

3. Подлубный В. В., Фонарев А. С. Отражение сферической взрывной волны от плоской поверхности.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 6, с. 66–72.
4. Кестенбойм Х. С., Шуринов А. И. О некоторых особенностях отражения взрывной волны от плоскости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 3, с. 111–116.
5. Охоцимский Д. Е., Кондрашова И. Л., Власова З. П., Казакова Р. К. Расчет точечного взрыва с учетом противодействия.— Тр. Матем. ин-та АН СССР, 1957, т. 50, 65 с.
6. Kim K. B., Berger S. A., Kamel M. M., Korobeinikov V. P., Oppenheim A. K. Boundary-layer theory for blast waves.— J. Fluid Mech., 1975, v. 71, pt 1, p. 65–88.
7. Андрианкин Э. И. О влиянии лучистой теплопроводности на течение газа при сильном взрыве.— Инж.-физ. ж., 1961, т. 4, № 11, с. 68–72.
8. Полежаев В. И. Численное исследование естественной конвекции жидкостей и газов.— В кн.: Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. Вып. 4. М.: Изд-во МГУ, 1971, с. 86–180.
9. Hung C. M., MacCormack R. W. Numerical solutions of supersonic and hypersonic laminar compression corner flows.— AIAA Journal, 1976, v. 14, № 4, p. 475–481. (рус. перев.: Ханг, Маккормак. Численное решение для сверхзвуковых и гиперзвуковых ламинарных течений сжатия в угле.— Ракетная техника и космонавтика, 1976, т. 14, № 4, с. 73–81).
10. Лялов В. Н. Сглаживание и искусственная вязкость при расчетах двумерных нестационарных течений с разрывами.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 5, № 3. Новосибирск, 1974, с. 69–74.

Москва

Поступила в редакцию  
14.VII.1980

УДК 533.6.011.8:533.7

### ОБТЕКАНИЕ СФЕРЫ РАЗРЕЖЕННЫМ ГАЗОМ ПРИ УСЛОВИЯХ ВДУВА НА ПОВЕРХНОСТИ

ЛАРИНА И. Н.

Ряд практических задач аэродинамики приводит к исследованию течений, возникающих при обтекании тупого тела, с поверхности которого происходит испарение или истечение газа. Для течений разреженного газа такого рода задачи возникают, например, при оценке влияния «собственной атмосферы» космических тел. Вопросы взаимодействия молекул, газифицирующих с поверхности тела, с молекулами набегающего потока исследовались в работе [1] на основе решения линеаризованных модельных кинетических уравнений и в работе [2] при помощи метода статистического моделирования Монте-Карло.

В настоящей работе рассматривается задача обтекания сферы потоком разреженного газа с различными условиями вдува на поверхности. Исследование проводится на основе численного решения модельных кинетических уравнений.

Предположим, что молекулы набегающего потока и молекулы газа, истекающего с поверхности тела, — одноатомные молекулы одного и того же газа. Будем считать, что функция распределения  $f(x_i, \xi_i)$ , определяющая состояние газа, удовлетворяет модельному кинетическому уравнению БГК. Уравнение БГК, записанное в безразмерных переменных, имеет вид

$$\xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = v[F - f] \quad (1)$$

где

$$F = nT^{-3/2} \exp\left(-\frac{c^2}{T}\right), \quad n = \int f d\xi, \quad nv_i = \int \xi_i f d\xi$$

$$\frac{3}{2} nT = \int c^2 f d\xi, \quad c_i = \xi_i - v_i$$

$$v = \frac{4}{5\sqrt{\pi}} \frac{1}{Kn} \frac{nT}{\mu(T)}, \quad Kn = \frac{\lambda_\infty}{2R_0}$$

( $R_0$  — радиус сферы,  $\lambda_\infty$  — длина пробега молекул в невозмущенном потоке).

Вязкость газа  $\mu(T)$ , соответствующая потенциалу Леннард — Джонса, задается выражением [3]

$$\mu(T) = T^{2/3} \psi(B) / \psi(BT)$$

$$\psi = 0,767 + 0,233t^{-1/6} \exp[-1,17(t-1)], \quad B = T_\infty / T_*$$

где  $T_*$  — приведенная температура.

При переходе к безразмерным переменным в качестве масштабных величин выбирались: характерная скорость  $v_0 = (2kT_\infty/m)^{1/2}$ , плотность  $n_\infty$  и температура  $T_\infty$  газа в невозмущенном потоке, радиус сферы  $R_0$ .

Введем безразмерную скорость невозмущенного потока  $S = U_\infty / v_0$ . На бесконечности функция распределения молекул, соответствующая однородному набегающему потоку, имеет вид

$$f_\infty = \pi^{-3/2} \exp[-(\xi - S)^2] \quad (2)$$

На поверхности сферы для частиц, летящих с поверхности, функция распределения  $f_w$  будет

$$f_w = \frac{n_w}{(\pi T_w)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{(\xi - S_w)^2}{T_w}\right\} \quad (3)$$

где  $n_w$ ,  $S_w$ ,  $T_w$  — заданные плотность, скорость и температура истекающего газа.

Решение задачи обтекания непроницаемой сферы зависит от четырех параметров: скорости  $S$ , числа Кнудсена  $K_n$ , температуры поверхности  $T_w$  и параметра, характеризующего вязкость газа  $B$ . В этом случае  $S_w = 0$ , а  $n_w$  находится из условия непротекания на поверхности сферы. В общем случае, когда на поверхности сферы одновременно происходят процессы испарения, истечения газа и отражение молекул газа от поверхности, граничное условие для  $f_w$  представляется суммой трех функций вида (3) и количество параметров, определяющих решение задачи, увеличивается.

Введем в плоскости симметрии течения полярные координаты  $r$ ,  $\alpha$  таким образом, что координатная линия  $r=1$  является сечением сферы, а на оси симметрии угол  $\alpha=0$ . При постановке граничных условий будем задавать

$$S_w(\alpha) = \text{const}, \quad T_w(\alpha) = \text{const}, \quad n_w = n_0 \cos^l(\alpha)$$

Расчеты будут проводиться для  $l=0$  и 1.

Численное решение уравнений (1) с граничными условиями (2), (3) проводилось методом итераций по схеме, описанной в работе [4]. Особенности решаемой задачи привели к изменению формулы интегрирования по составляющим скорости, перпендикулярным скорости набегающего потока. Условия невозмущенного потока ставились на расстоянии  $5R_0$  от поверхности сферы, интегрирование вдоль характеристик проводилось с шагами  $\Delta x = 0,1R_0$ ;  $0,2R_0$ . Точность вычисления макропараметров составляла 2–3%.

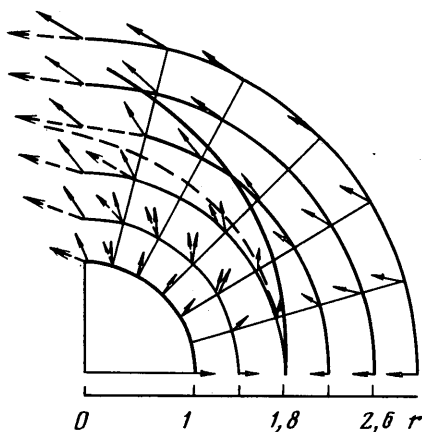
Расчеты были выполнены для течений с параметрами  $S=4$ ,  $S_w=\{0,1\}$ ,  $B=0,5$ . Величина  $B$  принимает значение, равное 0,5 при течении азота ( $T_*=91,5$  К) со скоростью  $S=4$  и с температурой торможения  $T_0 \approx 290$  К.

Здесь будут рассмотрены две следующие граничные задачи. Первая — обтекание сферы, через поверхность которой происходит истечение газа. В этом случае в дополнение к четырем указанным выше параметрам в задаче появляются два новых безразмерных параметра  $S_w$  и  $n_w$ . Вторая задача — обтекание сферы, с поверхности которой происходит испарение газа. Для этой задачи в граничных условиях (3)  $S_w=0$ , а  $T_w$  и  $n_w$  — заданные величины.

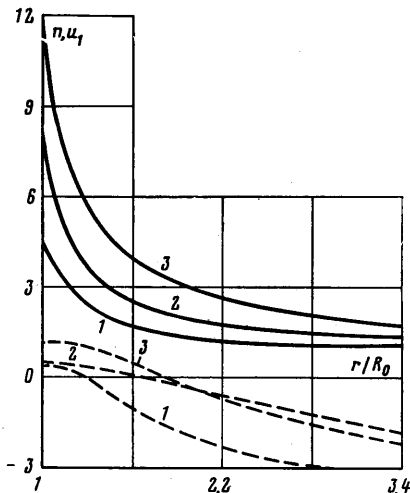
Изучаемое течение состоит из двух встречных потоков, которые разделены «контактной» поверхностью — поверхностью, образованной линиями тока, проходящими через точку с нулевой скоростью на оси симметрии. На фиг. 1 представлено векторное поле скоростей для течений с параметрами  $S_w=1$ ,  $T_w=1$ ,  $K_n=1$ ,  $n_0=10$ . При  $l=0$  — сплошные векторы и при  $l=1$  — штриховые. Там же нанесены контактные линии: сплошная кривая для течения с постоянной плотностью  $n_w$  ( $l=0$ ) в граничных условиях и штриховая — для  $l=1$ . Как видно из фиг. 1, форма контактной поверхности близка к сферической лишь в случае  $l=1$ .

Профили плотности и скорости газа вдоль оси симметрии перед сферой приводятся на фиг. 2 при  $S_w=1$ ,  $K_n=0,6$ ,  $l=0$ : сплошные линии — профили плотности, штриховые — профили составляющей скорости вдоль оси симметрии. Цифрами 1, 2, 3 обозначены профили для  $n_0=5$ ,  $T_w=5,2$ ;  $n_0=10$ ,  $T_w=5,2$  и  $n_0=10$ ,  $T_w=1$  соответственно. Из приведенных результатов следует, что макропараметры газа плавно меняются в окрестности контактной линии.

В газовой динамике в качестве характеристики интенсивности вдува вводится параметр  $K_w = (\rho_w v_w^2) / (\rho_\infty v_\infty^2)$  — отношение скоростных напоров вдуваемого и встречного газов [5]. В гиперзвуковой газовой динамике оказывается, что при заданном распределении вдува по поверхности обтекаемого тела параметр  $K_w$  фактически является единственным параметром, от которого зависит отход отсоединенной ударной волны и отход контактной поверхности  $\delta$ . В кинетических задачах параметр  $K_w$  можно вычислить только после численного решения задачи. В резуль-



Фиг. 1



Фиг. 2

тате серии расчетов, выполненных при  $S=4$ ,  $Kn=0,3$  для различных значений  $T_w$ ,  $n_w$ ,  $S_w$ , на фиг. 3 представлена зависимость величины отхода контактной поверхности  $\delta$  на линии  $\alpha=0$  от параметра интенсивности вдува  $\sqrt{K_w}$ . В табл. 1 приводятся параметры расчетов и обозначения, использованные на фиг. 3.

Из фиг. 3 следует, что для течений разреженного газа при фиксированном числе Кнудсена и скорости потока  $S$  зависимость толщины слоя вдува  $\delta$  от трех параметров  $n_w$ ,  $S_w$ ,  $T_w$  с хорошей точностью описывается одним параметром  $K_w$ . Если в качестве параметра, характеризующего интенсивность вдува, ввести величину  $J_1$  или  $J_2$

$$J_1 = \int f_w \xi n \, d\xi, \quad J_2 = \int f_w \xi n^2 \, d\xi$$

и построить зависимость  $\delta(J_1)$  или  $\delta(J_2)$  для тех же расчетных параметров задачи, что и на фиг. 3, то разброс точек существенно увеличится.

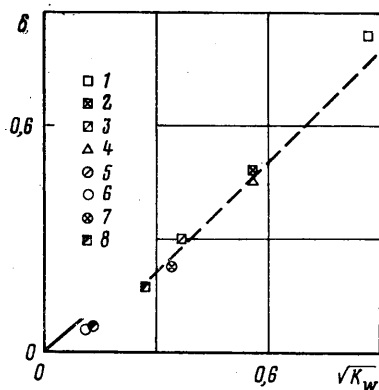
Там же на фиг. 3 нанесены экспериментальные значения величины  $\delta$ , полученные в работе [6] при обтекании перфорированного эллипсоида, через поверхность которого вдувался воздух (пунктирная кривая) и гелий (сплошная кривая) для параметров  $M_\infty=3$ ,  $T_w=T_0$  и при числах Рейнольдса  $Re=2-3,5 \cdot 10^6$ .

Расчеты показали, что расстояние контактной поверхности от поверхности сферы слабо зависит от числа Кнудсена. Так, при изменении числа  $Kn$  в интервале от 100 до 0,3 величина  $\delta$  изменялась от 0,2 до 0,13 ( $S=4$ ,  $S_w=0$ ,  $T_w=5,2$ ,  $\sqrt{K_w}=0,2$ ).

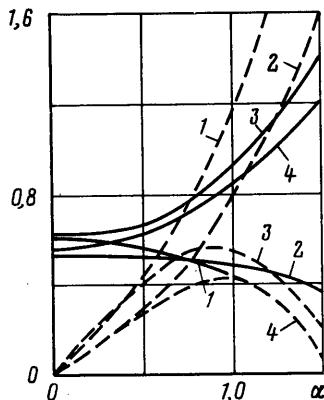
Далее оценим возможность моделирования течений, возникающих при натекании сверхзвукового разреженного потока на испаряющуюся поверхность ( $S_w=0$ ), с помощью течений, при которых через поверхность обтекаемой сферы происходит вдув газа в поток ( $S_w \neq 1$ ). Моделирование такого рода используется в газовой динамике при исследовании течений со вдувом. Для этого сравним результаты расчетов, представленные в табл. 2:  $S=4$ ,  $T_w=5,2$ ,  $Kn=0,3$ ,  $B=0,5$  (через  $n_1$  и  $v_1$  обо-

Таблица 1

| $S_w$ | $T_w$ | $n_0$ | $l$ | $\sqrt{K_w}$ | $\delta$ |
|-------|-------|-------|-----|--------------|----------|
| 1     | 5,2   | 10    | 0   | 0,87         | 0,84     |
| 1     | 5,2   | 7     | 0   | 0,56         | 0,48     |
| 1     | 5,2   | 5     | 0   | 0,37         | 0,30     |
| 1     | 11    | 5     | 0   | 0,56         | 0,45     |
| 1     | 1     | 4,5   | 0   | 0,13         | 0,07     |
| 1     | 5,2   | 3,5   | 0   | 0,12         | 0,06     |
| 0     | 5,2   | 10    | 0   | 0,35         | 0,22     |
| 1     | 5,2   | 4,5   | 1   | 0,28         | 0,17     |



Фиг. 3



Фиг. 4

значены соответственно плотность и скорость газа в лобовой точке на сфере,  $C_D$  — коэффициент сопротивления сферы).

Из анализа результатов можно сделать вывод, что если для двух течений с одинаковыми значениями параметров  $S$ ,  $T_w$ ,  $K_n$ ,  $B$  и различных значений  $S_w$  ( $S_w=1$  и 0) величины  $n_0$  выбраны таким образом, что параметры  $K_w$  совпадают, то значения  $\delta$  для этих потоков будут отличаться не более чем на 10%. Однако при этом такие характеристики потока, как плотность, скорость газа, коэффициент сопротив-

Таблица 2

| $N$ | $S_w$ | $l$ | $n_0$ | $\sqrt{K_w}$ | $\delta$ | $n_1$ | $v_1$ | $C_D$ |
|-----|-------|-----|-------|--------------|----------|-------|-------|-------|
| 1   | 1     | 1   | 4,8   | 0,322        | 0,20     | 4,39  | 0,61  | 3,42  |
| 2   | 0     | 1   | 10    | 0,325        | 0,22     | 6,06  | 0,53  | 2,79  |
| 3   | 1     | 0   | 4,5   | 0,317        | 0,22     | 4,13  | 0,62  | 3,36  |
| 4   | 0     | 0   | 10    | 0,347        | 0,22     | 5,92  | 0,57  | 3,15  |

ления сферы, будут иметь значительное различие. При указанных выше значениях  $S$ ,  $T_w$ ,  $K_n$ ,  $B$  и при условии непротекания через поверхность сферы  $C_D=2,55$ .

На фиг. 4 представлены распределения нормальной  $v_n$  (сплошные линии) и касательной  $v_\tau$  (штриховые линии) составляющих скорости по поверхности сферы, полученные в этих расчетах. Цифры на фиг. 4 соответствуют нумерации данных, приведенных выше. Из анализа результатов следует, что в тех случаях, когда параметры  $K_w$  близки, распределение скоростей по поверхности сферы очень слабо зависит от значения  $n_0$ , в то время как изменение закона распределения плотности  $n_w$  в граничных условиях (3) вызывает существенное изменение в распределении скоростей вдоль поверхности тела. Последний факт и приводит к различной форме контактных поверхностей на фиг. 1 при  $l=0$  и 1.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Robertson S. J. Bharhagar-Gross-Krook model solution of back-scattering of out-gas flow from spherical spacecraft.— In: Rarefield gas dynamics, v. 5, pt 1, p. 479–489.
2. Власов В. И., Жестков Б. Е., Омелик А. И. Собственная атмосфера вблизи орбитального аппарата и моделирование условий на его поверхности.— В кн.: Динамика разреженного газа. Тр. 6-й Всес. конф. Ч. 2. Новосибирск, 1980, с. 159–164.
3. Ларина И. Н., Рыков В. А. Исследование обтекания сферы двухатомным разреженным газом.— В кн.: Численные методы в динамике разреженных газов. М.: ВЦ АН СССР, 1979, с. 52–68.
4. Ларина И. Н. Исследование обтекания холодной сферы потоком разреженного газа при очень больших числах Маха.— В кн.: Численные методы в динамике разреженных газов. М.: ВЦ АН СССР, 1979, с. 39–50.
5. Гершбейн Э. А. Теория гиперзвукового вязкого ударного слоя при больших числах Рейнольдса и при сильном вдуве инородных газов.— ПММ, 1974, т. 38, № 6, с. 1015–1024.
6. Коваль М. А., Стулов В. П., Швец А. И. Экспериментальное исследование сверхзвукового обтекания затупленных тел с сильным распределенным вдувом.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 3, с. 84–95.

Москва

Поступила в редакцию  
11.XI.1980