

УДК 533.6.011.5

**ПРОФИЛИРОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ И ПЛОСКИХ СОПЕЛ,  
РЕАЛИЗУЮЩИХ РАДИАЛЬНЫЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОТОК**

**КРАЙКО А. Н., ШЕЛОМОВСКИЙ В. В.**

Рассмотрены задачи о построении сверхзвуковых частей конфигураций двух типов, которые реализуют в сечении выхода равномерный радиальный поток. Конфигурации первого типа представляют собой «радиальные» осесимметричные сопла. Конфигурации второго типа строятся как набор  $N$  одинаковых плоских сопел, составляющих «звездообразную» решетку. Фиксируются число Маха в сечении выхода  $M_e$  и радиус  $r_*$ , на котором располагаются кольцевое или щелевые минимальные сечения. Образующие сверхзвуковых частей профилируются так, чтобы радиус  $r_e$  кольцевого выходного сечения был минимальным ( $r$  — расстояние до оси  $z$  цилиндрической системы координат  $zr\varphi$ ).

В обоих случаях газ, поданный в устройство вдоль оси  $z$  с дозвуковой скоростью, разворачивается и разгоняется до скорости звука. В радиальных соплах дальнейший разгон сверхзвукового потока происходит из-за расширения канала в плоскости  $zr$  и за счет радиального растекания от оси симметрии. Если  $L = r_e - r_* \ll r_*$ , то работает в основном первый механизм разгона, поскольку на длине сопла относительное увеличение  $r$  мало. При этом контуры радиального сопла почти не отличаются от образующих плоских сопел, реализующих равномерный поток с тем же  $M_e$ . В другом предельном случае ( $L \gg r_*$ ) главное влияние при любой форме стенок оказывает радиальное растекание. Поэтому при цилиндрической звуковой поверхности всегда имеется диапазон  $M_e \leq M_m$ , в котором оптимальны (в смысле минимума  $L$ ) «дисковые» сопла с плоскими стенками. Для конфигураций второго типа аналогичную роль играют «секторные» сопла, стенки которых — меридиональные плоскости. Для каждого  $M_e$  число плоских элементов решетки  $N \geq n > 1$ , где  $n$  зависит от  $M_e$ . Сверху  $N$  не ограничено, а  $L \rightarrow 0$  при  $N \rightarrow \infty$ . Профилированные стенки оптимальных конфигураций строятся в соответствии с [1, 2].

Исследуемые сопла интересны в теоретическом отношении и для приложений. Простота течения на их концевых участках, где, как и в сечении выхода, реализуется течение от источника, позволяет легко выявить ряд свойств таких сопел, а компоновочные преимущества делают весьма вероятным их использование, например для МГД-генераторов [3]. Наконец, пара меридиональных плоскостей — поверхностей тока незакрученного осесимметричного течения — выделяет из полного сопла пространственный канал с почти прямоугольными сечениями, параметры в которых при малом угле между плоскостями близки к постоянным. Две стенки таких сопел профилированные, а две другие образованы расходящимися плоскостями. Профилированные стенки являются сегментами поверхности вращения.

1. Профилирование осесимметричных сопел начнем с выяснения свойств радиального течения невязкого и нетеплопроводного газа, которое обладает и плоской и осевой симметрией, причем на данном этапе воспользуемся его осесимметричностью. Напротив, при профилировании плоских конфигураций радиальное течение будет рассматриваться как плоское. Так как равномерность потока на выходе из сопла предполагает его изэнтропичность и изоэнергетичность, а радиальность — отсутствие закрутки, то пока ограничимся осесимметричными течениями, в которых

$$s = s_0, \quad 2i + q^2 = 2I_0, \quad w = 0 \quad (1.1)$$

Здесь  $s$  и  $i$  — удельные энтропия и энтальпия;  $u, v, w$  и  $q$  —  $z, r$ - и  $\varphi$ -компоненты и модуль вектора скорости  $\mathbf{q}$ , а  $s_0$  и  $I_0$  — константы. В силу (1.1) любой термодинамический параметр — функция модуля «меридиональной» скорости  $V = \sqrt{u^2 + v^2}$ .

Стенки радиальных сопел являются поверхностями вращения, которые удобно представить в форме  $z=z_{\pm}(r)$ . Если у сопла есть плоскость симметрии  $z=\text{const}$ , то ее естественно совместить с плоскостью  $z=0$ , после чего будем иметь  $z_-(r)=-z_+(r)$ . Задача профилирования сверхзвуковой части состоит в определении функций  $z_{\pm}(r)$ , которые при известных до и транзвуковой частях сопла обеспечивают требуемый поток на его выходе. Пока не выдвинуто каких-либо дополнительных условий, данная задача имеет бесчисленное множество решений. Покажем это и решим ее сначала для цилиндрической звуковой поверхности (прямой звуковой линии:  $r=r_*$ ), а затем опишем отличия, возникающие при криволинейной звуковой линии.

Итак, пусть при  $r=r_*$  поток радиален ( $u=u_*=0$ ) и  $v=a$ , где  $a$  — скорость звука. В этом случае искомое сопло имеет плоскость симметрии и одно из возможных решений дается дисковым соплом с  $z_{\pm}=\pm\delta$ . Здесь  $\delta$ , как и  $r_*$ , заданная константа — полуширина минимального сечения. Указанное сопло реализует плоскопараллельное сверхзвуковое течение от источника. Покажем сначала, что для любого  $\Delta=\delta/r_*$  существует диапазон чисел Маха  $M=V/a$  на выходе из сопла  $1 < M_e < M_m(\Delta)$ , в котором дисковые сопла реализуют требуемый разгон при минимальной длине. С этой целью, ограничившись совершенным газом с постоянными теплоемкостями, рассмотрим течение от сверхзвукового источника, но не в переменных  $r\varphi$ , как это общепринято, а в меридиональной плоскости  $zr$ .

Если все переменные обезразмерить с  $r_*$ ,  $a_*$  и  $\rho_*$  в качестве масштабов ( $a_*$  и  $\rho_*$  — критические скорость и плотность), то для совершенного газа с показателем адиабаты  $\kappa$  условия на звуковой линии примут вид

$$M=V=v=a=\rho=1, \quad u=w=0, \quad p=1/\kappa \quad (-\Delta \leq z \leq \Delta, r=1)$$

Здесь  $\rho$  и  $p$  — плотность и давление. С учетом того, что в течении от источника  $u=0$ , соотношения, описывающие его (два первых равенства из (1.1), условие сохранения расхода и выражение для  $a$ ), запишем в форме

$$\frac{p}{\rho^{\kappa}} = \frac{1}{\kappa}, \quad \frac{\kappa p}{(\kappa-1)\rho} + \frac{V^2}{2} = \frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}, \quad r\rho V=1, \quad a = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} \quad (1.2)$$

Выписанные равенства определяют зависимости всех параметров от  $r$  при  $r>1$ . Для каждого  $r$  система (1.2) имеет два решения [4] с  $V>1$  и с  $V<1$ , из которых для дальнейшего представляет интерес первое (сверхзвуковое). Решая (1.2), за независимую переменную удобно взять  $M$ , причем  $1 \leq M \leq \infty$ , и затем находить  $r$  и остальные параметры как функции  $M$ . В частности, для  $r$  имеем

$$r = \frac{m}{M} [2 + (\kappa-1)M^2]^{\beta}, \quad m = (\kappa+1)^{-\beta}, \quad \beta = \frac{(\kappa+1)}{2(\kappa-1)} \quad (1.3)$$

Полученные соотношения помимо прочего позволяют строить в меридиональной плоскости  $c^+$ - и  $c^-$ -характеристики исследуемого течения. С учетом выражения для производной  $dr/dM$ , которое следует из (1.3), и того, что вдоль характеристик  $dr/dz = \text{tg}(\theta \pm \alpha)$ , где  $\theta$  — угол наклона вектора меридиональной скорости  $V$  к оси  $z$ , а  $\alpha$  — угол Маха ( $\sin \alpha = 1/M$ ), вычислим вдоль указанных характеристик  $dz/dM$ . Вспомнив, что в течении от источника  $\theta = \pi/2$ , после интегрирования от  $M=1$  получим

$$z = -z_* = \mp 2m \int_1^M \frac{\sqrt{M^2-1}}{M} [2 + (\kappa-1)M^2]^{\beta-1} dM \quad (1.4)$$

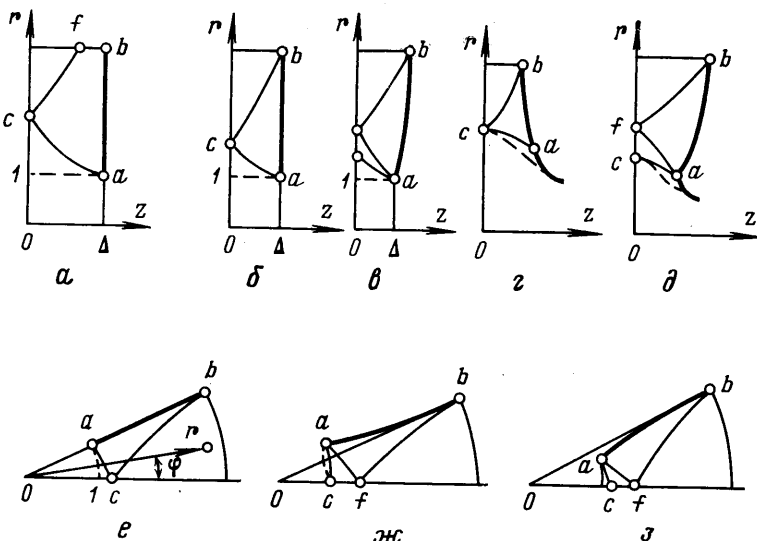
Здесь и далее верхний и (нижний) знак отвечает  $c^+$  ( $c^-$ )-характеристикам,  $z_*$  — значение  $z$  в точке выхода характеристики с прямой  $r=1$ . Уравнения (1.3) и (1.4) дают параметрическое представление характеристик. Характеристики обоих семейств касаются звуковой линии, где вдоль них

$dr/dz = \operatorname{tg}(\theta \pm \alpha) = \mp \sqrt{M^2 - 1} = 0$ . С удалением от звуковой линии  $r$  вместе с  $M$  растет неограниченно и при  $r \rightarrow \infty$  на характеристиках  $dz/dr \rightarrow 0$ , а сами они согласно (1.3) и (1.4), при  $(\kappa - 1)M^2 \gg 2$  даются формулами

$$z \approx \mp r / (\mu M) \approx \mp \chi r^\mu, \quad \mu(\kappa) = (3 - \kappa) / 2, \quad \chi(\kappa) = \mu^{-1} \varepsilon^{(\kappa+1)/4},$$

$$\varepsilon = (\kappa - 1) / (\kappa + 1) \quad (1.5)$$

Опираясь на выявленные свойства характеристик, вернемся к дисковым соплам. В зависимости от  $L = r_e - 1$  характеристики, идущие из  $a^\circ$  и  $a$  (начальных точек контуров сверхзвуковых частей), в пределах сопла либо не достигают, либо достигают противоположных стенок. Первому случаю отвечает фиг. 1, *a*, на которой вертикальный отрезок  $ab$  — правая стенка



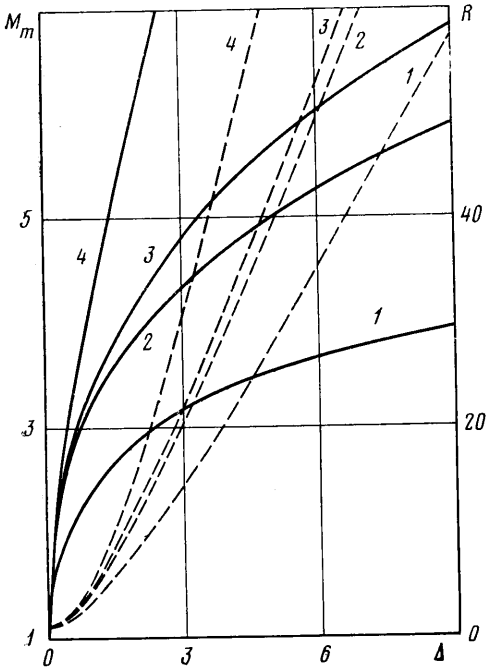
Фиг. 1

сопла  $z = \Delta$ , штриховая прямая — звуковая линия,  $ac$  и  $cf$  —  $c^-$  и  $c^+$ -характеристики. Длина сопла  $L$  и  $r_e = r_b$  растут с ростом  $M_e$ , причем для любого  $\Delta$ , начиная с некоторого  $M_e = M_m$ , которому отвечает фиг. 1, *б*, характеристики, идущие из  $a^\circ$  и  $a$ , в силу (1.5) пересекают противоположную стенку. Здесь и далее нижние индексы, кроме  $e$  и  $m$ , приписываются параметрам в соответствующих точках. Зависимости  $M_m = M_m(\Delta)$  и  $r_e = R(\Delta)$ , отвечающие этому случаю и рассчитанные для нескольких  $\kappa$  по (1.3) и (1.4), изображены на фиг. 2 соответственно сплошными и штриховыми линиями (кривые 1—4 отвечают  $\kappa = 1, 1; 4/3; 7/5$  и  $5/3$ ).

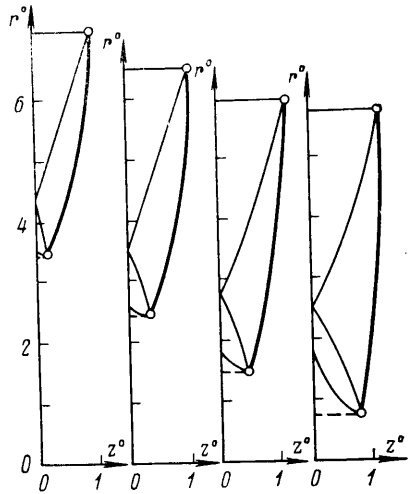
Пусть теперь заданы  $\Delta$  и требуемое число Маха  $M_e$  на выходе из сопла и пусть  $M_e \leq M_m(\Delta)$ . Тогда сопло, реализующее равномерный поток с заданным  $M_e$  при минимальной длине  $L$ , будет дисковым. Действительно, как видно из фиг. 1, *а* и *б*, в этом случае расположение характеристик таково, что при меньших  $L$  нельзя, обеспечив более быстрый разгон за счет дополнительных изломов в  $a^\circ$  и  $a$ , выравнять получившийся неравномерный поток в сечении выхода  $b^\circ b$ . С другой стороны, если вертикальные образующие  $z = \pm \Delta$  заменить спрофилированными соответствующим образом сходящимися кривыми ( $|z_\pm| \leq \Delta$ ), то получившееся сопло, обеспечивая на  $b^\circ b$  то же  $M_e$ , будет иметь большую длину, чем дисковое. Согласно фиг. 2,  $M_m$  — монотонно возрастающая функция  $\Delta$ . Поэтому с ростом  $\Delta$  дисковые сопла оказываются оптимальными (по  $L$ ) для все больших и больших  $M_e$ . Последнее нетрудно объяснить, так как при  $\Delta \gg 1$  разгон потока за счет роста  $r$  оказывается столь интенсивным, что эффект расширения стенок не работает. Эффект расширения стенок начинает сказываться лишь при  $M_e > M_m$ , когда в соответствии с [1, 2] оптимальные контуры имеют изломы в начальных точках (фиг. 1, *е*).

На фиг. 3 изображены правые половинки четырех таких сопел, причем  $z^\circ$  и  $r^\circ$  в отличие от  $z$  и  $r$  отнесены не к  $r_*$ , а к  $l = \sqrt{G / (2\pi r_* a_*)}$ , где  $G$  — расход газа через

сопло (при этом  $r_*^\circ \delta^\circ = 0,5$ ). Все сопла, имея разные  $\Delta$ , реализуют равномерный радиальный поток с  $M_e = 4$ . Эти и все дальнейшие результаты получены методом характеристик по программе, применявшейся в [1, 5], и, если не оговорено особо,  $\kappa = 7/5$ . Кроме того, для упрощения вычислений в начальных сечениях принималось, что  $M = 1,01$  вместо  $M = 1$ . На фиг. 3 наряду с контурами (жирные кривые) и входными и выходными сечениями нарисованы граничные характеристики начальных пучков и так называемых выравнивающих участков. Под нижней граничной характеристикой пучка и над граничной характеристикой выравнивающего участка — на концевом участке — поток радиален ( $u = 0$ ), а между ними  $u = 0$  только на оси  $r$ .



Фиг. 2



Фиг. 3

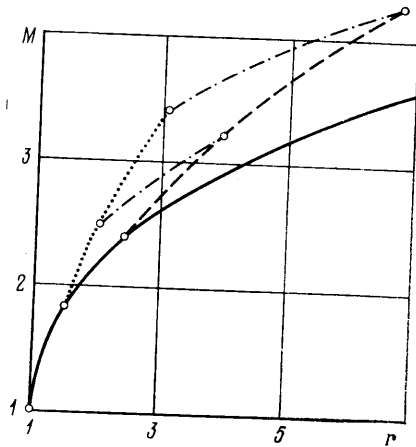
При переходе от левой конфигурации на фиг. 3 к правой  $\Delta$  растет и имеет место приближение к дисковому соплу. Для  $M_e = 4$  этот переход происходит при  $\Delta = 3,56$ , когда  $r_*^\circ = 0,53$ , а  $r_e^\circ = 5,7$ . Хотя, как видно из фиг. 3, размер всего устройства  $r_e^\circ$  с ростом  $\Delta$  для  $\Delta \leq 3,56$  уменьшается, длина  $L^\circ$  сверхзвуковой части сопла увеличивается. После достижения  $\Delta$  значения 3,56 дальнейший рост  $\Delta$  вызывает уже не увеличение, а уменьшение  $L^\circ$ , которое для дискового сопла при  $\Delta \rightarrow \infty$ , как и  $L$ , стремится к нулю. Обычно величина  $\Delta$  ограничена сверху условиями подвода газа. Так, если газ подается вдоль оси  $z$  с обеих сторон, то  $\Delta \leq 0,5$ . Однако это ограничение можно снять, либо сгравливая полное давление газа, который подводится вдоль оси симметрии, либо организовав истечение из баллона высокого давления, помещенного при  $r \leq 1$  и  $|z| \leq \Delta$ .

Представление об уменьшении внешнего радиуса  $r_e$  за счет профилирования образующих осесимметричного сопла дает фиг. 4, рассчитанная для  $\Delta = 1$ . На ней сплошная кривая определяет  $r_e = r_e(M_e)$  для дискового сопла, штриховая — для профилированного, а разность соответствующих абсцисс (при фиксированных ординатах) дает выигрыш, который, начиная с некоторого  $M_e$ , обеспечивает профилирование боковых стенок с изломом в  $a^\circ$  и  $a$ . Пунктиром на той же фигуре дано распределение  $M = M(r)$  при  $z = 0$  в пучках волн разрежения, образующихся при обтекании изломов, а штрихпунктиром — аналогичные распределения на оси концевых участков двух профилированных сопел, где реализуется течение от источника. Последнее описывается формулами (1.2) и (1.3) с отличной от единицы правой частью третьего равенства из (1.2) и с  $m \neq (\kappa + 1)^{-\beta}$  в (1.3). Соответствующие константы находятся из (1.2) и (1.3) по параметрам в нижней точке концевой участка — точке пересечения верхней граничной

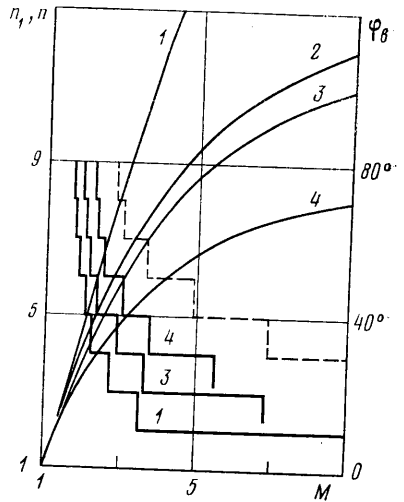
характеристики начального пучка с осью  $r$ . Заметим, кстати, что отличие  $M$  от единицы на  $a^\circ$  требовало аналогичной, хотя и незначительной коррекции тех же констант.

Эффекты неравномерности потока в минимальном сечении легко понять, если сравнить фиг. 1,  $a$  и  $b$  с фиг. 1,  $z$ . Последняя отвечает реальной дозвуковой части, а следовательно, криволинейной звуковой линии и неравномерному потоку в начальном сечении. При этом на звуковую линию, в отличие от случая, рассмотренного ранее, приходят  $s^+$ -характеристики от контура сопла ниже точки  $a$ , которая к тому же теперь не определяет минимального расстояния между его стенками.

Пусть  $cb$  —  $s^-$ -характеристика радиального течения, которая начинается в точке пересечения звуковой линии с осью  $r$ . Возьмем в качестве характерного линейного размера (т. е.  $r_*$ ) радиус точки  $c$  и определим  $\Delta$  формулой  $\Delta = 0,5\mu (r_a/r_c)^2 \Delta_a$ . Здесь



Фиг. 4



Фиг. 5

$\Delta_a = z_a/r_a$ , а  $\mu$  — коэффициент расхода, дающий уменьшение  $G$  по сравнению с его идеальным значением согласно равенству  $G = 4\mu r_a z_a \rho_* a_*$ . Можно показать, что при этом формулы (1.3) — (1.5) и фиг. 2 сохраняют справедливость, а для  $M_e > M_m$  сопло с изломами в  $a^\circ$  и  $a$ , схематически изображенное на фиг. 1,  $d$ , по-прежнему является в принципе возможной наикратчайшей конфигурацией. Несмотря на принципиальную возможность, при  $M_e$ , незначительно превышающих  $M_m$ , и большой начальной неравномерности такие конфигурации может не удастся построить по причине, аналогичной описанной в [6]. Еще одно отличие реального случая от рассмотренного ранее состоит в следующем. Какой бы малой ни была начальная неравномерность, она не позволяет, не изменяя трансзвукового течения ниже характеристик  $ac$ , строить сопла, которые при  $r_e \leq R(\Delta)$  реализуют радиальный поток с  $M_e < M_a(\Delta)$ . Подчеркнем, что в данном случае важна именно неравномерность начального течения, а не слабое отличие его скорости от звуковой. По той же причине приходится отказаться и от дисковых сопел, хотя для  $M_e > M_m(\Delta)$  их роль могут играть «квазидисковые» конфигурации с  $|z_{\pm}| = \Delta$  для  $r \geq R(\Delta)$  и  $|z_{\pm}| > \Delta$  для  $r < R(\Delta)$ .

2. Анализ плоских звездообразных решеток, течение в которых не зависит от  $z$ , включает этапы, аналогичные описанным в п. 1. При этом, однако, вместо  $s^\pm$ -характеристик меридиональной плоскости с координатами  $zr$  будем рассматривать характеристики плоского течения в полярных координатах  $r\phi$ , а дисковые сопла заменим соплами, которые далее называются «секторными». Стенки последних — меридиональные плоскости  $\phi = \text{const}$ . Поэтому в них при равномерном радиальном потоке в начальном сечении  $r = r_*$ , как и в дисковых соплах, реализуется течение от источника.

Начнем с уравнений характеристик течения от плоского сверхзвукового источника, которое описывается формулами (1.1) — (1.3). Для него в каждой точке плоскости  $r\phi$  вектор скорости  $\mathbf{q}$  направлен по лучу  $\phi = \text{const}$ . Поэтому если  $\theta$  — угол наклона  $\mathbf{q}$  к лучу  $\phi = 0$ , то  $\theta = \phi$ . Равенство  $\theta$  и  $\phi$  приводит к параметрическому представлению характеристик исследуемо-

го течения. Действительно, на них [4, 7]

$$\varphi = \vartheta = K^{\pm} \pm \Phi(M) \quad (2.1)$$

$$\Phi(M) = \varepsilon^{-1/2} \arctg \sqrt{\varepsilon(M^2 - 1)} - \arctg \sqrt{M^2 - 1} = \pi \frac{1 - \sqrt{\varepsilon}}{2\sqrt{\varepsilon}} - [M(\varkappa - 1)]^{-1} + O(M^{-3})$$

Здесь верхние (нижние) знаки отвечают  $c^+$  ( $c^-$ )-характеристикам, а константы  $K^{\pm}$  определяются по значениям  $\varphi$  и  $M$  в начальной точке соответствующей характеристики.

Формулы (2.1) и (1.3) с  $r$ , по-прежнему отнесенным к  $r_*$ , дают требуемое параметрическое представление. В силу (1.3) и (2.1), если  $r \rightarrow \infty$ ,  $\varphi \rightarrow K^{\pm} \pm 2\vartheta_{\infty}$ , где  $\vartheta_{\infty} = \Phi(\infty)/2 = \pi(1 - \sqrt{\varepsilon})/(4\sqrt{\varepsilon})$ . Воспользовавшись (2.1) и направив луч  $\varphi = 0$  по оси сопла, нетрудно также показать, что в случае, изображенном на фиг. 1, *e*, угол наклона прямолинейной стенки  $ab$  секторного сопла, т. е. угол его полураствора, равен

$$\varphi_b = \vartheta_b = \Phi(M_e)/2 \leq \vartheta_{\infty} \quad (2.2)$$

В этом случае  $M_e$  и  $r_e = r_b$  — функции  $\varphi_b$  и  $\varkappa$ . Эти функции, обозначаемые далее через  $M_m'$  и  $R'$ , связаны формулой (1.3) и фиг. 2 (на ней следует брать точки сплошных и штриховых кривых при фиксированных  $\Delta$ ). Зависимости между  $M_m' = M$  и  $\varphi_b$  для четырех  $\varkappa$  дают гладкие кривые фиг. 5 (цифры 1—4 отвечают  $\varkappa = 1, 1; 4/3; 7/5$  и  $5/3$ ).

Замена дискового сопла решеткой секторных сопел с плоскими стенками  $\varphi = \text{const}$ , не влияющими на течение, не может уменьшить  $r_e$ . Ее следует рассматривать лишь как «мысленную» процедуру, позволяющую выяснить, когда целесообразно применение звездообразной решетки. Последнее делается так. Зададим  $r_*$ ,  $M_e$  и  $N$  и, положив  $\varphi_b = \pi/N$ , с помощью фиг. 5 найдем  $M_m'$ . Если  $M_e \leq M_m'$ , то в силу соотношений, аналогичных приведенным для осесимметричных конфигураций, оптимальна решетка из секторных сопел, т. е., попросту говоря, дисковое сопло с  $r_e$ , определенным по  $M_e$  из (1.3). Принципиальная возможность уменьшения  $r_e$  при использовании решетки из  $N$  профилированных плоских элементов появляется лишь для  $M_e > M_m'$ . Так как  $M_m'$  — монотонно возрастающая функция  $\varphi_b$ , такая, что  $M_m' \rightarrow 1$  при  $\varphi_b \rightarrow 0$ , то с ростом  $N$  применение плоской решетки становится оправданным для все меньших  $M_e$ . Хотя, как уже отмечалось,  $r_e - r_* = r_e - 1 \rightarrow 0$  при  $N \rightarrow \infty$ , однако особый интерес представляют решетки с минимально возможным числом профилированных элементов, которое обозначим через  $n$ .

При равномерном потоке в начальном сечении в согласии с фиг. 1, *e*  $n = [\pi/\varphi_b(M_e, \varkappa)] + 1$ , где  $[\chi]$  — целая часть  $\chi$ , а  $\varphi_b(M_e, \varkappa)$  определяется гладкими кривыми фиг. 5. Зависимости  $n = n(M = M_e, \varkappa)$  даны на той же фигуре сплошными ступеньками. Начальная неравномерность и нерадиальность течения, которые наблюдаются для реальных дозвуковых частей, приводят к следующему. Во-первых, имеет место полная аналогия по их влиянию на возможность реализации дисковых сопел и сопел, близких к дисковому, с одной стороны, и решеток из секторных сопел и из профилированных элементов в случае  $N$ , близких к  $n$ , — с другой. Во-вторых, может оказаться, что контур спрофилированной сверхзвуковой части лежит над лучом, касающимся контура в точке  $b$ , как показано на фиг. 1, *ж*. Собрать решетку из таких элементов невозможно. С ростом  $N$  для неравномерного начального потока, а для радиального течения на  $r = r_*$  всегда реализуется ситуация, изображенная на фиг. 1, *з*.

Сказанное подтвердили систематические расчеты, которые были выполнены для  $\varkappa = 7/5$  и начального сечения, заданного в форме отрезка нормали к лучу  $\varphi = 0$ . Поток на нем принимался поступательным ( $\vartheta = 0$ ) и

равномерным, а  $M=1,01$ . При этом для фиксированного  $M_e$  в зависимости от величины  $N$  реализовывалась одна из трех возможностей. Для  $N$ , близких или равных  $n$ , обычно наблюдалась ситуация, аналогичная описанной в [6], и сопел рассматриваемого типа не удалось построить из-за пересечения  $s$ -характеристик, идущих от  $fb$ , до достижения ими линии тока  $ab$ . В подобных случаях требуемое течение на выходе нельзя получить, по крайней мере если не помещать в поток дополнительных тел (см. также [8]). Такая ситуация наблюдалась, например, при  $M_e=4,72$  и  $N=n=3$  и  $N=4$  и 5. С увеличением  $N$  сначала, как правило, получаются конфигурации типа представленной на фиг. 1, ж, и лишь при еще больших  $N$  — на фиг. 1, з. Найденные в итоге минимальные значения  $N=n_1 > n$ , начиная с которых при описанном начальном потоке возможно построение решетки, дает штриховая ступенчатая кривая на фиг. 5.

Пусть теперь начальный поток радиальный и заданы  $r_*$ , ширина кольцевого выхода (т. е. его протяженность по оси  $z$ ),  $\chi$  и  $M_e$ . Тогда в зависимости от величины  $M_e$  при  $N=n$  внешний радиус решетки  $r_e^c$  может быть и больше и меньше аналогичной характеристики  $r_e^a$  осесимметричного сопла. Так,  $r_e^c < r_e^a$  для  $M_e$ , близких к единице, когда  $n > 1$ . С ростом  $M_e$  положение меняется и более компактными становятся осесимметричные сопла. Дальнейшее уменьшение  $r_e$  могло бы дать использование решеток из пространственных элементов. Из них особенно интересны (прежде всего в технологическом отношении) те, две стенки которых — секторы идентичных симметрично расположенных относительно плоскости  $z=0$  поверхностей вращения, а две другие — также идентичные цилиндрические поверхности, параллельные оси  $z$ . Задача профилирования пространственных сопел, которые реализуют заданный (равномерный поступательный, радиальный и т. п.) сверхзвуковой поток, пока не решена. Тем не менее принципиальная возможность ее решения, например, при равномерном радиальном потоке в прямоугольном ( $r=r_*$ ,  $|\varphi| \leq \varphi_a$ ,  $|z| \leq \Delta$ ) начальном сечении не вызывает сомнения. Последнее следует из общих положений теории оптимального управления [9], поскольку для выбранного начального сечения и заданного  $M_e$  имеются по крайней мере две неоптимальные «пространственные» конфигурации с разными  $r_e$ . В качестве таких конфигураций всегда можно взять плоское сопло настоящего пункта и «вырезку», которую две меридиональные плоскости выделяют из радиального сопла с требуемыми  $\Delta$  и  $M_e$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Крайко А. Н., Шеломовский В. В. О профилировании плоских и осесимметричных сопел и каналов, реализующих заданный сверхзвуковой поток в сечении выхода. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4, с. 94–102.
2. Иванов М. Я., Крайко А. Н. Профилирование двумерных и пространственных сопел и расчет течения в них. — В кн.: Газодинамические лазеры и лазерная фотохимия. Лекции, прочитан. в Школе молод. ученых МГУ, Азау, 1976. М., 1978, с. 52–62.
3. Овсянников А. М. Исследование смешанных течений в радиальных соплах для МГД-генераторов. — В кн.: Вычислительные методы и программирование. Вып. 23. М.: Изд-во МГУ, 1974, с. 103–125.
4. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Физматгиз, 1963. 728 с.
5. Крайко А. Н., Шеломовский В. В. Сравнение двух методов профилирования контуров сверхзвуковых частей сопел, реализующих равномерный поток. — Уч. зап. ЦАГИ, 1981, т. 12, № 4, с. 46–53.
6. Шифрин Э. Г. Об использовании течений с прямой звуковой линией в соплах с угловыми точками. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 1, с. 168–170.
7. Крайко А. Н., Шеломовский В. В. О свободном расширении двумерных струй идеального газа. — ПММ, 1980, т. 44, вып. 2, с. 271–280.
8. Крайко А. Н. Вариационные задачи газовой динамики. М.: Наука, 1979. 448 с.
9. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1961. 392 с.

Москва

Поступила в редакцию  
24.VI.1981