

Результаты расчетов приведены в таблице. Из таблицы следует, что коэффициент сопротивления и размеры каверны зависят от числа кавитации. При возрастании числа кавитации растет коэффициент сопротивления, а размеры области кавитации уменьшаются. График зависимости  $C_x$  от  $Q$  представляет собой почти прямую линию. В заключение автор благодарит П. М. Иванова, Х. Х. Калажокова и Т. Сохова за помощь в проведении вычислительных работ на ЭВМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М.: Физматгиз, 1961. 496 с.
2. Гуревич М. И. Симметричное кавитационное обтекание плоской пластинки, помещенной между параллельными стенками. — Изв. АН СССР. ОН, 1946, № 4, с. 487—498.
3. Биркгоф Г. Гидродинамика. М.: Изд-во иностр. лит., 1954. 184 с.

Нальчик

Поступила в редакцию  
20.IV.1981

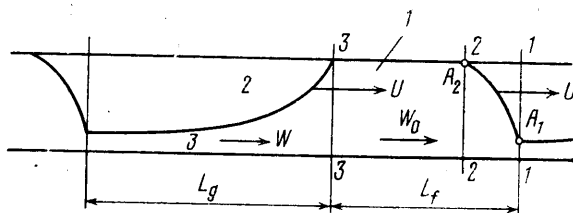
УДК 532.529

### О ГРАНИЦЕ МЕЖДУ ПРОБКОВЫМ И РАССЛОЕННЫМ ТЕЧЕНИЯМИ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ТРУБЕ

МАРКОВИЧ Э. Э.

Рассмотрены условия, без которых не могут существовать пробковые течения, и построена граница области существования. Сравнения с собственными и опубликованными экспериментальными данными показали сходимость результатов.

Газожидкостные смеси, текущие в трубах, могут иметь разные структуры. В этой статье рассматриваются условия, при которых пробковая структура течения в прямой круглой горизонтальной трубе сменяется расслоенной, т. е. граница между



Фиг. 1

пробковым и расслоенным течениями. Пробковое течение (фиг. 1) представляет собой чередование жидких пробок 1, перекрывающих все сечение трубы, с длинными газовыми пузырями 2, занимающими верхнюю часть сечения. Под газовыми пузырями расположены слои 3, которые движутся медленнее пробок. При расслоенном течении газ движется над слоем жидкости.

Для определения границы между пробковым и расслоенным течениями есть много эмпирических зависимостей (см., например, [1—4]). В работах [2, 5—7], цель которых — рассчитать параметры границы, рассматривается переход от расслоенного безволнового к пробковому течению. Рассматривается развитие возмущений поверхности раздела фаз под действием газового потока. Считается, что граница пробкового и расслоенного течений лежит там, где волны, растущие по амплитуде под действием газового потока, достигают верхней образующей трубы. Для конечных возмущений принимаются эмпирические законы роста. Расход газа считается неизменным и равным расходу при безволновом расслоенном течении вплоть до образования пробок. Такой подход к анализу границы представляется неудовлетворительным. Первая же возникающая в трубе пробка перекрывает трубу и расход газа в ней уменьшится. Кроме того, как только рассматриваемая волна перекрывает сечение трубы (т. е. превратится в пробку), газовый поток над ней исчезнет вообще и принятый механизм роста перестанет действовать. Пробковое течение может существовать, только если пробки сохраняются без газового потока над ними.

В этой статье применен другой подход. Рассматривается не процесс перехода от расслоенного течения к пробковому, а установившееся пробковое течение, и разыскиваются необходимые условия его существования.

1. При расслоенном течении вся жидкость, подаваемая в трубу, движется в жидком слое. Для существования пробкового течения необходимо, чтобы часть жидкости двигалась не в слоях, а в пробках, т. е.  $L_f/L_g > 0$ , где  $L_f$  и  $L_g$  — длины жидкой пробки и жидкого слоя (или газового пузыря).

Из уравнения сохранения массы жидкости для объема, ограниченного стенками трубы и двумя поперечными сечениями, движущимися со скоростью поверхности раздела фаз  $U$ , одно из которых проходит через жидкую пробку, а другое — через жидкий слой, имеем

$$1 - \chi = a(1 - \theta), \quad \chi = W_0/U, \quad \theta = W/U \quad (1.1)$$

где  $W_0$  и  $W$  — средние по сечениям скорости жидкости в пробке и слое,  $a$  — площадь поперечного сечения слоя, отнесенная к площади сечения трубы.

Из уравнения неразрывности для объема газожидкостной смеси, ограниченного стенками трубы и двумя поперечными сечениями, проходящими через соответственные точки соседних жидких пробок или пузырей, все параметры в которых считаются одинаковыми, следует

$$\frac{\varphi}{\beta} = \chi, \quad \varphi = \frac{1}{L_f + L_g} \int_0^{L_g} (1 - a) dx, \quad \beta = \int_0^{L_g} U(1 - a) \frac{dx}{U} / \int_0^{L_f + L_g} W_0 \frac{dx}{U} \quad (1.2)$$

где  $\varphi$  — отношение объемов газа и смеси,  $\beta$  — отношение объемных расходов газа и смеси (газосодержание),  $L_f$  и  $L_g$  — длины жидкой пробки и газового пузыря,  $x$  — продольная координата. Из (1.1) и (1.2) находим

$$\frac{L_f}{L_g} = \frac{1}{\beta} \left[ 1 + \frac{\theta a}{(1 - a)} \right] - 1 \quad (1.3)$$

Из (1.3) следует, что, когда жидкий слой движется назад или неподвижен, т. е.  $\theta < 0$ , условие  $L_f/L_g > 0$  имеет место при всех значениях газосодержания  $0 \leq \beta < 1$ . Когда жидкий слой вслед за пробкой движется вперед, т. е.  $\theta > 0$ , условие  $L_f/L_g > 0$  выполняется лишь при

$$\beta < \beta_0, \quad \beta_0 = \frac{1}{1 + \theta a / (1 - a)} \quad (1.4)$$

2. Для существования пробкового течения необходимо, чтобы сечение трубы полностью перекрывалось жидкостью. Непосредственные наблюдения показывают, что пробка натекает на жидкий слой и в передней ее части возникает скачок типа гидравлического прыжка или бора. Участок течения, где поверхность раздела фаз поднимается от минимальной высоты, обусловленной толщиной жидкого слоя, до верхней образующей трубы (участок  $A_1 A_2$  на фиг. 1), — это передний фронт пробки. Из закона сохранения импульса следует, что высота переднего фронта будет достаточной для перекрытия трубы лишь при достаточно большой средней скорости жидкости в пробке, которая равна средней скорости смеси  $W_0$ .

Наблюдения сквозь прозрачную стенку трубы показывают, что когда скорость жидкости слишком мала для перекрытия трубы, пробка разрушается спереди, даже если создать ее искусственно (между передним фронтом и верхней образующей трубы появляется просвет, который, постепенно удлиняясь, отделяет от верха трубы всю пробку).

Минимальную скорость  $W_0$ , при которой сечение трубы перекрывается жидкостью, найдем из интегрального баланса продольных составляющих импульса жидкости для объема, ограниченного стенками трубы и двумя поперечными сечениями, движущимися со скоростью поверхности раздела фаз, одно из которых пересекает жидкий слой перед пробкой (1 на фиг. 1), другое — пробку сразу за передним фронтом (2 на фиг. 1). Принимая, что течение в сечениях 1 и 2 однородно, давление в точке  $A_2$  равно давлению в газе, а сила трения на участке 1-2 несущественна по сравнению с силой давления, получим с использованием соотношения (1.1)

$$\text{Fr} = (1 - \rho) \left( \frac{\chi}{1 - \chi} \right)^2 \left[ \frac{1}{2} \frac{a_1(1 - \sigma_1)}{\kappa_1 - a_1 \kappa_2} \right], \quad \text{Fr} = \frac{W_0^2}{gD}$$

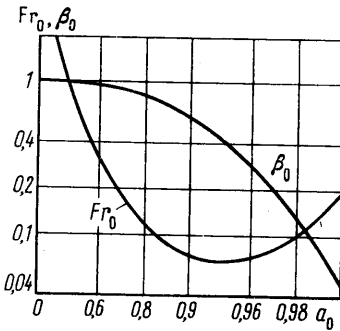
$$\kappa_i = \frac{1}{a_i (U - W_i)^2} \int a_i (U - V_i)^2 da, \quad i = 1, 2 \quad (2.1)$$

где  $\text{Fr}$  — число Фруда,  $D$  — диаметр трубы,  $\rho$  — отношение плотностей газа и жидкости,  $\sigma$  — отношение статического момента площади поперечного сечения жидкого слоя, вычисленного относительно горизонтальной прямой, ограничивающей площадь сверху, к такому же моменту для всей площади сечения трубы,  $\kappa$  — коэффициент количества движения,  $W_i$  — среднерасходная скорость,  $V_i$  — продольная составляющая скорости жидкости в точке,  $i = 1, 2$  — номер сечения.

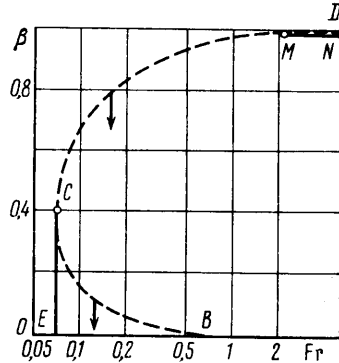
Элементарный анализ уравнения импульсов, аналогичного (2.1), но записанного для случая, когда жидкость не заполняет целиком сечение 2, показывает, что область, вне которой пробковое течение не может существовать, описывается соотношением

$$Fr \geq Fr_0, \quad a_2 = 1 \quad (2.2)$$

Для коэффициентов  $\chi_1$  и  $\chi_2$  всегда справедливо  $\chi_i \geq 1$ . В жидком слое с турбулентным профилем скоростей коэффициент  $\chi_1$ , как показывают оценки, очень близок к единице, поэтому примем  $\chi_1 = 1$ .



Фиг. 2



Фиг. 3

Коэффициент  $\chi_2$  в пробке за передним фронтом может, в принципе, существенно превышать единицу, однако при уменьшении  $\chi_2$  число Фруда в (2.1) уменьшается. В соответствии с (2.2) на границе число Фруда минимально, поэтому примем  $\chi_2 = 1$ . Тогда условие на границе, полученное из (2.1), принимает вид

$$\frac{Fr_0}{1-\rho} = \left( \frac{\chi}{1-\chi} \right)^2 f(a_1), \quad f(a_1) \equiv \frac{1}{2} \frac{a_1(1-\sigma_1)}{1-a_1} \quad (2.3)$$

3. Вычислим параметры на границе для бесконечно длинных газовых пузырей. При  $L_g = \infty$ ,  $x \rightarrow \infty$  параметры жидкого слоя соответствуют стационарному расслоенному течению. Зависимость стационарных скоростей жидкости  $\theta_0$  и газа  $\chi_0$  от стационарной площади слоя  $a_0$  можно вычислить с учетом соотношения (1.1) из уравнения импульсов, принимая, например, квадратичный закон трения. Тогда величины  $\beta_0$  и  $Fr_0$  становятся функциями от  $a_0$  и находятся по формулам (1.4) и (2.3) при  $a = a_0$ . Вычисления показывают, что функция  $\beta_0 = \beta_0(a_0)$  монотонна — с увеличением  $a_0$  от нуля до единицы  $\beta_0$  уменьшается от единицы до нуля (фиг. 2). Функция  $Fr_0 = Fr_0(a_0)$ , вычисленная, как и  $\beta_0$ , для воздуховодяной смеси при условиях, близких к атмосферным, также показана на фиг. 2. Кривая  $\beta_0 = \beta_0(Fr_0)$  (BCD, фиг. 3) является границей пробковых течений при  $L_g \rightarrow \infty$  и  $L_f/L_g = 0$ .

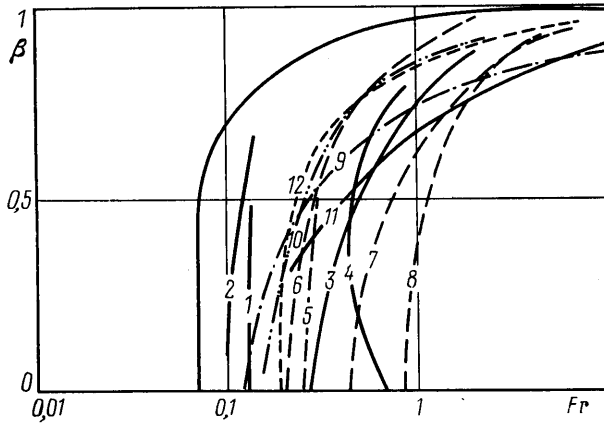
Рассмотрим течения, где газовые пузыри, как и ранее, бесконечно длинные, но  $L_f/L_g > 0$ , т. е. жидкие пробки также бесконечны. Здесь, в отличие от предельного случая  $L_f/L_g = 0$ , только часть расхода жидкости проходит через слой, а другая часть его идет в пробках. Поэтому при одинаковых площадях сечения жидких слоев и скоростях газа и жидкости, т. е. при одинаковых предельных числах Фруда  $Fr_0$ , газосодержание  $\beta_0$  здесь меньше, чем в случае  $L_f/L_g = 0$ . Граничные точки с кривой BCD на фиг. 3 перемещаются вниз (по вертикальным стрелкам). В результате в области BCE существование пробковых течений оказывается возможным, а вертикальный отрезок CE становится частью границы вместо CB.

Рассмотрим теперь пробки и пузыри конечной длины. При равных газосодержаниях  $\beta$  и скоростях в бесконечно длинных и конечных пробках жидкие слои в последних оказываются толще ( $a_1 > a_0$ ), так как по мере удаления от сечения 3 (фиг. 1) площадь слоя  $a$  уменьшается. Функция  $f(a_1)$  (2.3), как показывают вычисления, монотонно возрастающая. Поэтому при прочих равных условиях граничное число Фруда (2.3) для пробки и пузырей конечной длины оказывается больше, чем для бесконечных. Это значит, что кривая DCE на фиг. 3 является границей всех пробковых течений. Левее и выше этой кривой пробковые течения невозможны.

4. Значения  $\chi$  не могут быть произвольными. Эксперименты (например, [2, 7, 8]) показывают, что при развитом турбулентном течении в пробках  $\chi_{\max} = 0.81 - 0.84$ . Вычисления п. 3 показывают, что с увеличением  $\chi$  площадь сечения слоя  $a_0$  монотонно уменьшается. Это значит, что максимальному значению  $\chi = \chi_{\max}$  соответствует

максимальное газосодержание  $\beta_{0 \max}$ , выше которого пробковые течения невозможны. Наблюдения через прозрачную стенку трубы показывают, что если жидкий слой перед пробкой слишком тонкий, то задний фронт пробки нагоняет передний и пробка исчезает. Вычисления  $\beta_0 = \beta_0(Fr_0)$  при  $\chi = \chi_{\max}$  для воздуховодяной смеси в атмосферных условиях дают  $\beta_{0 \max} = 0,99$ . Эта часть границы изображена на фиг. 3 лучом  $MN$ .

Проведем сравнение с опытными данными. Можно считать, что опытные данные подтверждают расчеты, если все пробковые течения расположены внутри расчетной области. На фиг. 4 с расчетной границей ( $ECMN$  на фиг. 3) сравниваются опытные данные разных авторов о границах между пробковыми и расслоенным течениями,



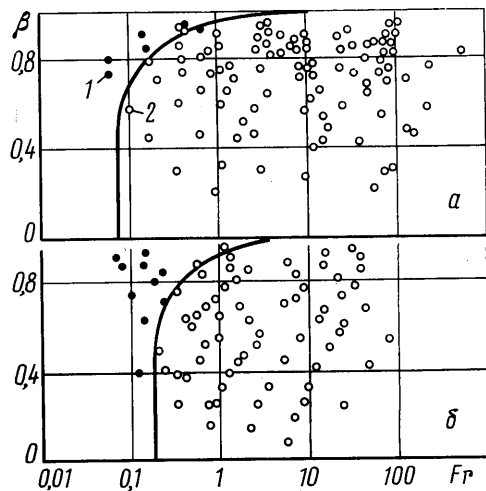
Фиг. 4

полученные на воздуховодяных смесях при условиях, близких к атмосферным. Кривые 1-4 - [10], 5-8 - [11], 9 - [12], 10 - [4], 11 - [13], 12 - [2]. Видно, что все кривые лежат внутри области, полученной расчетом, и форма их примерно соответствует форме рассчитанной границы. Однако разброс данных разных исследователей велик.

Разброс можно объяснить тем, что в коротких трубах, с которыми работали многие исследователи, пробки могли не успеть образоваться, особенно в случае малых возмущений на входе и выходе. Этим можно объяснить, что в работах [10, 11], где использовались трубы разных диаметров, но одинаковой длины, границы с ростом диаметра в целом сдвигаются вправо. При расслоенном течении волны на поверхности жидкого слоя, которые не перекрывали трубу, могли нести значительный расход жидкости. В некоторых опытах (например, [10]) фиксация режимов была несовершенной и редкие пробки не учитывались. Этим объясняется более низкое расположение опытных кривых при больших газосодержаниях  $\beta$ .

На фиг. 5 показано сравнение рассчитанных границ с опытными данными, полученными на трубном стенде длиной 40 м с диаметрами труб 27,3; 52,1; 79,6 мм на воздуховодяных смесях при давлениях 0,1 (а) и 0,4 (б) МПа. Точками 1 обозначено расслоенное течение, 2 - пробковое. Фиксация наличия пробок здесь велась по изменению мгновенных давлений в двух точках на верхней образующей трубы с помощью тензодатчиков, возмущения на входе и выходе были существенны. В результате пробковые режимы течения заполнили практически всю область их возможного существования, но нигде не вышли за нее. Таким образом, проделанные расчеты подтверждаются опытными данными.

Автор благодарен участникам семинара Г. И. Петрова и Р. И. Нигматулина за полезное обсуждение.



Фиг. 5

## ЛИТЕРАТУРА

1. Baker O. Simultaneous flow of oil and gas.— Oil and Gas J., 1954, v. 53, № 12, p. 185–195.
2. Мамаев В. А., Одишария Г. Э., Семенов Н. И., Точишин А. А. Гидродинамика газожидкостных смесей в трубах. М.: Недра, 1969. 208 с.
3. Далецкий В. М., Ефимов В. Б., Пономарев Г. В. Разработка гидродинамического метода расчета трубопроводов с совместным течением газа и жидкости.— Тр. ВНИИ разработки и эксплуат. нефтепромысл. труб, 1972, вып. 2, с. 149–161.
4. Гужов А. И. Совместный сбор и транспорт нефти и газа. М.: Недра, 1973. 280 с.
5. Kordyban E., Ranov T. Mechanism of slug formation in horizontal two-phase flow.— Trans. ASME, ser. D, J. Bas. Engng, 1970, v. 92, № 4, p. 857–864.
6. Wallis G. B., Dobson J. E. The onset of slugging in horizontal stratified air-water flow.— Int. J. Multiphase Flow, 1973, v. 1, № 1, p. 173–193.
7. Taitel Y., Dukler A. E. A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow.— AIChE Journal, 1976, v. 22, № 1, p. 47–55.
8. Арманд А. А. Сопротивление при движении двухфазной системы по горизонтальным трубам.— Изв. Всесоюз. теплотехн. ин-та, 1946, № 1, с. 16–23.
9. Govier G. W., Aziz K. Flow of complex mixtures in pipes. N. Y.: Van Nostrand Reinhold, 1972. 792 p.
10. Костерин С. И. Исследование влияния диаметра и расположения трубы на гидравлические сопротивления и структуры течения газожидкостной смеси.— Изв. АН СССР. ОТН, 1949, № 12, с. 1824–1831.
11. Мологин М. А. Формы течений газожидкостных смесей в горизонтальных трубах.— Докл. АН СССР, 1954, т. 94, № 5, с. 807–810.
12. Hoogendoorn C. J. Gas-Liquid flow in horizontal pipes.— Chem. Engng Sci., 1959, v. 9, № 4, p. 205–217.
13. Mandhane J. M., Gregory G. A., Aziz K. A flow pattern map for gas-liquid flow in horizontal pipes.— Int. J. Multiphase Flow, 1974, v. 1, № 4, p. 537–553.

Краснодар

Поступила в редакцию  
16.I.1980

УДК 532.546.013.02

### О ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ ПОДЗЕМНЫХ ХРАНИЛИЩ, УСТРАИВАЕМЫХ В ЗОНАХ ПОВЫШЕННОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ СКАЛЬНЫХ И ПОЛУСКАЛЬНЫХ ПОРОД

САРКИСЯН В. С.

Точные решения для сферического уравнения нестационарной фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде с учетом различия вязкостей нагнетаемой и вытесняемой жидкостей, когда проницаемость является функцией радиус-вектора, в настоящее время отсутствуют.

Решения разнообразных краевых задач для линейного уравнения фильтрации, сводящегося к классическому уравнению теплопроводности, могут быть получены при помощи хорошо известных методов как в случае конечного, так и бесконечного пласта. Однако, как правило, эти решения связаны с весьма громоздкими вычислениями, что затрудняет их использование для инженерных расчетов. Дело в том, что обычно эти решения выражаются в виде бесконечного ряда и несобственного интеграла, содержащего специальные функции. Так что для более или менее точных расчетов следует удерживать большое число членов ряда. Поэтому обычно предпринимают поиски и разработки эффективных, достаточно точных, приближенных решений задач упругого режима.

Одним из простейших методов является метод последовательной смены стационарных состояний. Отдельные случаи применения этого метода встречаются еще в [1]. Дальнейшее развитие этот метод получил в работах [2–4]. В [5] предложен приближенный метод, при котором точность результатов улучшается, так как эпюра давления в возмущенной области задается в виде некоторой функции вследствие осреднения производной  $\partial p / \partial t$  по пространственной координате. Распределение давления в этом случае является нестационарным.

Рассмотрим нагнетание жидкостей с вязкостью  $\mu_1$  в скважину с радиусом  $r_0$ , размещенную в центре сферической области фильтрации с радиусом  $R_0$  и проницаемостью  $k(r) \gg k_e$ , где  $k_e$  — проницаемость пород в естественном залегании. Примем, что пласт насыщен жидкостью с вязкостью  $\mu_2$ .

При решении задачи будем пользоваться методом осреднения, основанным на введении области возмущения  $r \leq R_1(t)$ , в пределах которой во время нагнетания жидко-