

УДК 532.516:541.12

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ ВЯЗКИМ РЕАГИРУЮЩИМ ГАЗОМ

ПАСКОНОВ В. М., ПЕТРОВА Л. И., ПОЛЯНСКИЙ В. А.

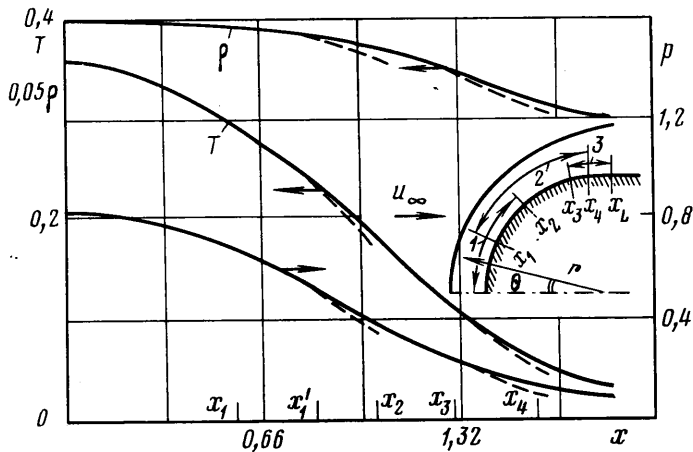
На основе численного решения уравнений Навье — Стокса оцениваются границы применимости упрощенных моделей, используемых для описания ламинарного неравновесного течения вязкого многокомпонентного реагирующего газа около затупленных тел, движущихся с гиперзвуковой скоростью в воздухе.

1. Постановка задачи. Метод численного решения. Рассматривается неравновесное течение вязкого реагирующего газа в сжатом ударном слое перед затупленным телом в условиях, соответствующих полетам в атмосфере Земли на высотах 70—100 км со скоростью 4—6 км/с. Для этих диапазонов высот и скоростей имеют место различные режимы обтекания — от режимов с размытой ударной волной до режимов, когда ударную волну можно моделировать разрывом, а процессы переноса существенны только в части ударного слоя, прилегающей к поверхности тела. При постановке задачи делаются следующие предположения: воздух моделируется семикомпонентной газовой смесью (O_2 , O , N , NO^+ , e , N_2), внутренние степени свободы компонент возбуждены равновесно, между этими компонентами идут реакции диссоциации O_2 , N_2 , NO , обменные реакции образования NO и реакция ассоциативной ионизации $N+O \rightleftharpoons NO^++e$ [1, 2].

Для описания течения в окрестности тела используется система уравнений Навье — Стокса для вязкого теплопроводного сжимаемого газа с учетом процессов многокомпонентной диффузии. Среда считается квазинейтральной, внешние электрические поля отсутствуют, электрический ток равен нулю. В этих предположениях из диффузионных уравнений можно исключить слагаемые с напряженностью индуцированного электрического поля. В расчетах использовались диффузионные уравнения, полученные в приближении 10 моментов метода Максвелла — Грэда [3]. Разрешая диффузионные уравнения относительно потоков диффузии, можно выразить последние через градиенты концентраций компонент смеси, при этом коэффициенты многокомпонентной диффузии вычисляются в приближении, соответствующем приближению одного полинома Сонина в методе Энского — Чепмена. В уравнениях неразрывности компонент учитывается, таким образом, многокомпонентная диффузия, а также слагаемые, описывающие рождение частиц в химических реакциях.

Полная система уравнений, на основе которой производились расчеты, приведена в [4, 5].

Исследовалось осесимметричное течение в окрестности головной и боковой поверхностей тела, полученного сопряжением сферы с цилиндром (фиг. 1). Параметры течения рассчитывались в области, заключенной между поверхностью тела и ударной волной в случае больших чисел Рейнольдса Re или некоторой поверхностью, расположенной достаточно далеко от тела вверх по потоку, при умеренных числах Re . На этой поверхности задавались условия, соответствующие параметрам невозмущенного течения. Вниз по течению расчетная область ограничивалась некоторой поверх-



Фиг. 1

ностью, на которой ставились «мягкие» граничные условия [5]. В качестве граничных условий на поверхности тела задавались условия прилипания, температура поверхности считалась постоянной, рассматривался случай химически нейтральной поверхности. На ударной волне ($Re \gg 100$) использовались обычные или модифицированные условия Гюгионо.

Задача решалась методом установления. Стационарное решение определялось при $t \rightarrow \infty$ в ходе интегрирования от некоторого заданного начального поля всех параметров течения. Искомыми функциями являлись температура, плотность, давление, скорость и концентрации компонент смеси. Уравнения системы аппроксимировались двухслойной симметричной по пространственным координатам девятиточечной разностной схемой. При этом использовались значения искомых функций в уже рассчитанных точках шаблона на верхнем временном слое. Поскольку определялось только стационарное решение, то время рассматривалось как итерационный параметр. Форма ударной волны находилась из условия сохранения расхода массы по газодинамическому полю, полученному на предыдущем временном слое.

Описанная задача расчета гиперзвукового обтекания затупленного тела многокомпонентной реагирующей смесью в рамках полной системы уравнений Навье — Стокса является весьма сложной и находится на пределе возможностей современных ЭВМ. Поэтому представляют интерес методические приемы, позволяющие снизить затраты машинного времени и сократить объем хранимой информации. Одним из таких эффективных приемов является метод разбиения всей расчетной области на более мелкие перекрывающиеся подобласти, впервые использованный в расчетах течения вязкого совершенного газа [4]. Особенность применения этого метода в данной задаче связана со значительной неравномерностью поля течения в окрестности тела, возникающей вследствие протекающих неравновесных химических процессов. Неравномерность поля течения существенно влияет на скорость установления. Решение устанавливается быстрее в областях вблизи критической точки, далее вниз по потоку скорость установления падает. Разбивая поле течения на подобласти так, чтобы в каждой из них достигалась оптимальная быстрота установления, можно значительно уменьшить время счета. При этом в каждой из подобластей можно использовать также наиболее подходящую систему координат.

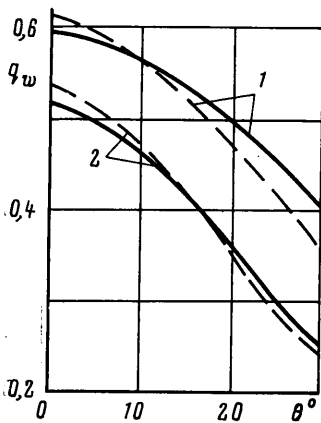
Разбиение на подобласти оказывается удобным при расчетах с выделенной ударной волной ($Re \gg 100$). Соотношения Гюгионо на ударной волне при учете возбужденных внутренних степеней свободы частиц смеси представляют transcendентную систему уравнений, которая разрешается итерационно. Форма ударной волны является при этом параметром, влияющим на сходимость итерационного процесса. При расчете больших протяженных областей не удается достаточно просто задать начальную форму ударной волны так, чтобы итерации сходились.

На фиг. 1 показана расчетная область $0 \leq x \leq x_L$, где x — координата вдоль поверхности тела. Величины x_i дают границы перекрывающихся подобластей: первая подобласть $0 \leq x \leq x_2$, вторая — $x_1 \leq x \leq x_4$ и т. д. Кривые на фиг. 1 дают рассчитанные для числа Маха $M_\infty = 20$, $Re_\infty = 10^4$ распределения безразмерных параметров вдоль ударной волны за фронтом, при этом температура $T = c_{p\infty} T^* / u_\infty^2$, давление $p =$

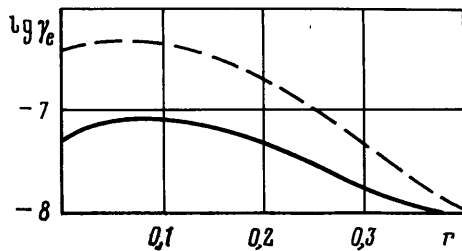
$=p^*/\rho_\infty u_\infty^{*2}$, плотность $\rho = \rho^*/\rho_\infty^*$, где звездочки относятся к размерным величинам, индекс ∞ соответствует невозмущенному течению.

Расчеты в подобласти $0 \leq x \leq x_2$ проводятся до установления решения в большей части интервала $0 \leq x \leq x_1'$; в остальной части $x_1' \leq x \leq x_2$ решение продолжает слабо меняться со временем из-за влияния мягких граничных условий, которые используются на границе каждой из подобластей вниз по потоку. Неустановившаяся часть решения в первой и последующих областях показана на фиг. 1 штриховыми линиями. Начало каждой из следующих подобластей выбирается так, чтобы в эти подобласти входила часть предыдущей области с полностью установившимся решением. Последняя, четвертая, подобласть на фиг. 1 включает в себя точку сопряжения сферы с цилиндром. Медленное установление решения в предыдущей подобласти (штриховые линии) связано здесь также с влиянием резкого изменения кривизны поверхности тела.

2. Сравнение расчетов по полной модели с расчетами в различных упрощающих предположениях. Разработанная на основе изложенного выше программа расчета позволяет оценить точность и границы применимости



Фиг. 2



Фиг. 3

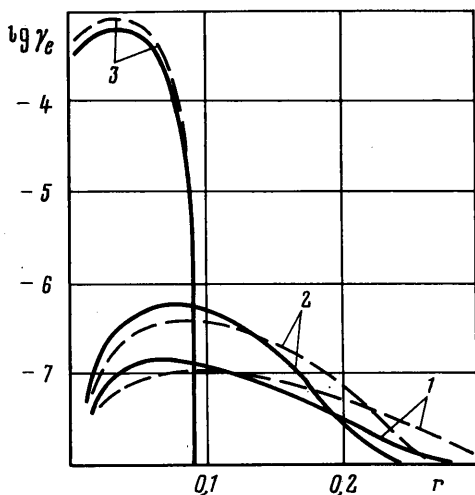
различных упрощенных подходов к решению задачи обтекания затупленных тел гиперзвуковым потоком многокомпонентного реагирующего газа.

В ряде работ использовались упрощения, основанные на предположении о малости параметра Δ/L , где Δ — толщина ударного слоя, L — характерный размер тела (приближение тонкого ударного слоя [6, 7]). В этом приближении полная система уравнений Навье — Стокса (эллиптическая в стационарном случае) с точностью до членов порядка Δ/L становится параболической. Существенные упрощения полной системы уравнений Навье — Стокса получаются и при отбрасывании слагаемых порядка малости $Re^{-1/2}$ и выше в случае $Re \gg 1$ [8]. Для оценки границ применимости укороченных уравнений в данной работе проведены расчеты для чисел $M_\infty = 20$ и $Re_\infty = 3500, 10^4$ по полной системе уравнений [5] и по укороченной, в которой не учитываются члены порядка малости Re и выше. Результаты сравнения распределения величины теплового потока q_w вдоль поверхности тела показаны на фиг. 2 (сплошные линии — расчет по полной системе уравнений, штриховые линии — по укороченной системе, 1 — $Re_\infty = 3500$, 2 — $Re_\infty = 10^4$; безразмерный тепловой поток $q_w = c_p \eta_w (\partial T / \partial x) Re_\infty^{-1} Pr^{-1}$, где x — внешняя нормаль к контуру тела, c_p — удельная теплоемкость смеси, η — коэффициент вязкости смеси, Pr — число Прандтля, индекс w относится к поверхности тела). При $Re_\infty = 10^4$ различие в тепловых потоках составляет 5–6%, при $Re_\infty = 3500$ различие имеет такой же порядок в окрестности критической точки ($\theta \leq 10^\circ$), а при удале-

нии от критической точки — увеличивается до 15–17%. Таким образом, приближенный подход дает для $Re_\infty = 3500$ достаточную точность только в окрестности критической точки. При $Re_\infty = 3500$ имеется также различие в распределениях концентраций компонент смеси, достигающее для O_2 , N

10–17%, а для электронов и NO — 30–35%. Различия в остальных параметрах мало.

В настоящее время достаточно хорошо развиты методы расчета гиперзвукового обтекания затупленных тел на основе полных уравнений Навье — Стокса с использованием более простой модели совершенного газа [9, 10]. Расчет течения на основе этой модели требует значительно меньше машинного времени. Поэтому можно попытаться оценить еще один упрощенный подход к расчету распределений концентраций компонент в случае многокомпонентного реагирующего газа: на основе модели совершенного газа провести расчет газодинамического поля, а потом по этому полю решить уравнения неразрывности для компонент.



Фиг. 4

Ясно, что при этом не учитывается обратное влияние химической неравновесности на газодинамические параметры течения. На фиг. 3 приведено сравнение результатов, полученных на основе такого приближенного расчета (штриховая линия) и результатов, полученных по полной системе уравнений (сплошная линия) на примере распределения концентрации электронов γ_e для $Re_\infty = 300$, $\theta = 0$ ($\gamma_e = n_e^* \rho_\infty^* / n_\infty^* \rho^*$, где n_a^* — число частиц в единице объема). Видно, что величины γ_e , рассчитанные по точной и приближенной схемам, различаются на порядок. Иногда для оценки концентрации электронов в ударном слое используется равновесное значение, соответствующее температуре за ударной волной. Расчеты показывают, что для чисел $Re_\infty \leq 600$ максимальная величина γ_e меньше равновесного значения более чем на три порядка.

Еще одним важным вопросом, который возникает при расчетах течения многокомпонентного реагирующего вязкого газа, является вопрос о выборе модели диффузии. Коэффициенты многокомпонентной диффузии зависят от состава смеси и температуры и, вообще говоря, могут существенно меняться в поле течения. Для вычисления этих коэффициентов приходится решать в каждой расчетной точке алгебраическую систему уравнений, порядок которой равен $K-2$, где K — число рассматриваемых компонент. Это требует больших затрат машинного времени. Значительно более простой является модель бинарной диффузии, когда в многокомпонентной смеси считается, что диффузионный поток каждой из компонент пропорционален только градиенту концентрации той же компоненты, в соответствии с законом Фика. На фиг. 4 представлены результаты расчетов профилей концентрации электронов вдоль критической линии тока по моделям многокомпонентной диффузии (штриховые линии) и бинарной диффузии (сплошные линии; диффузия электронов считалась амбиполярной, число Шмидта для нейтральных частиц бралось равным 0,5, для электронов 0,25) для различных чисел Рейнольдса (1 — $Re_\infty = 300$, 2 — $Re_\infty = 600$,

$3 - Re_{\infty} = 10^4, \theta = 0$). В случае многокомпонентной диффузии сечения столкновений заряженных частиц с нейтральными считались постоянными, значения их брались на основе данных [11, 12]. Для взаимодействия нейтральных частиц использовались таблицы интегралов столкновений, приведенные в работе. [13]. Из фиг. 4 видно, что при больших числах Re_{∞} различие в распределении γ_e мало. При низких числах Re_{∞} различие значительнее и проявляется в более интенсивной диффузии электронов вверх по потоку в области структуры ударной волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лосев С. А., Полянский В. А. Неравновесная ионизация воздуха за фронтом ударной волны при скорости 5–10 км/с. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 1, с. 176–183.
2. Лосев С. А., Полянский В. А. Физико-химический состав и термодинамические характеристики неравновесного течения за фронтом ударной волны в воздухе. — В кн.: Вопросы физ.-хим. кинетики высокоскоростных газовых потоков. М., 1970, с. 103–135. (Научн. тр. Ин-та мех. МГУ, № 3).
3. Полянский В. А. Диффузия и проводимость в частично ионизованной многотемпературной газовой смеси. — ПМТФ, 1964, № 5, с. 11–17.
4. Емельянова З. М., Илющенкова А. А., Кокошинская Н. С., Павлов Б. М., Пасконов В. М., Петрова Л. И., Полянский В. А. Численное исследование течений реального газа около тел конечного размера и в следах за ними. — В кн.: Вычисл. методы и программирование. М.: Изд-во МГУ, 1974, вып. 23, с. 3–41.
5. Петрова Л. И. Расчет обтекания затупленных тел неравновесным потоком воздуха на основе уравнений Навье – Стокса. — В кн.: Вычисл. методы и программирование. М.: Изд-во МГУ, 1977, вып. 27, с. 33–51.
6. Горинев А. С., Магомедов К. М. Метод погранслоного расщепления и его применение к расчету течения вязкого химически неравновесного газа. — В кн.: Тр. Конф. Моск. физ.-техн. ин-та, 1970, с. 3–13.
7. Майкапар Г. И. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. Сер. Аэрофиз. прикл. мат. М., 1971. М.: Машиностроение, 1972. 344 с.
8. Головачев Ю. П., Попов Ф. Д. Исследование гиперзвукового обтекания затупленных конусов вязким газом с учетом реальных физико-химических процессов. — Физика горения и взрыва, 1973, т. 9, № 6, с. 772–775.
9. Павлов Б. М. Численное исследование сверхзвукового обтекания затупленных тел потоком вязкого газа. — В кн.: Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. М.: Изд-во МГУ, 1971, вып. 4, с. 181–287.
10. Толстых А. И. Об исследовании течений вязкого сжимаемого газа при помощи полных уравнений Навье – Стокса. — В кн.: Числ. методы механики сплошной среды. Т. 6, № 4. Новосибирск, 1975, с. 116–127.
11. Мак-Даниэль И. Процессы столкновений в ионизованных газах. М.: Мир, 1967, 832 с.
12. Месси Г., Бархон Е. Электронные и ионные столкновения. М.: Изд-во иностр. лит., 1953. 604 с.
13. Yun K. S., Mason E. A. Collision integrals for the transport properties of dissociating air of high temperatures. — Phys. Fluids, 1962, v. 5, № 4, p. 380–386.

Москва

Поступила в редакцию
13.III.1981