МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 1 • 1983

УДК 533.601.18

КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТРУКТУРНОЙ ГАЗОВЗВЕСИ

ДУБРОВСКИЙ Г. В., КОНДРАТЕНКО А. В., ФЕДОТОВ В. А.

Для различных соотношений между характерными параметрами течения двухфазной среды, состоящей из двухатомных молекул и твердых частиц с внутренней структурой, построены модельные кинетические уравнения. Интегралы межфазных столкновений представляются в виде разложения по параметру отношения масс и выражаются через такие физические величины, как коэффициенты обмена и диффузии, зависящие от выбранной модели трансформанты неупругого рассеяния на поверхности. Получены уравнения переноса для легкой компоненты с дополнительными слагаемыми, учитывающими межфазные взаимодействия. Для одного конкретного выражения трансформанты неупругого рассеяния найдены простые аналитические формулы для дополнительных членов в уравнениях газовой динамики.

1. Для теории гетерогенных лазеров [1] и других приложений необходимо кинетическое описание двухфазных систем, состоящих из молекул (g) с массой m, скоростью $\mathbf{v}_g$, набором квантовых чисел ν и крупных частиц (p) с массой M, скоростью $\mathbf{v}_p$ и внутренней энергией E_p. Ранее такие модели предлагались для бесструктурных частиц [2, 3], а также развивался метод Чепмена — Энскога решения соответствующих уравнений [4, 5].

В настоящей работе для структурной разреженной газовзвеси строятся кинетические модели, основанные на интегралах внутрифазных и межфазных столкновений больцмановского и энскога-больцмановского типа. Кинетические коэффициенты, характеризующие межфазные взаимодействия, выражены через коэффициенты обмена и трансформанту неупругого рассеяния молекул кристаллической поверхностью. На основании полученных моделей выведены уравнения переноса молекулярной фазы с учетом влияния твердых частиц.

Будем считать для простоты твердые частицы сферами радиуса σ, имеющими радиус взаимодействия с молекулами R_*, причем $R_*\ll\sigma$ (модель типа Букингема). Разреженность молекулярного газа и газа твердых частиц означает, что $r_0\ll d_0$, $R_0\ll D_0$; $d_0=n_0^{-1/3}$, $D_0=N_0^{-1/3}$, где r_0, R_0 — радиусы gg- и pp-взаимодействий, n_0, N_0 — средние плотности молекул n и частиц N. Обозначим через l_{gg}, l_{pp} соответствующие длины свободного пробега, через L — характерный газодинамический масштаб и через $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_g, \nu, t)$, $F(\mathbf{R}, \mathbf{v}_p, \mathrm{E}_p, t)$ — функции распределения молекул и твердых частиц. Характерные значения температур и скоростей компонент будем полагать равными по порядку величины. Для разреженной газовзвеси можно выделить следующие основные режимы: *а*) $\sigma\ll d_0\lesssim l_{gg}\ll L$, *б*) $d_0\ll\sigma\ll l_{gg}\ll L$, *в*) $l_{gg}\lesssim\sigma\ll L$, *г*) $l_{gg}\ll L\lesssim\sigma$.

Первые три из них будем описывать кинетическими уравнениями

$$Df=J(f,f)+J(f,F),\qquad DF=J(F,F)+J(F,f) \tag{1.1}$$

с обычными локальными больцмановскими интегралами столкновений $J(f,f)$, $J(F,F)$ и различными выражениями для интегралов межфазных взаимодействий $J(f,F)$, $J(F,f)$. Четвертый случай гидродинамического обтекания частицы рассматриваться не будет. Точно также не будут рассматриваться и обобщенные интегралы столкновений, позволяющие учитывать поправки на неидеальность каждой из компонент газовзвеси [6], кроме случая *в*), когда используется модель Энскога — Больцмана, применяемая для описания плотного газа [7].

2. Выражение для интеграла столкновений $J(f, F)$ без учета адсорбции и вращения частиц для режима *а*), характеризующегося в основном парными столкновениями молекулы с частицей, записывается из обычных балансных соображений [2]

$$J(f,F)=\int\limits_S ds \sum_{\nu'} \left\{ \int\limits_{\mathbf{v}_{gp}'\mathbf{n}_s<0} d\gamma_p d\gamma_g' d\gamma_p' |\mathbf{v}_{gp}'\mathbf{n}_s| f(\gamma_g') \times \right.$$

$$\times F(\gamma_p')\,\omega(\gamma_g'\gamma_p' \to \gamma_g\gamma_p) - \int\limits_{\mathbf{v}_{gp}'\mathbf{n}_s>0} d\gamma_p d\gamma_g' d\gamma_p' |\mathbf{v}_{gp}\mathbf{n}_s| \times \tag{2.1}$$

$$\left. \times f(\gamma_g) F(\gamma_p)\,\omega(\gamma_g\gamma_p \to \gamma_g'\gamma_p') \right\}$$

$$\gamma_g=(\mathbf{v}_g\nu), \quad \gamma_p=(\mathbf{v}_p\mathrm{E}_p), \quad \mathbf{v}_{gp}=\mathbf{v}_g-\mathbf{v}_p$$

где S — поверхность, $\mathbf{n}_s$ — единичная нормаль к ней и ω — плотность вероятности неупругого рассеяния молекулы на тяжелой частице с учетом законов сохранения. Интеграл столкновений (2.1) можно разложить по малому параметру $\varepsilon=(m/M)^{1/2}$, как это делается в теории частично ионизованной плазмы [8]

$$J(f,\ F)=J_0+\varepsilon J_1+\varepsilon^2 J_2+\ldots \tag{2.2}$$

Величина ω в J_0 переходит тогда в обычную трансформанту отражения T молекул на кристаллической поверхности. Если она зависит только от разности скоростей $\mathbf{v}_g'-\mathbf{v}_p'$, то для интеграла столкновений J_0 можно использовать модельное представление, основанное на его конечномерной аппроксимации в пространстве известных базисных функций теории молекулярных газов $\{\varphi_q\}$ (метод кинетических моделей [9])

$$J_0(f,F)=f_0(\gamma_g)\sum_q A_q\varphi_q, \quad A_q=(\varphi_q\ J_0(f,F))$$

$$A_{q,q'}\equiv(\varphi_q, J_0(f_0\varphi_{q'},F))=\sigma^2\int d\gamma_p F(\gamma_p)\int d\Omega \sum_{\nu,\nu'}\int d\mathbf{v}_{gp}d\mathbf{v}_{gp}'\times$$

$$\times[|\mathbf{v}_{gp}'\mathbf{n}_s|T(\gamma_g'\to\gamma_g,\mathrm{E}_p)f_0(\gamma_g')\varphi_{q'}(\gamma_g')\varphi_q(\gamma_g)-|\mathbf{v}_{gp}\mathbf{n}_s|T(\gamma_g\to\gamma_g'\ \mathrm{E}_p)\times$$

$$\times f_0(\gamma_g)\varphi_{q'}(\gamma_g)\varphi_q(\gamma_g)] \tag{2.3}$$

$$d\Omega=\sin\theta d\theta d\psi, \qquad \mathbf{c}_{g,p}=\mathbf{v}_{g,p}-\mathbf{U}$$

$$f_0(\gamma_g)=\left(\frac{m}{2\pi kT_g}\right)^{3/2}\frac{n}{Q(T_g)}\exp\left\{-\frac{m\mathbf{c}_g^2}{2kT_g}-\frac{\mathrm{E}_\nu}{kT_g}\right\}$$

где $\mathbf{U}$ — среднемассовая скорость смеси, которую будем считать равной средним скоростям двух компонент, f_0 — равновесная функция распределения молекул по поступательным и внутренним степеням свободы, T_g T_p — температуры компонент газовзвеси. Используя выражения для коэффициентов обмена на кристаллической поверхности [10], можно получить следующее выражение скобочных интегралов A_q через эти величины:

$$A_q=\sigma^2\int d\gamma_p F(\gamma_p)\int d\Omega\alpha(\varphi_q, \mathbf{U}-\mathbf{v}_p, \mathbf{n}_s)$$

$$\mathbf{n}_s=(\cos\theta\sin\psi,\ \cos\theta\cos\psi,\ \sin\theta)$$

где $\alpha(\varphi_q, \mathbf{a}, \mathbf{n}_s)$ — коэффициент обмена функции φ_q на поверхности частицы в системе координат, в которой падающий поток молекулярного газа имеет среднюю скорость **a** относительно поверхности с нормалью n_s. Как показано в работе [4], интеграл для случая *а*) равен нулю.

В режиме *б*) в межфазном столкновении могут участвовать одновременно несколько молекул. Однако в нулевом приближении по параметру ε, когда эти столкновения можно считать некоррелированными, для их описания воспользуемся прежним выражением J_0. Для J_1 в этом режиме простых выражений уже не получается.

Наконец, для режима *в*) в нулевом приближении по параметру ε и с точностью до членов $O(\sigma^2/L^2)$, используя модель Энскога – Больцмана [7], нетрудно получить следующее выражение интеграла столкновений:

$$J_0(f,F)=J_0+\frac{\sigma}{L}\int\limits_S ds\sum_{\nu'}\int d\gamma_g' d\gamma_p F(\mathbf{r},\gamma_p)\,[\,|\mathbf{v}_{gp}'\times$$

$$\times\mathbf{n}_s|T(\gamma_g'\to\gamma_g,\mathrm{E}_p)\mathbf{n}_s\nabla_\mathbf{r}f-|\mathbf{v}_{gp}\mathbf{n}_s|\mathbf{n}_s\nabla_\mathbf{r}f]+O(\sigma^2/L^2)$$

где J_0 – соответствующее выражение для случая *а*). Отметим, что в интегралах столкновений для рассмотренных случаев под $T(\gamma_g'\to\gamma_g,\mathrm{E}_p)$ надо понимать обычную трансформанту отражения на плоской поверхности при условии $R_*/\sigma\ll 1$. В противном случае необходимо учитывать кривизну поверхности.

3. Рассмотрим теперь приближенные представления для интеграла столкновений $J(F,f)$ во втором уравнении (1.1) в виде разложения по малому параметру ε аналогично работам [4, 8]. Будем исходить из предположения, что при рассмотрении кинетики крупных частиц можно пренебречь неравновесными добавками к f и считать ее локально-равновесной $f\simeq f_0$. Тогда, следуя работам [4, 8], получаем

$$J(F,f)\simeq I_0+\varepsilon^2 I_2$$

$$I_0=\frac{\partial}{\partial\mathrm{E}_p}\left[D\left(\frac{\partial F}{\partial\mathrm{E}_p}+\frac{F}{kT_p}\right)\right];\qquad I_2=\frac{\partial}{\partial\mathbf{c}_p}B\left(\mathbf{c}_pF+\frac{kT_p}{M}\frac{\partial F}{\partial\mathbf{c}_p}\right)\tag{3.1}$$

Интегралы столкновений Фоккера – Планка I_0, I_2, естественно появляющиеся вследствие малых изменений E_p и $\mathbf{c}_p$, описывают энергетическую и импульсную релаксацию крупных частиц при соударениях с молекулами. Учитывая законы сохранения импульса и энергии при столкновении, выпишем выражения для B, D через трансформанту отражения

$$B=\frac{m^2}{3kT_gM}\int\limits_S ds\sum_{\nu'\nu}\int\limits_{\mathbf{c}_g'\mathbf{n}_s<0}d\mathbf{c}_g'\int\limits_{\mathbf{c}_g\mathbf{n}_s>0}d\mathbf{c}_g[(\mathbf{c}_g-\mathbf{c}_g')\mathbf{n}_s]^2\,|\mathbf{c}_g'\mathbf{n}_s|T(\gamma_g'\to\gamma_g,\mathrm{E}_p)f(\gamma_g')$$

$$D=\int\limits_S ds\sum_{\nu,\nu'}\int\limits_{\mathbf{c}_g'\mathbf{n}_s<0}d\mathbf{c}_g'|\mathbf{c}_g'\mathbf{n}_s|\int\limits_{\mathbf{c}_g\mathbf{n}_s>0}d\mathbf{c}_g(E-E')^2T(\gamma_g,\to\gamma_g,\mathrm{E}_p)f(\gamma_g')\tag{3.2}$$

где E – полная энергия молекулы.

Выражения (3.2) можно обосновать для первых двух режимов подобно тому, как это делается для столкновений в молекулярной фазе. С учетом пространственной неоднородности эти выражения можно использовать и в случае *в*). Так, например, для коэффициента B можно написать

$$B=\frac{m^2}{3kT_gM}\int\limits_S ds\sum_{\nu,\nu'}\int\limits_{\mathbf{c}_g'\mathbf{n}_s<0}d\mathbf{c}_g'|\mathbf{c}_g'\mathbf{n}_s|\int\limits_{\mathbf{c}_g\mathbf{n}_s>0}d\mathbf{c}_g\times$$

$$\times[(\mathbf{c}_g-\mathbf{c}_g')n_s]^2f(\mathbf{r}+\sigma\mathbf{n}_s,\gamma_g')T(\gamma_g'\to\gamma_g,\mathrm{E}_p)$$

Если трансформанта отражения такова, что сохраняет нормальную компоненту импульса по абсолютной величине, т. е.

$$T(\mathbf{c}_g',\ \nu'\to\mathbf{c}_g,\ \nu;\ \mathrm{E}_p)\sim\delta(c_{gn}+c_{gn}')\tag{3.3}$$

то вид коэффициента B значительно упрощается. Предположение (3.3) справедливо, например, в пределе низких температур газа T_g и поверхности. Тогда имеем

$$B=\frac{8\pi\sigma^2m^2n}{3kT_gM}\int\limits_0^\pi d\theta\sin\theta\int\limits_{\mathbf{c}_g'\mathbf{n}_s<0}d\mathbf{c}_g'\,|\mathbf{c}_g'\mathbf{n}_s|^3\exp\left\{-\frac{m\mathbf{c}_g'^2}{2kT_g}\right\}\left(\frac{m}{2\pi kT_g}\right)^{\frac{3}{2}}=$$

$$=\frac{16n\sigma^2}{3M}\sqrt{2\pi kT_gm}\qquad(3.4)$$

Выражение (3.4) соответствует результату известной классической задачи о диффузии броуновской частицы [11].

При больших энергиях относительного движения двух компонент существенным становится обмен энергией с поверхностью. Для высокотемпературной трансформанты, предложенной в работе [12]

$$T(E'\to E)=H(\mathrm{E}_p)\exp\left\{-\frac{(E-E')^2}{G^2(\mathrm{E}_p)}\right\}|t_{\Delta\mathbf{c}_g,\Delta\mathbf{v}}|^2$$

где $t_{\Delta\mathbf{c}_g,\Delta\mathbf{v}}$ – матрица рассеяния на поверхности, выражение для коэффициента D также упростится

$$D\simeq H(\mathrm{E}_p)G^3(\mathrm{E}_p)\sqrt{\frac{2kT_g}{m}}\pi\sigma^2n$$

4. Полученные модельные выражения для межфазных интегралов столкновений (2.3), (3.1) позволяют выводить газодинамические уравнения переноса гетерогенной смеси в различных условиях. Для этого запишем исходную систему уравнений (1.1) в безразмерной форме, введя характерную гидродинамическую скорость смеси U°, тепловые и относительные скорости v_g°, v_p°, $v_{gp}^\circ=v_{pg}^\circ$ молекул и частиц, длины свободного пробега и характерные сечения l_{ij}, σ_{ij} $(ij=\{g,p\})$

$$l_{ij}=\frac{U^\circ}{\sigma_{ij}v_{ij}n_j},\quad n_g=n_0,\quad n_p=N_0$$

Кинетические уравнения (1.1) в безразмерной форме имеют вид

$$K_0Df=J(f,f)+\mu_{gp}{}^gJ(f,F)$$

$$K_0\mu_{gg}{}^pDF=J(F,F)+\mu_{pg}{}^pJ(F,f)\qquad(4.1)$$

$$K_0=\frac{l_{gg}}{L},\quad\delta=\frac{N_0}{n_0},\quad\mu_{jk}{}^i=\frac{l_{ii}}{l_{jk}}$$

Система уравнений (4.1) описывает в общем случае течение разреженной газовзвеси для первых трех режимов. Для определенности рассмотрим режим а) в случае, когда внутренняя энергия макрочастицы не меняется при столкновениях и выполняются следующие соотношения:

$$K_0\sim\mu_{gp}{}^g\ll1,\quad\varepsilon^2>\delta,\quad u^\circ\sim v_g^\circ\qquad(4.2)$$

Тогда система (4.1) с учетом модельных разложений (2.2), (3.2) имеет вид

$$K_0Df=J(f,f)+K_0J_0(f,F)+O(K_0\varepsilon^2)$$

$$DF=\varepsilon J(F,F)+\varepsilon^2\delta^{-1}I_2(F,f)+O(\varepsilon^3\delta^{-1})\qquad(4.3)$$

В нулевом приближении по малым параметрам получаем, что f формируется в результате молекулярных столкновений, а F – в результате межфазных взаимодействий, при этом равновесные функции распределения находятся из условий $J(f_0,f_0)=0$, $I_2(F_0,f_0)=0$. Согласно уравнениям (4.3), в смеси сначала происходит максвеллизация легкого молекулярного компонента. Значительно медленнее происходит релаксация тяжелой компоненты с характерным временем $\tau_F\sim\tau_f\delta/(\varepsilon^2K_0)$; за это же время выравниваются температуры компонент. Поэтому функция распределения тяжелых частиц F является медленной переменной по отношению к f, и при выводе газодинамических уравнений для тяжелых частиц молекулярную фазу можно рассматривать в равновесии. Таким образом, газодинамика тяжелой компоненты главным образом определяется максвелловским термостатом молекулярного газа.

Так как для лазерных задач наибольший интерес представляет поведение молекулярного газа, получим уравнения переноса этой фазы в случае (4.2). Будем рассматривать тот случай, когда в отсутствие сильного внешнего поля тяжелая компонента описывается равновесной функцией распределения. Тогда в нулевом приближении имеем

$$f_0(\gamma_g)=\left(\frac{m}{2\pi kT_g}\right)^{3/2}\frac{n}{Q(T_g)}\exp\left\{-\frac{mc_g^2}{2kT_g}-\frac{E_\nu}{kT_g}\right\}$$

$$F_0(\gamma_p)=\left(\frac{M}{2\pi kT_g}\right)^{3/2}N\exp\left\{-\frac{Mc_p^2}{2kT_g}\right\},\quad Q(T_g)=\sum_\nu \exp\left\{-\frac{E_\nu}{kT_g}\right\}$$

В первом приближении по параметру K_0 получаем неоднородное интегральное уравнение для f_1

$$Df_0=J_0(f_0,\ F_0)+I(f_1) \tag{4.4}$$

где $I(f_1)$ — линеаризованный интеграл столкновений $J(f,\ f)$. Из условий разрешимости этого уравнения получим уравнения Эйлера течения молекулярного газа. Наличие межфазного взаимодействия приводит к тому, что уже в уравнениях переноса нулевого порядка появляются источниковые члены

$$\frac{dn}{dt}+n\nabla\mathbf{U}=0$$

$$mn\frac{d\mathbf{U}}{dt}+\nabla(nkT_g)=\sqrt{\frac{kT_g}{m}}\mathbf{A}_{2,1}$$

$$mn\frac{dT_g}{dt}+(nkT_g)\mathbf{1}:\nabla\mathbf{U}=\sqrt{\frac{3}{2}}kT_gA_{3,1}+c_V{}^{in}kT_gA_{4,1}$$

Коэффициенты $A_{\lambda,\lambda'}$ взяты здесь из (2.3), и $c_V{}^{in}$ — безразмерная колебательная теплоемкость при постоянном объеме. Из уравнения (4.4) для первого приближения выведем выражения для вектора потока тепла и тензора напряжений. Для решения (4.4) используем модели интеграла столкновений из работы [13] и формулы (2.3). Интегральное уравнение сводится, таким образом, к системе неоднородных линейных уравнений. Решая эту систему, получим для вектора потока тепла и тензора давлений

$$\mathbf{q}=-\lambda\nabla\ln T_g+\mathbf{\Lambda}_{tr}+\mathbf{\Lambda}_{in}$$

$$\lambda=-mnT_g\left(\frac{k}{m}\right)^2\Delta^{-1}\left[\frac{R_{33}}{2}+R_{66}+c_V{}^{in}\left(\frac{4}{15}R_{88}+\frac{R_{33}}{3}\right)\right]$$

$$\Delta=\frac{R_{33}{}^2}{4c_V{}^{in}}-R_{66}\left(\frac{R_{33}}{3}+\frac{4}{15}R_{88}\right)$$

$$\mathbf{\Lambda}_{tr}=\frac{1}{\Delta}\left(\mathbf{A}_{6,1}\frac{R_{33}}{4\sqrt{c_V{}^{in}}}+\mathbf{A}_{5,1}\frac{R_{66}}{\sqrt{10}}\right) \tag{4.5}$$

$$\mathbf{\Lambda}_{in}=\frac{1}{\Delta}\left[\left(\frac{R_{33}}{6}+\frac{2}{15}R_{77}\right)\mathbf{A}_{6,1}\sqrt{c_U{}^{in}}+\mathbf{A}_{5,1}\frac{R_{33}}{2\sqrt{10}}\right]$$

$$\mathbf{P}_g=p_R\mathbf{1}-2\eta\nabla\mathbf{U}-\xi(\nabla\mathbf{U})\mathbf{1}-\frac{\sqrt{2}kT_g}{R_{77}}\mathbf{A}_{7,1}$$

$$\eta=-\frac{nkT_g}{R_{77}},\quad \xi=-nkT_g\frac{2}{3}\left(\frac{c_V^{in}}{c_V}\right)^2R_{33}^{-1} \tag{4.6}$$

$$p_R=nkT_g-A_{3,1}\sqrt{\frac{2}{3}}\left(\frac{c_V^{in}}{c_V}\right)^2\frac{kT_g}{R_{33}}$$

В формулах (4.5) – (4.6) через R_{ij} обозначены известные скобочные интегралы [13]. Основной вывод из этих формул состоит в том, что в первом приближении появляются дополнительные релаксационные члены в векторе потока тепла и тензоре давления, обусловленные наличием крупных частиц. Кинетические коэффициенты вязкости и теплопроводности при этом не меняются.

Определенный интерес для такой системы представляют модельные уравнения для колебательной заселенности и для поступательной и внутренней температур (μ – произвольный параметр)

$$\frac{\partial n_\nu}{\partial t}+\nabla(n_\nu\mathbf{U})=n_\nu^0\left\{\mu\left[\frac{n_\nu-n_\nu^0}{n_\nu^0}-\frac{3}{2}\tau_{tr}\frac{1}{c_V^{in}}(\varepsilon_\nu-\langle\varepsilon\rangle)\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{3}{2c_V^{in}}\tau_{tr}+R_{33}\frac{c_V}{c_V^{in}}(\varepsilon_\nu-\langle\varepsilon\rangle)+A_{4,1}\right\}$$

$$n_\nu^0=ne^{-\varepsilon_\nu}Q^{-1}(T_g),\quad \tau_{tr}=\frac{T_g^{tr}}{T_g}-1,\quad \langle\varepsilon\rangle=Q^{-1}\sum_\nu\varepsilon_\nu e^{-\varepsilon_\nu}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{3}{2}knT_g^{tr}\right)+\nabla\left(\frac{3}{2}nkT_g^{tr}\mathbf{U}\right)+\nabla\mathbf{\Lambda}_{tr}+\mathbf{P}_g:\nabla\mathbf{U}=$$

$$=R_{33}\frac{3}{2}nk(T_g^{tr}-T_g^{\nu})+A_{3,1}\sqrt{\frac{3}{2}}kT_g$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{3}{2}nkT_g^{\nu}\right)+\nabla\left(\frac{3}{2}nkT_g^{\nu}\mathbf{U}\right)+\nabla\mathbf{\Lambda}_{in}=$$

$$=-\frac{3}{2}nkR_{33}(T_g^{tr}-T_g^{\nu})+A_{4,1}\sqrt{c_V^{in}}kT_g$$

Как видно из предыдущего, все дополнительные релаксационные члены в уравнениях газодинамики оказываются выраженными через коэффициенты $A_{\lambda,1}$. Выражения для интегральных скобок межфазного взаимодействия $A_{\lambda,\lambda'}$ были изучены в работе [14] в связи с задачей о граничных условиях для низкотемпературной трансформанты отражения от поверхности [12]

$$T(\mathbf{v}_g'\nu'\to\mathbf{v}_g\nu)=Z\exp\{-b[(v_{gx}-v_{gx}')^2+(v_{gy}-v_{gy}')^2]-$$
$$-d(\nu-\nu')^2\}\delta(v_{gz}+v_{gz}')\delta(E-E') \tag{4.7}$$

где Z, b, d – константы, зависящие от физических параметров. Модель (4.7) может быть обоснована для низких температур газа и поверхности. Она описывает околозеркальное рассеяние с учетом перекачки энергии между колебательной и поступательной степенью свободы. На основании формулы (2.3) с учетом (4.7) можно получить следующие выражения для коэффициентов $A_{s,1}$:

$$A_{1,1}=0,\quad \mathbf{A}_{2,1}=\mathbf{A}_{5,1}=\mathbf{A}_{6,1}=0$$

$$A_{3,1}=2\sigma^2\varkappa\sqrt{\frac{\pi}{3}}\Sigma,\quad A_{4,1}=-4\sigma^2\varkappa\sqrt{\frac{\pi}{2c_V^{in}}}\Sigma$$

$$A_{7,1} = -\frac{2\sigma^2\varkappa\sqrt{\pi}}{3}\Sigma 1, \qquad \varkappa = \frac{\hbar\Omega_0}{kT_g}$$

где Ω_0 – частота колебаний молекул и величина Σ выражается через следующую квадратуру, содержащую модифицированную функцию Бесселя $I_0(x)$

$$\Sigma = \int_0^\infty d\rho\rho\frac{Q(T_g)-1}{Q(T_g)}B^+(\rho) - \int_\varkappa^\infty d\rho\rho B^-(\rho)$$

$$B^\pm(\rho) = \sqrt{\frac{kT_g}{m}}\exp\{-\rho^2 \mp b\varkappa - d\}\frac{I_0(2b\rho\sqrt{\rho^2\pm\varkappa})}{I_0(2b\rho^2)}$$

Отметим, что для лазерных задач можно использовать более точные выражения интеграла g—g-столкновений, а также более точные выражения $A_{4,1}$, обусловленные другими приближениями трансформанты неупругого рассеяния.

Таким образом, полученные в работе результаты позволяют приближенно изучать кинетику и газодинамику структурной газовзвеси, исходя из моделей реальных межфазных взаимодействий.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Конюхов В. К., Файзулаев В. Н.* Кинетика колебательной релаксации молекул в системе газ – аэрозоль и лазеры на двухфазных средах.– Квант. электроника, 1978, т. 5, № 7, с. 1492–1498.
2. *Цибаров В. А.* Кинетическая модель псевдоожиженного слоя.– Вестн. ЛГУ, 1975, № 13, вып. 3, с. 106–111.
3. *Лунькин Ю. П., Мымрин В. Ф.* Кинетическая модель газовзвеси.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 1, с. 134–139.
4. *Галкин В. С.* К выводу уравнений двухтемпературной газодинамики модифицированным методом Чепмена – Энскога.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 1, с. 145–153.
5. *Струминский В. В.* Влияние диффузионной скорости на течение газовых смесей.– ПММ, 1974, т. 38, вып. 2, с. 203–210.
6. *Колесниченко Е. Г.* О методике вывода гидродинамических уравнений для сложных систем.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 3, с. 96–105.
7. *Ферцигер Дж., Капер Г.* Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976. 554 с.
8. *Митчнер М., Кругер Ч.* Частично ионизированные газы. М.: Мир, 1976, § 5, гл. 7.
9. *Tenti G., Desai R. C.* Kinetic theory of molecular gases I: Models of the linear Waldmann – Snider collision operator.– Can. J. Phys., 1975, v. 53, № 13, p. 1266–1278.
10. *Баранцев Р. Г.* Взаимодействие разреженных газов с обтекаемыми поверхностями. М.: Наука, 1975. 343 с.
11. *Montgomeri D.* Brownian motion from Boltzmań's equation.– Phys. Fluids, 1971, v. 14, № 10, p. 2088–2090.
12. *Богданов А. В., Горбачев Ю. Е.* Квазиклассическая теория взаимодействия газов с поверхностями.– Тр. 4-й Всес. конф. по разрежен. газу. Новосибирск, 1980, ч. 1, с. 116–128.
13. *Дубровский Г. В., Кондратенко А. В.* Модели взаимодействия и релаксации вращающихся и колеблющихся молекул.– Ж. техн. физики, 1981, т. 51, № 2, с. 260–269.
14. *Богданов А. В., Федотов В. А.* О постановке граничного условия для внутренней температуры.– Ж. техн. физики, 1981, т. 51, № 4, с. 882–884.

Ленинград

Поступила в редакцию 7.IX.1981