C. J.* Gas-Liquid flow in horisontal pipes.— Chem. Engng Sci., 1959, v. 9, № 4, p. 205–217.
13. *Mandhane J. M., Gregory G. A., Aziz K.* A flow pattern map for gas-liquid flow in horizontal pipes.— Int. J. Multiphase Flow, 1974, v. 1, № 4, p. 537–553.

Краснодар

Поступила в редакцию
16.I.1980

УДК 532.546.013.02

О ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ ПОДЗЕМНЫХ ХРАНИЛИЩ, УСТРАИВАЕМЫХ В ЗОНАХ ПОВЫШЕННОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ СКАЛЬНЫХ И ПОЛУСКАЛЬНЫХ ПОРОД

САРКИСЯН В. С.

Точные решения для сферического уравнения нестационарной фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде с учетом различия вязкостей нагнетаемой и вытесняемой жидкостей, когда проницаемость является функцией радиус-вектора, в настоящее время отсутствуют.

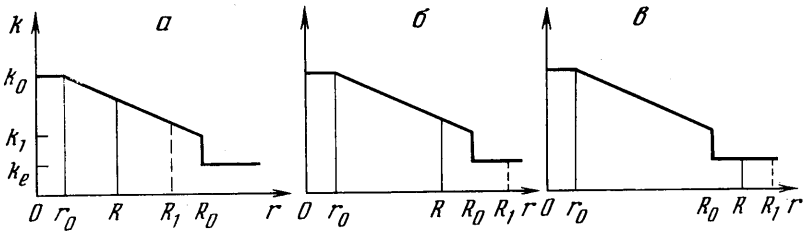
Решения разнообразных краевых задач для линейного уравнения фильтрации, сводящегося к классическому уравнению теплопроводности, могут быть получены при помощи хорошо известных методов как в случае конечного, так и бесконечного пласта. Однако, как правило, эти решения связаны с весьма громоздкими вычислениями, что затрудняет их использование для инженерных расчетов. Дело в том, что обычно эти решения выражаются в виде бесконечного ряда и несобственного интеграла, содержащего специальные функции. Так что для более или менее точных расчетов следует удерживать большое число членов ряда. Поэтому обычно предпринимают поиски и разработки эффективных, достаточно точных, приближенных решений задач упругого режима.

Одним из простейших методов является метод последовательной смены стационарных состояний. Отдельные случаи применения этого метода встречаются еще в [1]. Дальнейшее развитие этот метод получил в работах [2–4]. В [5] предложен приближенный метод, при котором точность результатов улучшается, так как эпюра давления в возмущенной области задается в виде некоторой функции вследствие осреднения производной $\partial p/\partial t$ по пространственной координате. Распределение давления в этом случае является нестационарным.

Рассмотрим нагнетание жидкостей с вязкостью μ_1 в скважину с радиусом r_0, размещенную в центре сферической области фильтрации с радиусом R_0 и проницаемостью $k(r)\gg k_e$, где k_e — проницаемость пород в естественном залегании. Примем, что пласт насыщен жидкостью с вязкостью μ_2.

При решении задачи будем пользоваться методом осреднения, основанным на введении области возмущения $r\leqslant R_1(t)$, в пределах которой во время нагнетания жидкостей наблюдается изменение давления, а за пределами $r>R_1$ давление в пласте равно естественному p_e (до нагнетания).

Разделим процесс нагнетания на три фазы. В первую фазу граница между нагнетаемой и вытесняемой жидкостями $r=R$, а также граница области возмущения $r=R_1$ находятся в зоне повышенной трещиноватости (фигура, *а*), поэтому имеет место следующее неравенство: $r_0 \leqslant R < R_1 \leqslant R_0$. Во время второй (фигура, *б*) и третьей (фигура, *в*) фаз имеют место соответственно следующие неравенства: $r_0 < R < R_0 \leqslant R_1$ и $r_0 < R_0 \leqslant R < R_1$.



Область фильтрации делится на три зоны. Первая — зона нагнетаемой жидкости в пределах пласта с повышенной проницаемостью ($r_0 < r \leqslant R$), вторая — зона вытесняемой жидкости в пределах того же пласта ($R < r < R_0$), третья — зона, насыщенная вытесняемой жидкостью в пределах пласта с естественной проницаемостью. Дифференциальные уравнения для этих зон имеют вид

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{k(r)}{\mu_i} r^2 \frac{\partial p_i}{\partial r}\right] = \beta_i^* \frac{\partial p_i}{\partial t}, \qquad i=1,2 \tag{1}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial p_3}{\partial r}\right) = \frac{1}{a_e}\frac{\partial p_3}{\partial t} \tag{2}$$

$$\beta_i^* = \alpha_i n + \alpha_3 (1-n), \qquad i=1,\ 2$$

где p_i ($i=1, 2, 3$) — давления в зоне i, k — проницаемость зоны повышенной трещиноватости, $\mu_{1,2}$ — вязкости нагнетаемой и вытесняемой жидкостей, a_e — пьезопроводность пласта в области с естественной проницаемостью k_e, β_1^* и β_2^* — коэффициенты упругоемкости пласта, характеризующие сжимаемость жидкости и пласта, α_1 и α_2 — коэффициенты сжимаемости нагнетаемой и вытесняемой жидкостей, α_3 — коэффициент сжимаемости пород зоны повышенной проницаемости.

Рассмотрим решение (1)—(2) в предположении, что проницаемость пород в зоне повышенной трещиноватости ($r_0 \leqslant r \leqslant R_0$) изменяется вдоль радиус-вектора по линейному закону (фигура), т. е.

$$k=\alpha(1-\beta r'), \quad \alpha = k_0 \frac{1-r_0' k_1/k_0}{1-r_0'}, \quad \beta = \frac{1-k_1/k_0}{1-r_0' k_1/k_0}, \quad r' = \frac{r_0}{R_0}$$

Первая фаза фильтрации. Для первой фазы граничные условия имеют вид

$$r=r_0:\ Q=-4\pi \frac{\alpha(1-\beta r')}{\mu_1} r^2 \frac{\partial p_1}{\partial r} = \text{const} \tag{3}$$

$$r=R:\ p_1=p_2 \frac{\partial p_1}{\partial r} = \mu_0 \frac{\partial p_2}{\partial r}, \qquad \mu_0 = \frac{\mu_1}{\mu_2} \tag{4}$$

$$r=R_1:\ p_2=p_e, \qquad \frac{\partial p_2}{\partial r} = 0 \tag{5}$$

где Q — постоянный дебит скважины, p_e — давление в пласте в естественных условиях, R_1 — расстояние от центра скважины до точки, где давление равно естественному p_e (радиус области возмущения).

Для определения $R(t)$ и $R_1(t)$ используем условия

$$n(R)\frac{dR}{dt} = -\frac{k(R)}{\mu_1}\frac{\partial p_1(R,t)}{\partial r} = \frac{Q}{4\pi R^2} \tag{6}$$

$$Qt = \int_R^{R_1} \beta_2^* r^2 [p_2(r,t) - p_e] dr, \qquad k = An^4, \qquad n = \left(\frac{\alpha}{A}\right)^{1/4} (1-\beta r')^{1/4}$$

Решения уравнений (1) – (2) при условиях (3) – (6) будут

$$p_1=p_e-p^*[H-F_{1+}(r')] \tag{7}$$

$$p_2=p_e+\frac{p^*}{\mu_0(R_1'^3-R'^3)}\left\{\frac{1}{\beta}(R_1'-r')+\frac{1}{\beta^2}F_2(R_1',r')+\right.$$

$$\left.+R_1'^3\left[\beta\left(\ln\frac{R_1'}{r'}+F_2(r',R_1')-\frac{1}{R_1'}+\frac{1}{r'}\right]\right]\right\} \tag{8}$$

$$H=\frac{1}{\beta\mu_0(R_1'^3-R'^3)}\left[R_1'-R'+\frac{1}{\beta}F_2(R_1',R')\right]+\frac{R_1'^3}{\mu_0(R_1'^3-R'^3)}\times$$

$$\times\left[\beta\left(\ln\frac{R_1'}{R'}+F_2(R',R_1')+F_{1-}(R')\right]\right.$$

$$p^*=\frac{Q\mu_1}{4\pi\alpha R_0};\qquad F_{1\pm}(\theta)=\beta\ln\frac{\theta}{1-\beta\theta}\pm\frac{1}{\theta};\qquad F_2(\theta_1,\theta_2)=\ln\frac{1-\beta\theta_1}{1-\beta\theta_2}$$

Забойное давление p_0 найдется по (7) **при** $r=r_0$.

Интегрирование первого выражения (6) при $n(R)$, **определяемом** третьим соотношением (6), в пределах от r_0 до R и от 0 **до** t **дает закон** движения границы раздела $R(t)$ в виде

$$t=\frac{16\pi R_0^3}{Q\beta^3}\left(\frac{\alpha}{A}\right)^{1/4}\left\{\frac{1}{5}\left[(1-\beta r_0')^{5/4}-(1-\beta R')^{5/4}\right]\frac{2}{9}\left[(1-\beta r_0')^{9/4}-(1-\beta R')^{9/4}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{13}\left[(1-\beta r_0')^{13/4}-(1-\beta R')^{13/4}\right]\right\} \tag{9}$$

Подставляя p_2 из (8) во второе уравнение (6), получим закон движения границы зоны возмущения R_1:

$$t=\frac{\beta_2^*\mu_2R_0^2}{3\alpha(R_1'^3R'^3)}\left\{\frac{(R_1'-R')^2}{2}\frac{1}{2\beta}\left[(R_1'^2+2R_1'R'+3R'^2)+R_1'^2(R_1'+2R')\right]-\right.$$

$$-\frac{1}{\beta^5}(1-\beta^3R'^3)(1-\beta^3R_1'^3)F_2(R',R_1')+\beta(R_1'R')^3\ln\frac{R'}{R_1'}+$$

$$\left.+\frac{1}{\beta^4}(1-\beta^3R_1'^3)(R_1'-R')+\frac{1}{2\beta^3}(1-\beta^3R_1'^3)(R_1'^2-R'^2)+\frac{1}{3\beta^2}(R_1'^3-R'^3)\right\} \tag{10}$$

Длительность первой фазы определяется по (10) при $R_1=R_0$.

Вторая фаза фильтрации. Во вторую фазу граница области возмущения R_1 находится в зоне, где проницаемость равна естественной k_e ($R_0\leqslant r\leqslant\infty$), а граница раздела жидкостей R – в области $r_0\leqslant r\leqslant R_0$ (см. фигуру, *б*).

Уравнения (1) в этом случае решаем, предполагая $\partial p_{1,2}/\partial t=0$, а в уравнении (2) осредняем член $\partial p_3/\partial t$ по координате r.

Система (1) решается при условиях (3) – (4) и следующих соотношениях:

$$r=R_0:\ p_2=p_3,\qquad \frac{\partial p_2}{\partial r}=\varepsilon\frac{\partial p_3}{\partial r},\qquad \varepsilon=\frac{k_e}{k_1}$$

$$r=R_1:\ p_3=p_e=\mathrm{const},\qquad \frac{\partial p_3}{\partial r}=0$$

Граница раздела жидкостей R будет определяться по первому соотношению (6), а граница зоны возмущения R_1 – из условия

$$Qt=4\pi\int_{R_0}^{R_1}\beta_3^*r^2[p_3(r,t)-p_e]dr,\qquad \beta_3^*=\alpha_2n_e+\alpha_4(1-n_e) \tag{11}$$

где β_3^* – коэффициент упругоемкости для третьей зоны ($r>R_0$), n_e и α_4 – пористость и коэффициент сжимаемости пород, находящихся в естественных условиях.

Распределения давления в этом случае определяются по формулам

$$p_1=p_e+p^*[\Phi_1-F_{1+}(r')],\qquad p_2=p_e+\frac{1}{\mu_0}p^*[\Phi_2-F_{1-}(r')] \tag{12}$$

$$p_3=p_e+\frac{p^*[r'^2-2R_1'^3/r-3R'^2]}{2\mu_0\varepsilon(1-\beta)(R_1'^3-1)} \tag{13}$$

$$\Phi_1=\frac{(R_1'-1)(2R_1'-1)}{2\beta\varepsilon(1-\beta)(R_1'^2+R_1'+1)}-\left(\frac{1}{\mu_0}-1\right)F_{1-}(R')+\frac{1}{\mu_0}F_{1-}(1)$$

$$\Phi_2=\frac{(R_1'-1)(2R_1'-1)}{2\varepsilon(1-\beta)[R_1'^2+R_1'+1]}+F_{1-}(1) \tag{14}$$

Закон движения границы раздела жидкостей R во второй фазе определяется по формуле (9). Подставляя (13) в (11) и производя интегрирование, найдем закон движения границы зоны возмущения R_1

$$t=\frac{\beta_3^*\mu_1R_0^2(R_1'-1)[R_1'^2+3R_1'+1]}{10\alpha\mu_0\varepsilon(1-\beta)[R_1'^3+R_1'+1]}$$

Длительность второй фазы находится из (9) при $R=R_0$ ($R'=1$). Для нахождения $R(t)$ в этом случае можно пользоваться формулой (9).

Третья фаза фильтрации. В третью фазу граница раздела жидкостей R и граница области возмущения R_1 находятся в зоне с естественной проницаемостью (фигура, *в*). Предполагается в уравнениях (1) $\partial p_{1,2}/\partial t=0$, и осредняется $\partial p_3/\partial t$ по координате r в уравнении (2).

Граничные условия в этом случае имеют вид (3), а также

$$r=R_0:\ p_1=p_2;\qquad \frac{\partial p_1}{\partial r}=\varepsilon\frac{\partial p_2}{\partial r}$$

$$r=R:\ p_2=p_3;\qquad \frac{\partial p_2}{\partial r}=\mu_0\frac{\partial p_3}{\partial r}$$

$$r=R_1:\ p_3=p_e=\text{const};\qquad \frac{\partial p_3}{\partial r}=0$$

Давления в пласте находятся по зависимостям

$$p_1=p_e+p^*\left[\frac{1}{\varepsilon(1-\beta)}\left(R^*-\frac{1}{R'}+1\right)+\beta F_2(r',1)-1+\frac{1}{r'}\right] \tag{15}$$

$$p_2=p_e+\frac{p^*}{\varepsilon(1-\beta)}\left(R^*-\frac{1}{R'}+\frac{1}{r'}\right) \tag{16}$$

$$p_3=p_e+\frac{p^*}{2\mu_0\varepsilon(1-\beta)(R_1'^3-R'^3)}\left(r'^2+\frac{2R_1'^3}{r'}-3R'^2\right) \tag{17}$$

$$R^*=\frac{(R_1'-R')(2R_1'+R')}{2\mu_0R'(R_1'^2+R_1'R'+R'^2)}$$

Забойное давление p_0 находится из (15) при $r=r_0$. Закон движения границы раздела жидкостей R для третьей фазы определяется из уравнения

$$Q=4\pi n_eR^2\frac{dR}{dt} \tag{18}$$

Интегрируя (18) от t_1 до t и от R_0 до R ($R>R_0$), найдем

$$t=t_1+\frac{4\pi n_eR_0^3}{3Q}(R'^3-1)$$

Время t_1, за которое граница раздела пройдет расстояние от r_0 до R_0, определяется из (9) при $R=R_0$.

Радиус зоны возмущения R_1 находится из выражения

$$Qt=4\pi\int_R^{R_1}\beta_3^*r^2[p_3(r,t)-p_e]dr \tag{19}$$

Подставляя выражения для p_3 из (17) в (19) и интегрируя, получим

$$t=\frac{\delta_3^*\mu_1R_0^2(R_1'-R')^2(R_1'+3R_1'R'+R'^2)}{10\alpha\mu_0\varepsilon(1-\beta)(R_1'^2+R_1'R'+R'^2)}$$

Полученные зависимости дают возможность определить распределение давления в любой момент времени после начала нагнетания жидкостей во всех зонах пласта; забойное давление p_0 и закон движения границы раздела R. Линейное изменение проницаемости при стационарном режиме фильтрации рассмотрел С. В. Васильев [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lembke C.* Du mouvement des eaux souterraines et théorie de leurs collecteurs.– Rev. Univ. Mines, 3ème série, 1888, v. 1, 2, 3, 4.
2. *Чарный И. А.* Подземная гидромеханика. М.– Л.: Гостехиздат, 1948. 196 с.
3. *Чарный И. А.* Метод последовательной смены стационарных состояний и его приложения к задачам нестационарной фильтрации жидкостей и газов.– Изв. АН СССР. ОТН, 1949, № 3, с. 323–342.
4. *Чарный И. А.* Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963. 396 с.
5. *Пирвердян А. М.* Нефтяная подземная гидравлика. Баку: Азнефтеиздат, 1956. 332 с.
6. *Васильев С. В.* Закачка жидкостей в зону искусственной трещиноватости пород при изменении их проницаемости по линейному закону.– Тр. ВНИИ водоснабж., канализ., гидротехн. сооруж. и инж. гидрогеол., 1975, вып. 48, с. 53–56.

Москва

Поступила в редакцию 7.VII.1981

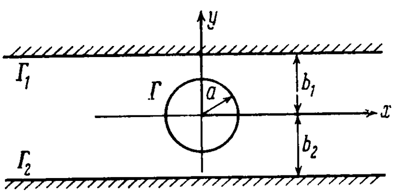
УДК 532.58.031

ДВИЖЕНИЕ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ КАНАЛЕ

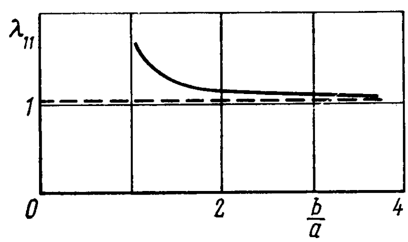
ВАСИЛЬЕВ А. Н., ГОЛУБЕВ В. В.

При движении тел в жидкости параметры их движения сильно зависят от взаимодействия с жидкостью, окружающей эти тела [1, 2]. Настоящая работа посвящена определению гидродинамических сил, действующих на цилиндр, при его движении в бесконечном прямолинейном канале в неподвижной идеальной несжимаемой жидкости.

1. Постановка задачи и определение потенциала скоростей. Будем решать плоскую задачу, когда при движении круговой цилиндр не касается стенок прямолинейного



Фиг. 1



Фиг. 2

канала (фиг. 1). Считаем, что возмущенное движение жидкости, вызванное движением цилиндра, возникло из состояния покоя. Тогда потенциал скоростей возмущенного движения жидкости $\varphi(x, y)$ удовлетворяет в физической области D, расположенной внутри прямолинейного канала и вне окружности Г (фиг. 1), представляющей собой контур цилиндра в перпендикулярной к его оси плоскости (x, y), уравнению Лапласа и следующим граничным условиям [3]:

$$\Delta\varphi(x, y)=0 \tag{1.1}$$

$$\left\{\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right\}_\Gamma=u_1\cos(n, x)+u_2\cos(n, y) \tag{1.2}$$

$$\left\{\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right\}_{\Gamma_i}=0; \quad \Gamma_1:\quad y-b_1=0; \quad \Gamma_2:\quad y-b_2=0 \tag{1.3}$$

Здесь n – направление нормали; u_1, u_2 – составляющие скорости цилиндра; Г, Γ_i – границы цилиндра прямолинейного канала.

Поместим начало прямоугольной декартовой системы координат в центре цилиндра. Физическую область D отобразим на вспомогательную область с помощью