УДК 533.6.011.72

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ УДАРНЫХ ВОЛН С КОНЕЧНОЙ ЗОНОЙ РЕЛАКСАЦИИ

КОРШУНОВ С. Е.

В первом теоретическом исследовании неустойчивости ударных волн (НУВ) [1] влияние релаксационных физико-химических процессов за волной учитывалось лишь косвенно, как одна из возможных причин аномальной формы адиабаты Гюгонио, при этом толщина слоя релаксации считалась малой.

Экспериментальное обнаружение НУВ [2, 3] вызвало интерес к установлению более тесной связи между релаксацией и НУВ [4, 5], что было, однако, сделано феноменологически.

В настоящей работе теоретически исследовано усиление звука в движущейся неравновесной среде и показана возможность возникновения в достаточно сильной ударной волне, сопровождающейся экзотермическим процессом с конечной зоной релаксации, неустойчивости, связанной со спонтанным ростом флуктуаций, имеющим место благодаря усилению звуковых волн в зоне экзотермической релаксации и их своеобразному «запиранию» в узком слое вблизи ударной волны.

1. Геометрическая акустика движущейся релаксирующей среды. Для исследования возможности усиления звуковой волны, распространяющейся в движущейся релаксирующей среде, воспользуемся методом, предложенным Блохинцевым [6] для вывода основного уравнения геометрической акустики.

Рассмотрим среду, термодинамические функции которой кроме температуры T и плотности ρ зависят также от некоего третьего параметра ζ. Пусть изменение ζ описывается обычным уравнением химической кинетики

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\zeta)+\operatorname{div}(\rho\zeta\mathbf{v})=\rho K(\rho, T, \zeta) \tag{1.1}$$

Здесь $\mathbf{v}$ – скорость среды, а константа скорости процесса релаксации записана для удобства в виде ρK.

Для построения приближенной теории распространения звука представим все малые отклонения, входящие в линеаризованные уравнения Эйлера, сохранения массы и энергии и в линеаризованное уравнение (1.1) в виде произведений медленно меняющихся множителей (амплитуд) на быстро меняющийся экспоненциальный множитель

$$\exp[i(-\omega t+\Phi)].$$

Здесь ω – частота, а Φ – не зависящая от времени часть фазы звуковой волны. Волновой вектор волны $\mathbf{k}$ есть $\operatorname{grad}\Phi$.

Будем предполагать, что ω велико по сравнению с обратным характерным временем процесса релаксации (акустическое приближение), что позволит нам искать амплитуды в виде степенных рядов по обратным степеням ω (потребуются лишь первые два члена).

Подставив такие разложения в исходную линеаризованную систему, можно найти, что условия совместности системы для главных членов и первых поправочных членов разложений по ω^{-1} имеют, соответственно, вид

$$(\omega-\mathbf{vk})^2=c^2k^2 \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\varepsilon+\operatorname{div}(\mathbf{V}\varepsilon)=\lambda\varepsilon \tag{1.3}$$

Здесь ε – плотность энергии, $c^2=(\partial p/\partial\rho)_{s,\zeta}$ – квадрат фазовой скорости, $\mathbf{V}=\mathbf{v}+c\mathbf{k}/k$ – групповая скорость,

$$\lambda=-\left(\frac{\partial E}{\partial\zeta}\right)_{p,\rho}\left[\frac{c_v\rho^2}{p}\left(\frac{\partial K}{\partial\rho}\right)_{T,\zeta}+\left(\frac{\partial K}{\partial T}\right)_{\rho,\zeta}\right]\left[c_v\left(1+\frac{Tc_v\rho}{p}\right)\right]^{-1} \tag{1.4}$$

– коэффициент усиления звуковой волны; E – плотность внутренней энергии, p – давление среды, $c_v=(\partial E/\partial T)_{p,\zeta}$.

Уравнение (1.2), описывающее геометрию распространения звуковых волн, имеет точно такой же вид, как и в отсутствие релаксационного процесса. Неизменными остаются и главные члены в разложениях амплитуд, в частности амплитуда ζ в нулевом приближении равна нулю. Поэтому наличие релаксационного процесса не оказывает влияния на величины, выражаемые через главные члены разложений, такие, как, например, коэффициент отражения звуковой волны от ударной.

Наличие в правой части уравнения (1.3) ненулевого члена означает, что энергия звуковой волны, распространяющейся в релаксирующей среде, меняется. Усилению соответствует $\lambda>0$.

Если ограничиться наиболее распространенным случаем, когда K резко растет по модулю с повышением температуры и, следовательно, знак второго множителя в выражении (1.4) совпадает со знаком K, то можно заметить, что при таком допущении знак λ определяется направлением превращения энергии в релаксационном процессе, а именно: усиление звука имеет место при экзотермическом процессе.

2. Стационарная ударная волна в релаксирующей среде. Воспользуемся следующей простейшей моделью: среда представляет собой идеальный газ (с показателем адиабаты γ) с двумя уровнями энергии, отстоящими друг от друга на $\Delta>0$. Через ζ обозначим относительную массовую концентрацию молекул на нижнем уровне. Будем считать, что перед ударной волной газ находится в метастабильном состоянии ($\zeta=0$) из-за очень малой величины константы скорости релаксации при его начальной температуре T_0, а ударная волна имеет достаточную амплитуду для того, чтобы разогреть газ настолько, что станет существенным процесс релаксации.

Выберем систему координат так, чтобы фронт ударной волны покоился в плоскости yz, а газ двигался в положительном направлении оси x. Течение газа будем считать стационарным и одномерным.

Можно показать, что совместное решение уравнений Эйлера, Бернулли, состояния, сохранения массы и кинетического в области $x>0$ (за волной) имеет вид

$$v=v_1(1+u);\quad \rho=\rho_1(1+u)^{-1};\quad T=T_1(1+u)(1-\gamma M_1^2u)$$
$$\zeta=\frac{T_1}{\Delta}\frac{\gamma}{\gamma-1}u\left[(1-M_1^2)-\frac{\gamma+1}{2}M_1^2u\right] \tag{2.1}$$

Здесь индексом 1 отмечены значения величины при $x\to+0$, M – число Маха, u – параметр, представляющий собой обезразмеренное отклонение v от начального значения, зависимость которого от x неявно задается с помощью интеграла

$$x=\frac{v_1}{(\gamma-1)\Delta}\int\limits_0^u\frac{[\gamma T(u')-v^2(u')]\rho(u')}{K(\rho(u'),T(u'),\zeta(u'))}du \tag{2.2}$$

в который следует подставить функции (2.1).

Из вида интеграла (2.2) следует, что при возрастании x от 0 до $+\infty$ u монотонно возрастает от 0 до u_0 – минимального положительного корня уравнения $K(u)=0$.

Для дальнейших расчетов также понадобится вид величины $\Lambda=c^2-v^2$, выраженной как функция от u

$$\Lambda=\gamma T_1[(1-M_1^2)+(1-(\gamma+2)M_1^2)u-(\gamma+1)M_1^2u^2] \tag{2.3}$$

3. Эффект «запирания» звуковой волны. Рассмотрим распространение звуковой волны в среде за ударной волной, возбуждающей релаксационный процесс. Из-за однородности среды по координатам y и z будут сохраняться компоненты k_y и k_z волнового вектора звуковой волны. Направим ось y так, чтобы k_z равнялось нулю и будем рассматривать звуковую волну с некоторым заданным $k_y\neq0$. Тогда, воспользовавшись (1.2), мы можем найти k_x в любой точке среды

$$k_x=\frac{-\omega v\pm c(\omega^2-\Lambda k_y^2)^{1/2}}{c^2-v^2} \tag{3.1}$$

Два решения соответствуют двум различным знакам проекции групповой скорости волны на ось x. В точке, где подкоренное выражение обращается в нуль, эта проекция также обращается в нуль, а затем меняет свое направление на обратное, чему соответствует смена знака перед корнем в (3.1).

Таким образом, если максимальное значение Λ на интервале $x>0$ $\Lambda_{\max}$ превышает $\Lambda(0)$, то любая звуковая волна с частотой ω, удовлетворяющей соотношению

$$\Lambda(0)k_y^2<\omega<\Lambda_{\max}k_y^2 \tag{3.2}$$

распространяющаяся от ударной волны (под углом к оси x, так как $k_y\neq0$), вернется к ударной волне. Отразившись от ударной волны, она снова будет повторять это движение, оказавшись, таким образом, «запертой» в некотором слое вблизи фронта ударной волны.

Условие (3.2) означает, что существует некоторое максимальное значение угла β между плоскостью ударной волны и групповой скоростью уходящей от нее звуковой волны, при котором возможен описываемый эффект.

Из вида трехчлена (2.3) следует, что для выбранной модели релаксирующей среды подобное «запирание» звуковых волн происходит при

$$M_1^2<1/(2+\gamma) \tag{3.3}$$

Это условие эквивалентно следующему неравенству для температур среды за и перед волной:

$$T_1>(2+\gamma)T_0/[3(2-\gamma)] \tag{3.4}$$

и не противоречит сделанному ранее предположению о том, что на ударной волне имеется значительный скачок температуры. Отметим, что в случае эндотермического релаксационного процесса условие «запирания» звуковых волн (3.4) имеет противоположный знак неравенства.

4. Неограниченное нарастание амплитуды «запертых» звуковых волн. Таким образом, установлено, что если в среде распространяется достаточно сильная ударная волна, сопровождаемая экзотермическим релаксационным процессом, то звуковые волны, уходящие от ударной волны под достаточно малыми углами к плоскости волны, будут возвращаться назад к плоскости ударной волны, причем на этом пути они будут усиливаться. Если это усиление окажется бо́льшим, чем ослабление при отражении от ударной волны, то амплитуда таких звуковых волн, существующих в виде тепловых флуктуаций, будет неограниченно (в линейном приближении) нарастать, что приведет к НУВ.

Для идеального газа коэффициент усиления звука λ будет иметь вид

$$\lambda=\frac{\gamma-1}{\gamma T}BK\Delta;\qquad B=\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{T}{K}\left(\frac{\partial K}{\partial T}\right)_{\rho,\zeta}+\frac{\rho}{K}\left(\frac{\partial K}{\partial\rho}\right)_{T,\zeta}>0 \tag{4.1}$$

Если ограничиться предельным случаем малых углов β, то рассматриваемые звуковые волны будут «заперты» в слое, толщина которого мала по сравнению с характерным размером, на котором происходит релаксация среды, что дает возможность пренебречь изменениями некоторых параметров среды при подсчете усиления звука.

Интегрирование (1.3) для стационарного одномерного потока с учетом (4.1) позволяет найти, что в рассматриваемом предельном случае относительное изменение плотности энергии звуковой волны за один период ее макроскопического движения составляет

$$F=\frac{1-M_1\alpha_1}{1+M_1\alpha_1}\exp\left[B\frac{4M_1(1-M_1^2)}{1-(\gamma+2)M_1^2}\alpha_1\right] \tag{4.2}$$

Здесь $\alpha=(1-\Lambda(u)k_y^2/\omega^2)^{1/2}$; $\alpha_1=\alpha(0)$; при $\beta\ll1$ $\beta\approx(1-M_1^2)\alpha_1$.

Согласно замечанию, сделанному в п. 1, значение коэффициента отражения R звуковой волны от ударной может быть вычислено без учета релаксационного процесса и для произвольных α_1 равно

$$R=\frac{1-M_1\alpha_1}{1+M_1\alpha_1}\left(\frac{M_0^{-2}+\alpha_1^2-M_1\alpha_1}{M_0^{-2}+\alpha_1^2+M_1\alpha_1}\right)^2,\qquad M_0^{-2}=\frac{-(\gamma-1)+2\gamma M_1^2}{2+(\gamma-1)M_1^2} \tag{4.3}$$

Критерием возникновения НУВ является неравенство $FR>1$. Из (4.2) и (4.3) следует, что в случае малых β для этого достаточно выполнения неравенства

$$B>\frac{[(3-\gamma)+(3\gamma-1)M_1^2][1-(\gamma+2)M_1^2]}{[2\gamma M_1^2-(\gamma-1)](1-M_1^2)}$$

которое при любом положительном B будет иметь некоторый интервал решений, удовлетворяющих также условию (3.3).

Итак, приведенный расчет показывает возможность существования НУВ в акустическом приближении благодаря релаксационному процессу с выделением энергии. Это согласуется с результатами численного расчета задачи о неустойчивости детонации [7], которые показывают, что есть собственные значения, лежащие в области акустического приближения.

Относительно возникновения неустойчивости в случае эндотермических релаксационных процессов, например возбуждения новых степеней свободы, рассмотренный подход позволяет лишь констатировать отсутствие неустойчивых собственных значений в области справедливости акустического приближения и не дает ответа на вопрос об их существовании в остальной части верхней полуплоскости значений комплексной величины ω.

Следует отметить, что в реальном газе возникновение НУВ по описанному механизму происходит, лишь если усиление звуковых волн превосходит их поглощение из-за вязкости и теплопроводности, что приводит к уменьшению или даже исчезновению зоны возникновения НУВ.

Автор выражает благодарность С. В. Иорданскому за постановку задачи и большое внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дьяков С. П.* Об устойчивости ударных волн.– ЖЭТФ, 1954, т. 27, вып. 3, с. 288–295.
2. *Griffiths R. W., Sandeman R. J., Hornung H. G.* The stability of shock waves in ionising and dissociating gases.– J. Phys. D.: Appl. Phys., 1976, v. 9, № 12, p. 1681–1691.
3. *Барышников А. С., Бедин А. П., Масленников В. Г., Мишин Г. И.* О неустойчивости фронта головной ударной волны.– Письма в Ж. техн. физ., 1979, т. 5, вып. 5, с. 281–284.
4. *Барышников А. С., Скворцов Г. Е.* Неустойчивость ударных волн в релаксирующей среде.– Ж. техн. физ., 1979, т. 49, вып. 11, с. 2483–2485.
5. *Барышников А. С.* Исследование дисперсионного уравнения в задаче о релаксационной неустойчивости.– Ж. техн. физ., 1980, т. 50, вып. 6, с. 1314–1316.
6. *Блохинцев Д. И.* Распространение звука в неоднородной и движущейся среде.– Докл. АН СССР, 1944, т. 45, вып. 8, с. 343–346.
7. *Пухначев В. В.* Об устойчивости детонации Чепмена – Жуге.– ПМТФ, 1963, вып. 6, с. 66–73.

Москва

Поступила в редакцию
22.I.1981

УДК 533.6.011.72

К РАСЧЕТУ ОТРАЖЕНИЯ ВОЛНЫ ТОЧЕЧНОГО ВЗРЫВА ОТ ПЛОСКОСТИ

АНДРУЩЕНКО В. А., КЕСТЕНБОЙМ Х. С.

Приводятся некоторые результаты расчета отражения взрывной волны от жесткой плоской поверхности. Рассматривается модель взрыва с простым механизмом диссипации энергии – учитывается излучение в приближении лучистой теплопроводности. Получены распределения давления по поверхности и картина течения в области распространения падающих и отраженных ударных волн.

1. Решение задачи о взаимодействии сферической ударной волны с плоскостью имеет важное значение, например, для анализа разрушений, наблюдавшихся при взрывах в атмосфере Земли крупных метеоритных тел [1, 2]. В результате дифракции на плоскости взрывной волны формируется интенсивная отраженная волна. При этом в точке контакта падающего скачка с поверхностью реализуется (из-за кривизны фронта) сначала регулярное, а затем маховское отражение [3]. Отраженная волна, продвигаясь через возмущенную среду, попадает в горячую центральную область взрыва и взаимодействует с зоной резкого возрастания плотности. В итоге в течении появляется система вторичных скачков [4], движущихся в сторону расширяющейся головной ударной волны и к плоскости. В частности, можно зарегистрировать приход к плоскости вторичной ударной волны с последующим отражением. Картина течения существенно усложняется из-за нестационарности и интерференции волн в возмущенной области. По-видимому, аккуратный расчет волновой стадии процесса отражения должен внести определенные коррективы в распределения газодинамических параметров как в области, охваченной движением, так и на поверхности. Например, в отличие от [3] давление на поверхности за точкой контакта головной ударной волны не является монотонной функцией расстояния от эпицентра.

В [3, 4] расчеты отражения проводились на основе численного интегрирования уравнений движения невязкого и нетеплопроводного газа. В качестве начальных условий использовалось решение задачи о взрыве в однородной атмосфере [5], обладающее особенностью (бесконечная температура и нулевая плотность) в горячей центральной зоне. Это обстоятельство затрудняло применение стандартных разност-