

УДК 533.6.011:697

РАСЧЕТ ТРЕХМЕРНОГО ТРАНСЗВУКОВОГО ПОТОКА ГАЗА ЧЕРЕЗ СТУПЕНЬ ОСЕВОЙ ТУРБИНЫ

ГНЕСИН В. И.

Определение пространственного потока в проточной части турбомашин в общей постановке сводится к решению полной системы нестационарных уравнений газовой динамики. Решение такой задачи до последнего времени было связано с большими трудностями как в части ее корректной постановки, так и в разработке метода решения.

В настоящее время наряду с разнообразными приближенными подходами [1–3 и др.] интенсивно развиваются численные методы расчета двумерных и трехмерных течений идеального газа через решетки турбомашин [4–9 и др.]. Однако если решение задачи в осесимметричной постановке [4, 5] не позволяет получить такие важные характеристики потока, как распределение скоростей и давлений на лопаточных поверхностях, вторичные течения и др., то при решении трехмерных внутренних задач в рамках изолированного венца [6–9] затруднительным представляется определение рационального распределения параметров по радиусу в межвенцовом зазоре, так как оно входит в постановку граничных условий.

В данной работе описаны постановка задачи и численный метод расчета трехмерного потока идеального газа в ступени турбомашин с учетом аэродинамического взаимодействия взаимно движущихся направляющего аппарата и рабочего колеса. Идея предлагаемого метода состоит в использовании принципа установления при решении полной системы нестационарных трехмерных уравнений движения сжимаемого газа через систему аэродинамически взаимодействующих лопаточных венцов. В качестве установившегося решения ищется периодически нестационарное течение, к которому асимптотически приближается нестационарный поток при заданных геометрических характеристиках системы движущихся решеток и стационарных граничных условиях на бесконечности перед первой решеткой и на выходе из второй.

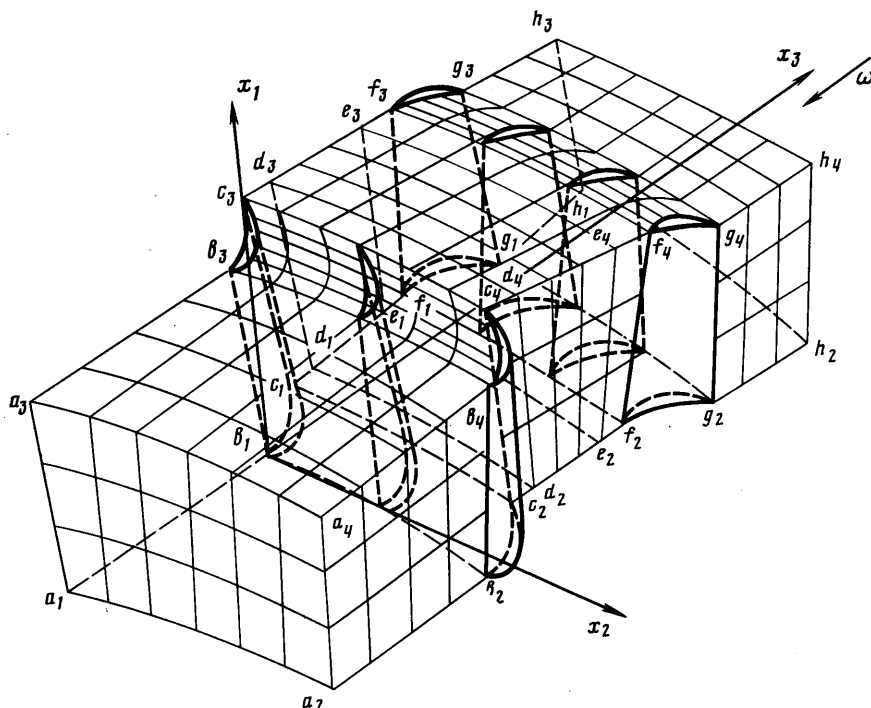
Следует отметить, что задача о двумерном нестационарном течении невязкого газа через двухрядные решетки телесных профилей решена ранее в работах [10, 11] для плоского случая и – в [12] для случая движения жидкости на концентрических поверхностях тока.

1. Рассмотрим в физической области трехмерное трансзвуковое течение невязкого, нетеплопроводного газа через ступень осевой турбины (фиг. 1), включающую неподвижный направляющий аппарат и рабочее колесо, вращающееся с постоянной угловой скоростью ω . Обе решетки в общем случае содержат неравное количество лопаток произвольной формы. Пусть первая (направляющая) решетка состоит из z_1 лопаток, вторая (рабочая) – из z_2 лопаток. Очевидно, что поток через ступень не будет обладать периодичностью от лопатки к лопатке (на шаге решетки), за исключением случая равного количества лопаток в обеих решетках, что обычно не применяется в практике турбиностроения.

Назовем шагом ступени наименьший общий шаг двух решеток

$$T_s = k_1 \frac{2\pi}{z_1} = k_2 \frac{2\pi}{z_2} = (k_1 - k_2) \frac{2\pi}{z_1 - z_2}$$

где k_1 и k_2 – взаимно-простые натуральные числа, пропорциональные z_1 и z_2 . Следовательно, при безотрывном течении в каждый момент времени



Фиг. 1

структура потока в ступени является периодической с периодом на шаге ступени

$$(k_1 - k_2) \frac{2\pi}{z_1 - z_2}$$

Если \$z_1\$ и \$z_2\$ — взаимно-простые числа, то \$k_1 = z_1\$, \$k_2 = z_2\$, а период равен \$T_s = 2\pi\$.

В результате аэродинамического взаимодействия структура потока в обеих решетках изменяется во времени, перемещаясь в направлении, противоположном движению второй решетки. Течение в некотором канале в момент времени \$t\$ соответствует такому же течению в другом канале в момент времени \$t + \Delta t\$. Угловые скорости смещения поля течения в направляющей и рабочей решетках различны и зависят от соотношения чисел лопаток \$z_1\$ и \$z_2\$ и угловой скорости \$\omega\$ рабочей решетки.

В силу цикличности и периодичности структуры нестационарного потока удобно выбрать расчетную область, имеющую протяженность в окружном направлении, равную шагу ступени \$T_s\$ и включающую \$k_1\$ межлопаточных каналов направляющей решетки, \$k_2\$ межлопаточных каналов рабочей решетки и области входа, межвенцового зазора и выхода (Фиг. 1).

Пространственное трансзвуковое течение, содержащее в общем случае сильные разрывы в виде ударных волн и вихревых следов, сходящихся с выходных кромок лопаток, можно описать в относительной системе координат, вращающейся с постоянной скоростью \$\omega\$, системой нестационарных уравнений газовой динамики, представленной в форме интегральных законов сохранения

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \, d\Omega + \oint_{\sigma} \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \, d\sigma = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho V d\Omega + \oint_{\sigma} T \cdot n^{\circ} d\sigma + \int_{\Omega} H d\Omega = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} E d\Omega + \oint_{\sigma} (E+p) V \cdot n^{\circ} d\sigma = 0$$

Здесь t — время; p , ρ — давление и плотность; V — вектор скорости; Ω — объем; σ — поверхность, ограничивающая данный объем; $n^{\circ} = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ — вектор единичной нормали к элементу поверхности $d\sigma$; $T = \{T^{ih}\} = \{\rho v^i v^h + g^{ih} p\}$ — тензор плотности потока импульса (g^{ih} — метрический тензор); $H = \{\rho a_e^i + 2\rho e^{ijk} \omega_j v_k\}$ (e^{ijk} — тензор Леви — Чивита); a_e^i — ускорение переносного движения; E — полная энергия единицы объема.

Выберем декартову систему координат x_1, x_2, x_3 (фиг. 1), направив ось x_1 в сторону радиуса от корня к периферии, ось x_3 — параллельно оси вращения в направлении течения газа, ось x_2 — перпендикулярно плоскости x_1, x_3 так, чтобы векторы x_1, x_2, x_3 составляли правую тройку. В соответствии с принятой системой координат и направлением вектора угловой скорости ω входящие в (1.1) векторные величины можно представить в компонентах в следующем виде:

$$\omega = \{0, 0, -\omega\}; \quad a_e = -\text{grad} \frac{V_e^2}{2} = \{-\omega^2 r, 0, 0\}$$

$$\rho V = \begin{vmatrix} \rho v_1 \\ \rho v_2 \\ \rho v_3 \end{vmatrix}; \quad H = \begin{vmatrix} \rho a_e^1 + 2\rho \omega v_2 \\ -2\rho \omega v_1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$T \cdot n^{\circ} = \begin{vmatrix} (\rho v_1 v_1 + p) \alpha + \rho v_1 v_2 \beta + \rho v_1 v_3 \gamma \\ \rho v_2 v_1 \alpha + (\rho v_2 v_2 + p) \beta + \rho v_2 v_3 \gamma \\ \rho v_3 v_1 \alpha + \rho v_3 v_2 \beta + (\rho v_3 v_3 + p) \gamma \end{vmatrix}$$

Система уравнений (1.1) замыкается уравнением состояния $\varepsilon = \frac{1}{\kappa - 1} \frac{p}{\rho}$

где ε — внутренняя энергия единицы массы газа, κ — показатель адиабаты. Расчетная область Ω ограничена втулкой $a_1 h_1 a_2 h_2$, обечайкой $a_3 h_3 a_4 h_4$, выпуклой $b_1 c_1 b_3 c_3$ и вогнутой $b_2 c_2 b_4 c_4$ поверхностями направляющих лопаток, вогнутой $f_1 g_1 f_3 g_3$ и выпуклой $f_2 g_2 f_4 g_4$ поверхностями рабочих лопаток. В расчетную область входят области периодичности на входе и выходе из ступени и в межвенцовом зазоре.

Задачу определения поля трансзвукового потока идеального газа в ступени можно сформулировать следующим образом: найти периодическое решение системы уравнений (1.1) в области Ω при заданных граничных условиях. Подробнее о постановке граничных условий будет сказано ниже.

2. Для численного решения нестационарной трехмерной системы уравнений газодинамики применен метод установления с использованием пространственного варианта явной разностной схемы С. К. Годунова [13].

Процесс установления решения системы (1.1) осуществляется дискретными шагами по времени. Переход решения от момента времени t к моменту $t + \Delta t$ рассчитывается для каждой из решеток с учетом их взаимного положения на момент t . Поэтому последовательность течений, получающихся в последовательные моменты времени, представляет собой ряд физически реальных течений при условии, что начальное состояние имеет реальный физический смысл.

В связи с этим вся расчетная область включает две подобласти: $\Omega_1(a_1 e_1 a_2 e_2 a_3 e_3 a_4 e_4)$ и $\Omega_2(d_1 h_1 d_2 h_2 d_3 h_3 d_4 h_4)$, в каждой из которых течение газа и

геометрия решеток описываются в абсолютной или относительной системах координат, жестко связанных соответственно с неподвижной и подвижной решетками. При этом все твердые границы становятся неподвижными, унифицируется алгоритм расчета обеих решеток. Указанные подобласти содержат общую часть $d_1e_1d_2e_2d_3e_3d_4e_4$, в которой осуществляется перевод параметров из абсолютной системы координат в относительную и наоборот и учитывается изменение граничных условий на выходе из первой решетки и на входе во вторую, связанное со взаимным перемещением решеток. Конструкция разностной сетки представлена на фиг. 1. Каждое из двумерных сечений x_1, x_2 разбивается на одинаковое число четырехугольных ячеек, ограниченных дугами $r = \text{const}$ и отрезками прямых, делящих эти дуги на равные части. Соответственные точки в соседних двумерных сечениях соединяются отрезками прямых.

Таким образом, области Ω_1 и Ω_2 разбиваются на элементарные ячейки, каждой из которых ставятся в соответствие три полупечелых числа $m_i + 1/2$ (m_i — натуральные числа, $i=1, 2, 3$)

$$1 \leq m_1 \leq N, \quad 1 \leq m_2 \leq M, \quad 1 \leq m_3 \leq L$$

Интегрируя уравнения (1.1) по объему элементарной ячейки $\Omega_{m_i+1/2}$ с поверхностью σ и осредняя потоки «больших» величин через боковые грани [13], получим разностные аналоги законов сохранения, которые представим в символической векторной форме

$$\mathbf{f}_{m_i+1/2}^{t+\Delta t} = \mathbf{f}_{m_i+1/2}^t - \frac{\Delta t}{\Omega_{m_i+1/2}} \left[\sum_{i=1}^3 (\mathbf{F}_i \cdot \mathbf{n}^\circ \sigma)_{m_i+1} - \sum_{i=1}^3 (\mathbf{F}_i \cdot \mathbf{n}^\circ \sigma)_{m_i} \right] - \Delta t \cdot \mathbf{S} \quad (2.1)$$

Алгоритм расчета требует знания величин элементарных объемов, площадей боковых граней и векторов нормалей к каждой грани.

С использованием формул (2.1) вычисляются параметры во всех внутренних ячейках расчетной области. Положение области Ω_1 не изменяется и расчет параметров в ней производится в абсолютной системе координат. Область Ω_2 вращается со второй решеткой с угловой скоростью ω , а расчет параметров в ней производится в относительной системе координат. Таким образом, конфигурация области Ω периодически изменяется от некоторого момента, как показано на фиг. 1, до момента времени, при котором область Ω_2 повернется на период T_s .

3. Рассмотрим постановку граничных условий. На непроницаемых стенках расчетной области используется условие непротекания $\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}^\circ = 0$. Границы областей периодичности рассматриваются как внутренние, и специальные граничные условия на них не ставятся. При расчете к поверхностям периодичности присоединяются дополнительные ячейки, параметры газа в которых полагаются равными параметрам газа в соответствующих внутренних ячейках области Ω .

Количество граничных условий в сечениях входа $a_1a_2a_3a_4$ и выхода $h_1h_2h_3h_4$ задается, исходя из анализа распространения звуковых возмущений в нестационарном потоке газа [13, 14]. При дозвуковой осевой составляющей скорости параметры потока во входном сечении в момент $t + \Delta t$ связаны с параметрами потока внутри расчетной области в момент t одним соотношением, т. е. должны быть заданы четыре из пяти неизвестных параметров потока (или соотношения между ними). В случае $v_3 > a$ (a — скорость звука) все малые возмущения распространяются только вниз по потоку, при этом во входном сечении должны быть заданы все пять параметров. В выходном сечении при $v_3 < a$ задается один из пяти параметров потока, при $v_3 > a$ граничные условия не ставятся.

Турбинные решетки характеризуются, как правило, дозвуковой осевой компонентой скорости. В этом случае выпишем полную систему соотношений для определения параметров потока с учетом дифференциальных соотношений на характеристиках в сечении входа $a_1a_2a_3a_4$

$$\begin{aligned} i_0 &= i_0(x_1); & p_0 &= p(x_1) \\ \alpha &= \alpha(x_1, x_2); & \gamma &= \gamma(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$d\left(v_3 - \frac{2a}{\kappa-1}\right) = 0$$

и в сечении выхода $h_1 h_2 h_3 h_4$

$$p = p(x_1, x_2), \quad dp - a^2 d\rho = 0 \quad (3.2)$$

$$dv_1 - (\omega^2 r - 2\omega v_2) dt = 0$$

$$dv_2 + 2\omega v_1 dt = 0, \quad d\left(v_3 + \frac{2a}{\kappa-1}\right) = 0$$

В соотношениях (3.1), (3.2) все дифференциалы вычисляются по соответствующим характеристическим направлениям; i_0 , p_0 — полные энтальпия и давление в абсолютном движении; α , γ — углы, задающие направление вектора скорости в окружном и радиальном направлениях.

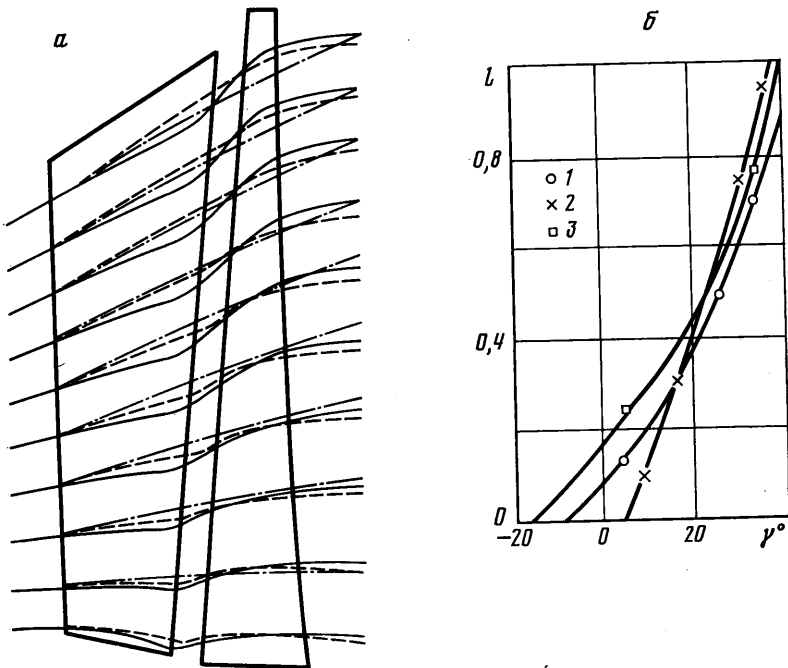
Требование адаптируемости численного алгоритма к особенностям решения рассматриваемой задачи (имеется в виду периодическая нестационарность, вырабатываемая с учетом предыстории течения) в отличие от решения подобной задачи в квазистационарной постановке [15] приводит к необходимости учитывать периодическую структуру потока в зазоре, определяемую взаимным перемещением решеток. Реализация этого требования осуществляется периодическим изменением «внутренних» граничных условий на выходе из направляющих лопаток и на входе в рабочие, соответствующих на каждом временном шаге реальному взаимному положению обеих решеток в данный момент времени. Для построения циклической процедуры расчета «внутренних» граничных условий используются ячейки разностной сетки, которые являются общими для областей Ω_1 и Ω_2 . На каждом временном шаге в качестве граничных условий в выходном сечении области Ω_1 берутся параметры из соответствующих внутренних ячеек области Ω_2 , аналогично в качестве граничных условий во входном сечении области Ω_2 принимаются параметры из соответствующих внутренних ячеек области Ω_1 .

Кроме граничных условий при постановке задачи следует задать начальное приближение, в качестве которого могут быть взяты результаты расчета стационарного обтекания каждой из решеток изолированно. Расчет осуществляется последовательными шагами по времени до установления периодической нестационарности.

4. На основе разработанного алгоритма составлены программы для описания геометрических характеристик направляющей и рабочей решеток, построения пространственной разностной сетки и расчета обтекания ступени.

При численном решении задачи удобно все переменные величины считать безразмерными. Для этого пространственные координаты относятся к характерной длине l_* , компоненты и модуль скорости — к критической скорости a_* , плотность — к своему критическому значению ρ_* , давление — к величине $\rho_* a_*^2$, внутренняя энергия и энтальпия — к a_*^2 , время — к l_*/a_* и угловая скорость — к a_*/l_* . Все критические параметры вычисляются по полным параметрам потока в фиксированном сечении, например в корневом.

Ниже в качестве иллюстрации возможностей метода приведены некоторые результаты расчета обтекания трансзвуковым потоком газа последней ступени турбомшины, проточная часть которой показана на фиг. 2, 3 (на фиг. 2 — меридиональная проекция, на фиг. 3 — корневое, среднее и периферийное сечения). Основные геометрические и газодинамические характеристики ступени следующие: отношение среднего диаметра ступени к длине рабочей лопатки $D_{cp}/l = 2,86$; угловая скорость вращения рабочего колеса $\omega = 157$ 1/с; угол меридионального раскрытия проточной части в периферийном сечении направляющего аппарата $\gamma = 35^\circ$; во входном сечении полные энтальпия и давление постоянны по радиусу, $\alpha = 90^\circ$.



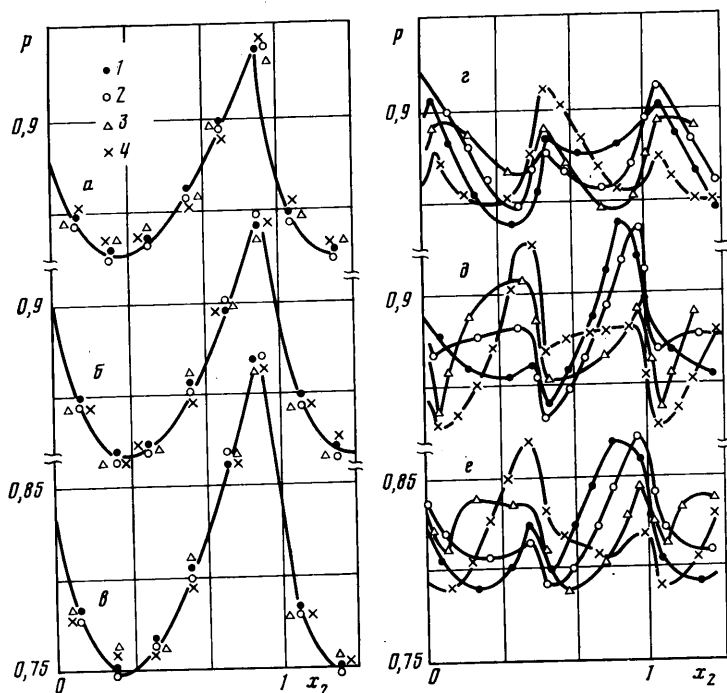
Фиг. 2

γ изменяется вдоль радиуса по линейному закону; в сечении за рабочим колесом статическое давление p_2 поддерживалось постоянным и равным $p_2/p_0=0,16$; соотношение чисел лопаток в направляющей и рабочей решетках 1:2.

На фиг. 2 представлено сравнение результатов расчета ступени в двумерной и трехмерной постановках задачи. Штрихпунктирными линиями на фиг. 2 обозначены меридианные линии тока, полученные при решении задачи в осесимметричной постановке по методу работы [4]. Сплошные и штриховые линии — линии пересечения поверхностей тока, проходящих во входном сечении через окружности фиксированных радиусов, с выпуклой и вогнутой поверхностями лопаток. Сравнение углов γ в межвенцовом зазоре, полученных расчетом и в эксперименте [16] (фиг. 2, линия 1 соответствует трехмерному расчету, 2 — двумерному, 3 — эксперимент), подтверждает качественное соответствие результатов.

На фиг. 3, а-в показано распределение линий равных статических давлений в периферийном, среднем и корневом сечениях решеток для их мгновенного относительного положения, приведенного на данной фигуре. В абсолютном движении безразмерное критическое давление равно $p^*=0,88$, в относительном движении $p^*_{от}=0,64$; 0,66 и 0,76 для корневого, среднего и периферийного сечений соответственно. Наибольшее отклонение в характере обтекания соседних лопаток наблюдается во входной части рабочей решетки, затем оно затухает вплоть до выходных кромок.

Распределение статических давлений в межвенцовом зазоре ступени показано на фиг. 4. Кривые на фиг. 4, а-в характеризуют изменение давления по шагу в ступени в периферийном, среднем и корневом сечениях за выходными кромками направляющих лопаток на расстоянии за ними, равном $1/3$ величины осевого зазора, кривые 4, г-е относятся к соответст-



Фиг. 4

вующим сечениям на расстоянии $1/5$ зазора перед входными кромками рабочих лопаток.

Линии 1 фиксируют давление в момент времени, соответствующий мгновенному относительному положению решеток, показанному на фиг. 4, линии 2, 3, 4 — в моменты времени, когда рабочая решетка поворачивается соответственно на $1/6$, $2/6$, $4/6$ шага ступени. Характер кривых свидетельствует о том, что наибольшая неравномерность параметров имеет место в корневом сечении среза за направляющей решеткой. Вниз по течению неравномерность уменьшается, при этом резко возрастает величина флуктуации давления перед рабочей решеткой. Это говорит о том, что возмущения, вносимые в трансзвуковой поток вращающейся решеткой, практически не распространяются вверх по потоку, а сносятся вниз по течению.

Расчет данного варианта выполнялся на пространственной сетке $N \times M \times L = 34 \times 8 \times 8$ для каждого канала. Контроль точности вычислений проводился по относительным отклонениям параметров через интервалы времени, кратные периоду поля течения. На режиме установления максимальная относительная погрешность не превышала 0,1%. Оценка точности интегральных характеристик показала, что наибольшее отклонение имеет величина расхода, которая не превосходит во всей области 3–4%, в окрестности кромок — 5–6%. При этом время счета одного варианта по программе, составленной на языке АЛГОЛ — ГДР, на ЭВМ «БЭСМ-6» составляло 16–18 ч.

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. М.: Физматгиз, 1962. 512 с.
2. Жуковский М. И. Аэродинамический расчет потока в осевых турбомашинах. Л.: Машиностроение, 1967. 287 с.
3. Сироткин Я. А. Аэродинамический расчет лопаток осевых турбомашин. М.: Машиностроение, 1972. 448 с.

4. *Индурский М. С., Ржезников Ю. В.* Метод расчета осесимметричного потока в ЦНД паровой турбины.— Теплоэнергетика, 1977, № 10, с. 17–22.
5. *Кременецкий М. Д., Леонтьева Н. В., Попов Ф. Д.* Численное решение задачи о пространственном потоке в ступенях турбомашин.— Ж. вычисл. матем и матем. физ., 1979, т. 19, № 2, с. 486–495.
6. *Богод А. Б., Кимасов Ю. И.* Расчет трехмерного трансзвукового течения идеального газа через пространственные решетки осевых турбомашин.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5, с. 92–98.
7. *Гнесин В. И., Соколовский Г. А., Солодов В. Г.* Сквозной метод расчета трехмерных трансзвуковых течений идеального газа в решетках турбомашин.— Изв. вузов. Машиностр., 1980, № 10, с. 63.
8. *Thompkins W. T., Epstein A. H.* A comparison of the computed and experimental three-dimensional flow in a transonic compressor rotor.— AIAA Pap., 1976, № 368.
9. *Oliver D. A., Sparis P.* Computational study of three-dimensional transonic shear-flow in turbomachine cascades.— AIAA Pap., 1971, № 83.
10. *Гнесин В. И., Соколовский Г. А., Гродзинский В. Л.* Численное решение задачи обтекания невязким газом двух последовательно расположенных неподвижной и подвижной решеток.— Тез. докл. конф. «Математическое моделирование процессов и конструкций турбомашин». Ч. 2. Харьков, 1976.
11. *Соколовский Г. А., Гнесин В. И.* Расчет смешанных течений в решетках турбомашин. Киев: Наукова думка, 1981. 184 с.
12. *Erds J. I., Alzner E., McNally W.* Numerical solution of periodic transonic flow through a fan stage.— AIAA Journal, 1977, v. 15, № 11, p. 1559–1568.
13. *Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко Л. Н., Прокопов Г. П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
14. *Moretti G., Abbett M.* A time-dependent computational method for blunt body flows.— AIAA Journal, 1966, v. 4, № 12, p. 2136–2141.
15. *Самойлович, Г. С.* Возбуждение колебаний лопаток турбомашин. М.: Машиностроение, 1975. 288 с.
16. *Шнез Я. И., Косяк Ю. Ф., Пономарев В. Н., Гаркуша А. В., Сухинин В. П., Зильбер Т. М., Слабченко О. Н., Юшкевич Ю. Э., Бодрунов А. П., Часнык С. Ф., Аркадьев Б. А., Зайцев М. В., Орловский В. П., Суплин А. М.* Основные результаты создания и газодинамических исследований последней ступени турбин К-500 и К-1000-60/1500.— Теплоэнергетика, 1978, № 9, с. 2–7.

Харьков

Поступила в редакцию
5.III.1981