

параметры  $\langle uv \rangle$  и  $\langle vw \rangle$  имеют тот же порядок, что и остальные напряжения. Поэтому, выполняя анализ течения у вогнутой стенки, когда оценка устойчивости в смысле Гертлера положительна, пренебрегать значениями указанных касательных напряжений нельзя.

Имеется очень мало данных о напряжениях Рейнольдса в пространственных пограничных слоях, пригодных для сравнения. Сопоставляя полученные результаты с данными [4], можно отметить качественное соответствие в распределениях одноименных компонент. Однако, уровень величин параметров в настоящем исследовании в 1,4–1,8 раза больше. Это, вероятно, связано с тем, что в [4] испытаниям соответствовало меньшее число Рейнольдса ( $Re = 1,43 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ ), а в настоящем исследовании  $Re = 2,12 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ , здесь  $Re$  подсчитано при единичной длине). При этом продольная составляющая параметра интенсивности турбулентности невозмущенного потока на входе в криволинейный канал равна соответственно  $0,8 \cdot 10^{-4}$  и  $8 \cdot 10^{-4}$ .

Данные [8] имеют качественно другой характер, так как получены для пограничного слоя на плоской боковой стенке криволинейного канала (по его центральной оси).

Результаты настоящего исследования могут быть рекомендованы при анализе криволинейных потоков (и именно той их части, которая характеризуется отрицательной кривизной и наличием условий для возникновения неустойчивости Гертлера).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Wilcox D. C., Chambers T. L. Streamline curvature effects on turbulent boundary layers.— AIAA Journal, 1977, v. 15, № 4, p. 574. (Рус. перев.: Уилкоккс, Чеймберс. Влияние кривизны линий тока на характеристики турбулентных пограничных слоев.— Ракетная техника и космонавтика, 1977, т. 15, № 4, с. 152).
2. Tani I. Production of longitudinal vortices in the boundary layer along a concave wall.— J. Geophys. Res., 1962, v. 67, № 8, p. 3075.
3. Bradshaw P. Effects of streamline curvature on turbulent flow. London, 1973, 96 p. (AYARD — AY — N 169).
4. So R. M. C., Mellor G. L. An experimental investigation of turbulent boundary layers along curved surfaces.— NASA, Contractor Rep., 1972, № 1940, 260 p.
5. Шмедро Ю. А., Бобошко В. А. Практические аспекты неустойчивости Гертлера.— Тр. Николаевск. кораблестроит. ин-та, 1979, вып. 152, с. 114.
6. Трубаков Ю. П. Экспериментальное исследование турбулентного потока на входных участках круглых труб: Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. техн. наук: М.: Обнинск, ФЭИ, 1979, 15 с.
7. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
8. Pierce F. J., Duerson J. S. H. Measurements of the Reynolds stress tensor in three-dimensional turbulent boundary layer. Rep. N AD-778782, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1974, 85 p.

Николаев

Поступила в редакцию  
2.XII.1980

УДК 532.529

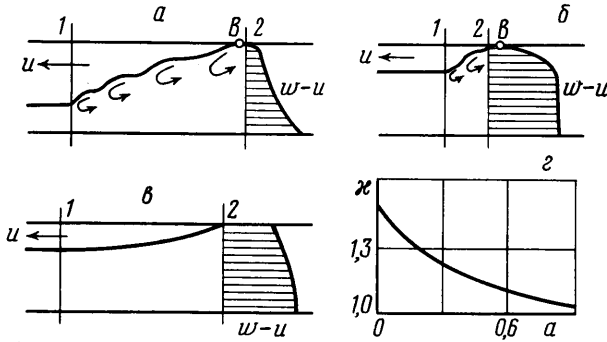
### О СТРУКТУРЕ ПЕРЕДНЕГО ФРОНТА ЖИДКОЙ ПРОБКИ ПРИ ПРОБКОВОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ТРУБЕ

МАРКОВИЧ Э. Э.

При пробковом течении газожидкостных смесей в трубах жидкие пробки, заполняющие все сечение трубы, чередуются с газовыми. Под газовыми пробками имеются жидкие слои. Жидкость в слоях, текущая под действием касательных сил и перепада давлений в газовом потоке, движется гораздо медленнее, чем жидкость в пробках. Попытки учесть в описании течения взаимодействие жидкости в слое и пробке (например, [1, 2]) наталкиваются на недостаток сведений о переднем фронте жидкой пробки, где это взаимодействие происходит. Под передним фронтом понимается область, занятая жидкостью (фиг. 1), расположенная между поперечными сечениями 1, где кончается жидкий слой, и 2, где пробка впервые заполняет все сечение.

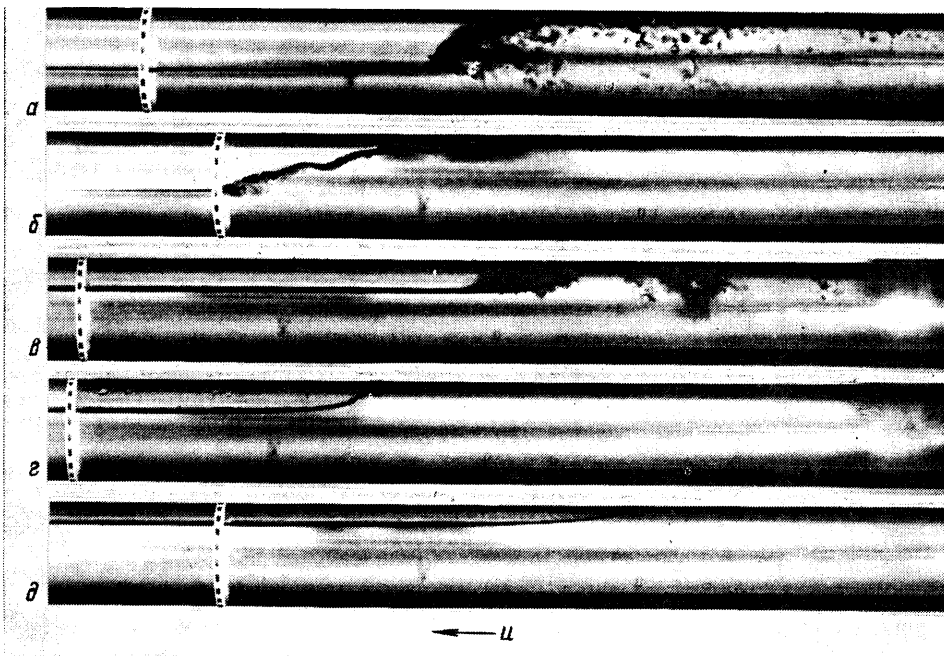
1. Задача этой работы состояла в получении и анализе опытных данных о структуре переднего фронта жидкой пробки. Основная трудность при получении данных такого рода заключается в том, что фронт движется. Поэтому необходимо фиксировать сразу всю мгновенную картину движения. До сих пор эту трудность преодолеть не удавалось.

Преодолеть затруднения позволила специальная методика опытов. В наших опытах элементы пробковой структуры течения создавались искусственно. Жидкий слой заливался заранее в прозрачную горизонтальную трубу диаметром 55 мм и во время опыта был неподвижен (фиг. 2). Высота слоя определялась порошком на выходе из трубы. Заданный объем воды, образующий пробку, подавался в трубу во время опыта из открытой емкости, расположенной выше трубы, при быстром открытии задвижки.



Фиг. 1

Все необходимые для обработки данные получали с фотографий типа фиг. 2, а, где оптическая ось фотоаппарата, расположенного на высоте оси трубы на расстоянии 1,7 м от нее, была горизонтальна и перпендикулярна оси трубы. Долю  $a$  площади поперечного сечения трубы, занятую жидким слоем, находили по высоте расположения поверхности раздела с учетом преломления в стекле трубы. Для определения скорости  $U$  переднего фронта использовали электрический секундомер с ценой деления 0,01 с, который автоматически запускался, когда передний фронт пробки замыкал контакты, расположенные у верхней образующей трубы в фиксированной по оси точке.



Фиг. 2

На фиг. 2 показаны полученные в опытах формы переднего фронта пробки ( $a - a=0,390$ ;  $Fr=1,35$ ;  $b - a=0,385$ ;  $Fr=0,98$ ;  $c - a=0,760$ ;  $Fr=0,865$ ;  $z - a=0,725$ ;  $Fr=0,107$ ;  $\partial - a=0,85$ ;  $Fr=0,032$ ).

В опытах зафиксировано два типа структуры переднего фронта. Первый тип существует в большей части случаев, исключая самые малые скорости жидкости (фиг. 1,  $a, b$ ; 2,  $a-c$ ). Здесь в верхней части переднего фронта и за ним имеется цепочка больших вихрей, создающая возвратное течение. В конце цепочки у верхней образующей трубы расположена точка разделения  $B$  (фиг. 1), в которой продольная скорость относительно поверхности раздела равна нулю. По мере уменьшения расходной скорости жидкости цепочка вихрей укорачивается и точка  $B$  приближается справа к сечению 2 (фиг. 1). Переход от переднего фронта к слою резкий. Явление в целом напоминает совершенный гидравлический прыжок в открытых руслах (см., например, [3]).

При малых скоростях тип структуры меняется (фиг. 2,  $z, \partial$ ; 1,  $c$ ). Цепочка вихрей и обратные перетекания исчезают, переход от слоя к пробке в сечении 1 (фиг. 1) становится плавным. Явление в целом напоминает прыжок-волну в открытых руслах [3].

При очень малых скоростях пробки не достигают верхней образующей трубы, т. е. пробковое течение перестает существовать.

2. Чтобы разграничить области существования типов структур переднего фронта, достаточно, воспользовавшись методом подвижных конечных объемов [4], составить уравнение сохранения продольной составляющей импульса жидкости для переднего фронта в системе координат, движущейся со скоростью фронта  $U$ . Примем, что сила трения несущественна по сравнению с силой давления (короткий фронт), плотность газа мала по сравнению с плотностью жидкости, уравнение импульсов принимает вид

$$Fr = \frac{(1-a)^2(1-\sigma)}{2a} \frac{1}{1-\kappa a} \quad (2.1)$$

где  $Fr = W^2/gD$  — число Фруда,  $W = (1-a)U$  — среднерасходная скорость в пробке,  $\sigma$  — отношение статических моментов площади поперечного сечения жидкости относительно линии раздела с газом в поперечных сечениях 1 и 2 (фиг. 1),

$$\kappa = \left[ \frac{1}{S} \int_s (U-w)^2 ds \right] / \left[ \frac{1}{S} \int_s (U-w) ds \right]^2 \quad (2.2)$$

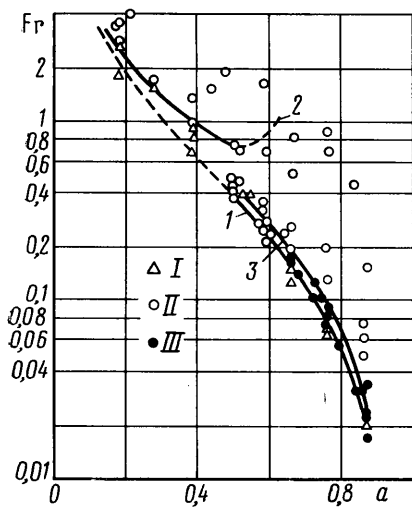
Здесь  $\kappa$  — коэффициент количества движения в сечении 2,  $S$  — площадь сечения трубы,  $D$  — диаметр,  $w$  — местная скорость жидкости.

Из уравнения (2.1) ясно, что опытные данные о типах структур переднего фронта (карту режимов) целесообразно представить в координатах  $a - Fr$ . Такая карта построена на фиг. 3. Здесь цифрой I обозначены режимы, в которых пробки не достигали верхней образующей трубы, цифрами II и III — когда пробки заполняли все сечение. Цифра II соответствует структуре с цепочкой вихрей, III — без нее.

Уравнение (2.1) показывает также, что переход от одной структуры фронта к другой должен определяться значениями коэффициента  $\kappa$  (2.2), который зависит от формы профиля продольных скоростей. Чтобы получить из опыта представление о характере профиля скоростей за передним фронтом, мы использовали метод водородных пузырьков [5]. Облачко пузырьков  $A$  (фиг. 4) получали от проволоки  $B$ , натянутой по вертикальному диаметру трубы.

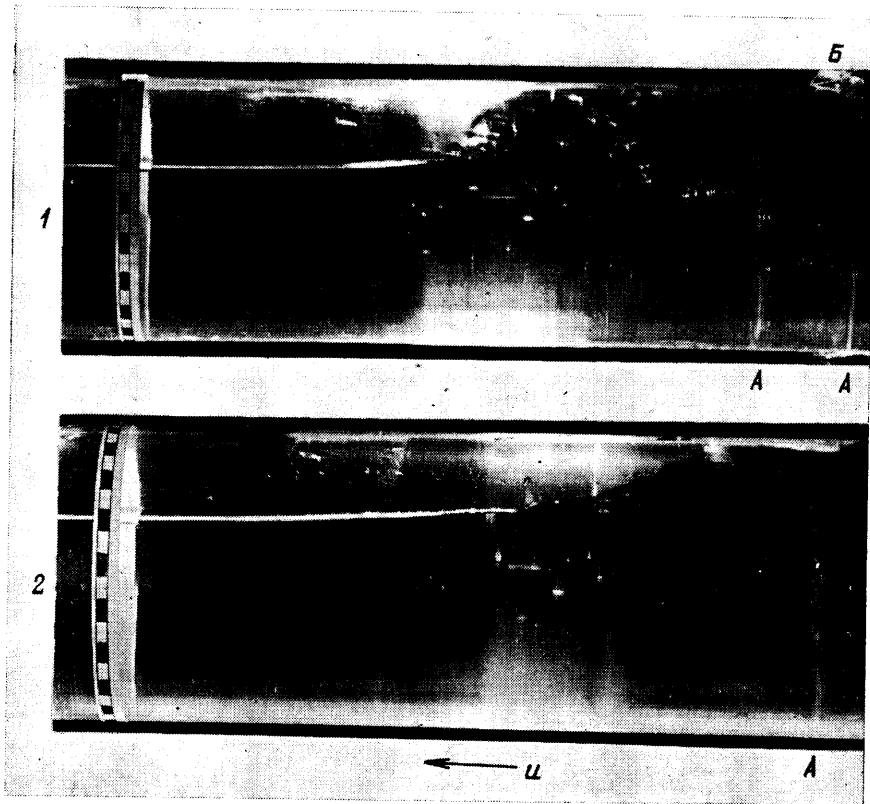
Согласно многочисленным опытным данным ([6-8] и др.), в совершенных гидравлических прыжках в поперечных сечениях, близких к точке разделения  $B$ , профиль продольных скоростей близок к струйному.

Наши опыты показали (фиг. 4,  $a$ ), что в случае, когда есть цепочка вихрей, профиль скорости похож на струйный. Если доля площади слоя  $a$  достаточно велика,



Фиг. 3

а цепочка вихрей достаточно короткая (число Фруда достаточно мало), под струйным профилем может быть зона постоянных скоростей (фиг. 4, а; 1, б). Струйная форма профиля объясняется существованием точки разделения  $B$ . Когда цепочки вихрей и точки  $B$  нет, профиль скоростей близок к равномерному и не имеет точки перегиба (фиг. 4, б; 1, в).



Фиг. 4

3. Рассмотрим связь между типом структуры течения у переднего фронта пробки и коэффициентом  $\kappa$ . Для пробок, заполняющих всю трубу, величины  $a$  и  $\sigma$  (см. уравнение (2.1)) связаны однозначно. Поэтому при заданном  $a$  коэффициент  $\kappa$  в сечении 2, где поверхность раздела фаз касается верхней образующей трубы, однозначно определяется числом Фруда по уравнению (2.1). С уменьшением числа Фруда коэффициент должен уменьшаться от  $\kappa_{\max}=1/a$  при  $Fr \rightarrow \infty$  до минимально возможных при данной структуре значений. Минимальные возможные значения коэффициента  $\kappa$  в сечении 2 определяют минимальные числа Фруда, при которых эта структура может существовать.

По определению (2.2)  $\kappa \geq 1$ , поэтому при  $\kappa=1$  должно существовать минимальное число Фруда  $Fr_{\min}$ , ниже которого равенство (2.1) может быть выдержано при заданном  $a$  только за счет увеличения момента  $\sigma$ , т. е. за счет уменьшения площади, занятой жидкостью в сечении 2 (фиг. 1). Это значит, что при  $Fr < Fr_{\min}$  пробки не заполняют сечения трубы.

Кривая 1 на фиг. 3 построена по уравнению (2.1) для  $\kappa=1$ . Видно, что она действительно ограничивает снизу область существования пробок, но фактическую границу описывает лишь при  $a > 0,6$ , когда на переднем фронте, согласно опытным данным, нет цепочки вихрей и, согласно фиг. 4, б и уравнению (2.2), коэффициент  $\kappa$  может быть сколь угодно близким к единице.

Если цепочка вихрей на переднем фронте и за ним существует, то коэффициент  $\kappa$  в сечении 2 не может уменьшаться до единицы. Действительно, если точка разделения  $B$  (фиг. 1) расположена внутри пробки, то в сечении 2 на конечной доле площади имеется обратное течение. Согласно определению (2.2), это означает, что  $\kappa$  больше единицы на конечную величину. Чем меньше число Фруда, тем меньше

должен быть коэффициент  $\kappa$  в сечении 2 и тем, следовательно, слабее должно быть обратное течение. При некотором достаточно малом значении числа Фруда обратное течение в сечении 2 должно исчезнуть совсем, т. е. в это сечение должна попасть точка разделения  $B$ . В этом случае профиль скоростей в сечении 2 струйный, а значения коэффициента  $\kappa$  минимальны. Максимальное из этих минимальных значений, рассчитанное для струйного профиля, занимающего все сечение, составляет  $\kappa \approx 1,5$ . Для него по уравнению (2.1) построена кривая 2 на фиг. 3. Кривые  $Fg=f(a)$  при  $\kappa > 1$  имеют минимум. Легко показать, представив передний фронт как динамическую систему первого порядка [9], что состояния на части кривой правее минимума неустойчивы по отношению к медленным бесконечно длинным возмущениям площади сечения жидкого слоя, а левее — устойчивы. Это значит, что только левая (сплошная) часть кривой 2 может описывать границу существования пробок, а правая — не может. Действительно, сравнение с опытными данными показывает, что кривая 2 описывает границу при  $a < 0,5$ .

Таким образом, граница существования пробок, заполняющих все сечение трубы, состоит из двух частей, соответствующих двум типам структуры переднего фронта пробки: при  $a < 0,5$  это кривая 2, соответствующая  $\kappa = 1,5$  и структуре с цепочкой вихрей, а при  $a > 0,6$  — кривая 1, соответствующая  $\kappa = 1$  и структуре без цепочки вихрей. В диапазоне  $0,5 < a < 0,6$  находится переходная зона.

Установим теперь границу, разделяющую два типа структуры фронта при  $a > 0,6$ . При струйном профиле скоростей коэффициент  $\kappa$  тем меньше, чем большую долю площади  $a'$  занимает зона постоянных скоростей. Зависимость  $\kappa$  от  $a'$  показана на фиг. 1, г. Минимальные значения коэффициента  $\kappa_{\min}$  достигаются при  $a' = a'_{\max} = a$ . Зависимость  $Fg=f(a)$ , соответствующая  $\kappa_{\min}$  и построенная по уравнению (2.1), представлена кривой 3 на фиг. 3. Сравнение с опытными данными показывает, что эта кривая действительно описывает границу, разделяющую структуры двух типов.

Автор благодарен В. Я. Шкадову за внимание к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кордибан. Исследование пробкового течения двухфазной жидкости в горизонтальных трубах. — Тр. амер. об-ва инж.-мех. Техническая механика, 1961, т. 83, № 4, с. 167–173.
2. Dukler A. E., Hubbard M. G. A model for gas-liquid slug flow in horizontal and near horizontal tubes. — Ind. Eng. Chem., Ser. Fundamentals, 1975, v. 14, № 4, p. 337–347.
3. Чугаев Р. Р. Гидравлика. Л.: Энергия, 1970. 552 с.
4. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1970. 568 с.
5. Асанума Т. Современные методы визуализации потока. — Нихон кикай гаккайси, 1969, т. 72, № 609, с. 1370–1377.
6. Илизарова Л. И. Опытное исследование кинематических характеристик донного гидравлического прыжка. — Сообщ. АН СССР, 1960, т. 24, № 3, с. 281–288.
7. Rajaratnam N. The hydraulic jump as a wall jet. — ASCE J. Hydraul. Div., 1965, v. 91, № 5, p. 107–132.
8. Хапаева А. К. Гидравлический прыжок на гладком и шероховатом дне как пристенная струя. — Изв. Всес. НИИ гидротехники им. Б. Е. Веденеева, 1970, т. 92, с. 234–245.
9. Бутенин Н. В., Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1976. 384 с.

Краснодар

Поступила в редакцию  
2.XII.1980

УДК 532.546

#### О НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ, СВЯЗАННЫХ С ТЕОРИЕЙ НАЛЕДЕЙ

ДЕМЕНТЬЕВА О. В.

При промерзании грунтов в районах с суровым климатом происходит стеснение потока грунтовых вод, фильтрационный поток оказывается зажатым между слоем сезонного промерзания и нижним водоупором, которым может быть многолетняя мерзлота или скальные породы.

Глубина промерзания всегда бывает неравномерной. На оголенных местах грунт промерзает глубже, а на участках с густой растительностью и толстым снеговым покровом промерзание бывает небольшое. Напорная вода находит наиболее слабое место и происходит ее прорыв. Растекаясь по поверхности тонкими слоями, вода