МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 5 • 1982

УДК 533.9.082.76

К ТЕОРИИ СФЕРИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗОНДА В ПОКОЯЩЕЙСЯ СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ

БЕНИЛОВ М. С.

Постановка задачи о сферическом зонде в покоящейся слабоионизованной плазме с постоянными свойствами и её асимптотическое решение в пределе малого дебаевского радиуса рассматривались впервые в [1, 2]. В [1] был рассмотрен случай, когда прилегающий к поверхности зонда дебаевский пограничный слой является неоднородным; случай однородного дебаевского слоя рассматривался в [2]. Указанные исследования послужили отправной точкой для многочисленных последующих работ в области гидродинамической теории электрических зондов [3]. В частности, неоднократно рассматривались различные аспекты сформулированной в [1, 2] задачи о сферическом зонде в покоящейся плазме.

В настоящей работе эта задача в случае малого дебаевского радиуса и однородного дебаевского пограничного слоя рассматривается с помощью метода внешних и внутренних разложений по малому параметру. Заметим, что для случая неоднородного дебаевского слоя аналогичное рассмотрение проводилось в [4], при этом был получен ряд важных уточнений результатов работы [1]. В то же время для случая однородного дебаевского слоя такое рассмотрение ранее в литературе не проводилось, вследствие чего остаются открытыми некоторые существенные вопросы, в частности о степени точности результатов работы [2], об области их применимости, о перекрытии этих результатов с соответствующими результатами для случая неоднородного дебаевского слоя, а также важный для приложений вопрос о разработке методики аналитического расчета падения напряжения в дебаевском слое.

1. Распределение концентраций ионов и электронов и электростатического потенциала в окрестности проводящей сферы в покоящейся слабоионизованной химически замороженной плазме с постоянными свойствами описывается следующей нелинейной краевой задачей [1, 2]:

$$\frac{dn_i}{dt}+\tau n_i\frac{d\varphi}{dt}=j_i\equiv\text{const} \tag{1.1}$$

$$\frac{dn_e}{dt}-n_e\frac{d\varphi}{dt}=j_e\equiv\text{const} \tag{1.2}$$

$$\varepsilon(1-t)^4\frac{d^2\varphi}{dt^2}=n_e-n_i \tag{1.3}$$

$$n_i(0)=n_e(0)=0,\qquad n_i(1)=n_e(1)=1 \tag{1.4}$$

$$\varphi(0)=\varphi_w,\qquad \varphi(1)=0 \tag{1.5}$$

$$n_k=\frac{N_k}{N_\infty},\qquad j_k=\frac{J_k}{4\pi D_k N_\infty r_w}\qquad (k=i,e)$$

$$\varphi=\frac{e\Phi}{kT_e},\qquad t=1-\frac{r_w}{r},\qquad \tau=\frac{T_e}{T},\qquad \varepsilon=\frac{kT_e}{4\pi N_\infty e^2 r_w^2}$$

Здесь N_k, J_k — концентрации ионов и электронов и их полные числовые потоки на поверхность сферы, Φ — электростатический потенциал, r — расстояние от центра сферы, N_∞ — концентрация заряженных частиц вдали от сферы, D_k — коэффициенты диффузии, r_w — радиус сферы, e — заряд электрона, k — постоянная Больцмана, T_e, T — температуры электронов и тяжелых частиц, φ_w — безразмерный потенциал поверхности сферы (заданная величина), индексы i и e приписаны ионам и электронам соответственно. Безразмерные потоки ионов и электронов на поверхность сферы j_i, j_e заранее не известны и должны быть найдены как часть решения задачи.

Следуя [1, 2], будем считать ε основным малым параметром задачи. Величины j_i, j_e будем искать в виде следующего асимптотического разложения:

$$j_i=G_1+\varepsilon^{1/3}G_2+\ldots,\qquad j_e=F_1+\varepsilon^{1/3}F_2+\ldots$$

Внешнее асимптотическое разложение функций n_i, n_e, φ связано с пределом $\varepsilon\to 0$, t фиксировано и имеет следующий вид:

$$n_i=g_1(t)+\varepsilon^{1/3}g_2(t)+\ldots,\qquad n_e=f_1(t)+\varepsilon^{1/3}f_2(t)+\ldots$$

$$\varphi=\varphi_1(t)+\varepsilon^{1/3}\varphi_2(t)+\ldots \tag{1.6}$$

Подставляя это разложение в систему уравнений (1.1)—(1.3) и удерживая члены порядка единицы, получаем уравнения для функций g_1, f_1, φ_1:

$$\frac{dg_1}{dt}+\tau g_1\frac{d\varphi_1}{dt}=G_1,\qquad \frac{df_1}{dt}-f_1\frac{d\varphi_1}{dt}=F_1,\qquad f_1=g_1$$

Полагая, что функции g_1, f_1 удовлетворяют граничным условиям (1.4), а функция φ_1 — второму граничному условию (1.5), получаем три независимых соотношения для четырех неизвестных постоянных (постоянные G_1, F_1 и две постоянные интегрирования) $g_1(0)=0$, $g_1(1)=1$, $\varphi_1(1)=0$.

Решение для функций g_1, f_1, φ_1 и постоянных G_1, F_1 можно записать в виде (λ_1 — новая неизвестная постоянная)

$$g_1=f_1=t,\qquad \varphi_1=\lambda_1\ln t,\qquad G_1=1+\tau\lambda_1,\qquad F_1=1-\lambda_1$$

Для функций g_2, f_2, φ_2 получаем задачу

$$\frac{dg_2}{dt}+\frac{\tau\lambda_1}{t}g_2+\tau t\frac{d\varphi_2}{dt}=G_2$$

$$\frac{df_2}{dt}-\frac{\lambda_1}{t}f_2-t\frac{d\varphi_2}{dt}=F_2,\qquad f_2=g_2,\qquad g_2(1)=\varphi_2(1)=0$$

Решая эту задачу, находим следующие выражения для функций g_2, f_2, φ_2 через неизвестные постоянные G_2, F_2:

$$g_2=f_2=\frac{G_2+\tau F_2}{\tau+1}(t-1),\qquad \varphi_2=\lambda_2\ln t+\lambda_1\frac{G_2+\tau F_2}{\tau+1}\left(1-\frac{1}{t}\right)$$

$$\lambda_2=\frac{G_2-F_2}{\tau+1}-\lambda_1\frac{G_2+\tau F_2}{\tau+1}$$

Поскольку в точке $t=0$ функции φ_1 и φ_2 имеют особенности, в окрестности этой точки внешнее асимптотическое разложение (1.6) несправедливо и необходимо ввести в рассмотрение внутреннее разложение. Это разложение связано с пределом $\varepsilon \to 0$, $\eta = t/\varepsilon^{1/3}$ фиксировано и имеет вид

$$n_i = \varepsilon^{1/3} a(\eta) + \ldots, \qquad n_e = \varepsilon^{1/3} b(\eta) + \ldots \tag{1.7}$$

$$\varphi = -\frac{\lambda_1}{3} \ln \frac{1}{\varepsilon} + \psi(\eta) - \frac{\lambda_2}{3} \varepsilon^{1/3} \ln \frac{1}{\varepsilon} \ldots$$

Для функций a, b, ψ получаем задачу

$$a' + \tau a \psi' = 1 + \tau \lambda_1, \qquad b' - b\psi' = 1 - \lambda_1, \qquad \psi'' = b - a \tag{1.8}$$

$$\eta = 0, \qquad a = b = 0 \tag{1.9}$$

где штрих означает дифференцирование по η.

Выражая функции a, b через ψ, эту задачу можно записать в следующем эквивалентном виде:

$$\psi''' + (\tau - 1)\psi'\psi'' - \left[\frac{\tau}{2}(\psi'^2 - \psi_w'^2) + (\tau + 1)\eta\right]\psi' = -(\tau + 1)\lambda_1 \tag{1.10}$$

$$\eta = 0, \qquad \psi'' = 0 \tag{1.11}$$

$$a = \frac{(\tau+1)\lambda_1 + \psi''' - \psi'\psi''}{(\tau+1)\psi'}, \qquad b = \frac{(\tau+1)\lambda_1 + \psi''' + \tau\psi'\psi''}{(\tau+1)\psi'} \tag{1.12}$$

Здесь и ниже индекс w приписан значениям соответствующих величин на поверхности сферы.

Условия сращивания асимптотических разложений (1.6) и (1.7) будут

$$\eta \to \infty, \quad a \sim \eta - \frac{G_2 + \tau F_2}{\tau + 1} + \ldots, \qquad b \sim \eta - \frac{G_2 + \tau F_2}{\tau + 1} + \ldots \tag{1.13}$$

$$\psi \sim \lambda_1 \ln \eta - \lambda_1 \frac{G_2 + \tau F_2}{\tau + 1} \frac{1}{\eta} + \ldots \tag{1.14}$$

С учетом соотношений (1.12) нетрудно видеть, что условия (1.13) являются следствиями условия (1.14) и могут поэтому быть опущены.

Асимптотика при $\eta \to \infty$ логарифмически растущих решений уравнения (1.10) имеет вид (c — произвольная постоянная)

$$\psi \sim \lambda_1 \ln \eta + c - \frac{\lambda_1 \tau \psi_w'^2}{2(\tau+1)} \frac{1}{\eta} + \ldots$$

Из сравнения этой асимптотики с условием (1.14) найдем

$$c = 0, \qquad \frac{G_2 + \tau F_2}{\tau + 1} = \frac{\tau \psi_w'^2}{2(\tau + 1)}$$

Теперь можно сформулировать недостающее граничное условие для задач (1.8), (1.9) и (1.10), (1.11)

$$\eta \to \infty, \qquad \psi \sim \lambda_1 \ln \eta + o(1) \tag{1.15}$$

Выразим потоки ионов и электронов на поверхность сферы и потенциал поверхности через неизвестные параметры λ_1, λ_2

$$j_i = 1 + \tau\lambda + \varepsilon^{1/3} \frac{\tau \psi_w'^2}{2(\tau+1)} (1 + \tau\lambda_1) + O(\varepsilon^{2/3})$$

$$j_e=1-\lambda+\varepsilon^{1/3}\frac{\tau\psi_w'^2}{2(\tau+1)}(1-\lambda_1)+O(\varepsilon^{2/3}),\quad \varphi_w=-\frac{\lambda}{3}\ln\frac{1}{\varepsilon}+\psi_w+O(\varepsilon^{1/3})$$

$$\lambda=\lambda_1+\varepsilon^{1/3}\lambda_2,\qquad \psi_w=\psi_w(\lambda_1,\tau),\qquad \psi_w'=\psi_w'(\lambda_1,\tau)$$

где функции $\psi_w(\lambda_1, \tau)$, $\psi_w'(\lambda_1, \tau)$ определяются из решения задачи (1.8), (1.9), (1.15) или (1.10), (1.11), (1.15) и представлены ниже.

Важно подчеркнуть, что в главные члены этих выражений входит только величина λ и не входит величина λ_1. Поэтому в пределах точности, с которой эти выражения получены, величину λ_1 можно заменить на λ и привести тем самым эти выражения к однопараметрическому (при фиксированных τ и ε) виду

$$j_i=(1+\tau\lambda)\left[1+\varepsilon^{1/3}\frac{\tau\psi_w'^2}{2(\tau+1)}\right]+O(\varepsilon^{2/3}),\qquad \psi_w'=\psi_w'(\lambda,\tau) \tag{1.16}$$

$$j_e=(1-\lambda)\left[1+\varepsilon^{1/3}\frac{\tau\psi_w'^2}{2(\tau+1)}\right]+O(\varepsilon^{2/3}),\quad \psi_w'=\psi_w'(\lambda,\tau) \tag{1.17}$$

$$\varphi_w=-\frac{\lambda}{3}\ln\frac{1}{\varepsilon}+\psi_w+O(\varepsilon^{1/3}),\quad \psi_w=\psi_w(\lambda,\tau) \tag{1.18}$$

Полученные формулы представляют собой параметрическое описание ионной и электронной характеристик зонда $j_i(\varphi_w)$, $j_e(\varphi_w)$; погрешность этого описания имеет порядок $\varepsilon^{1/3}/\ln\varepsilon^{-1}$. Первый и второй члены правой части формулы (1.18) естественно интерпретировать как вклады в полную разность потенциалов зонд — плазма соответственно квазинейтральной области и дебаевского слоя; множитель в квадратных скобках правых частей формул (1.16), (1.17) учитывает влияние на величины потоков заряженных частиц толщины дебаевского слоя.

Можно показать, что формулы (1.16)—(1.18) по своей сути тождественны соответствующим формулам работы [2]. В частности, аналогом формулы (1.18) является в [2] третье соотношение (19); следует, однако, отметить, что последнее соотношение имеет формальный характер и непригодно для непосредственного применения. В работах [5, 6] предложен способ преобразования этого соотношения к вспомогательным функциям $S(\lambda, \tau)$, $\eta_{ms}(\lambda, \tau)$, которые затабулированы в [5]. Нетрудно видеть, что такая методика нахождения потенциала поверхности зонда, хотя и является более сложной, чем прямой расчет по формуле (1.18), по своим результатам эквивалентна указанному расчету.

Найдем область применимости полученных выше результатов. Задача (1.8), (1.9), (1.15) разрешима и функции $\psi_w(\lambda, \tau)$, $\psi_w'(\lambda, \tau)$ определены при условии $-\tau^{-1}<\lambda<1$ (здесь и ниже при ссылках на формулы (1.8), (1.10), (1.12), (1.15) подразумевается, что вместо параметра λ_1 эти формулы содержат параметр λ). Поэтому анализ настоящей работы (и, следовательно, эквивалентный, как отмечено выше, анализ [2]) является справедливым для предельного случая

$$\varepsilon\to 0,\quad \frac{\varphi_w}{\ln\varepsilon^{-1}}\to\text{const},\qquad -\frac{1}{3}<\text{const}<\frac{1}{3\tau} \tag{1.19}$$

Интересно сравнить эту оценку с оценками области применимости теории [2], данными в [2, 4]. Эти оценки имеют соответственно следующий вид:

$$|\varphi_w|\leqslant O\left(\ln\frac{1}{\varepsilon}\right);\quad \varphi_w=-\left(\frac{1}{3}\ln\frac{1}{\varepsilon}+\text{const}\right),\quad \text{const}>0$$

Оценка (1.19) согласуется с оценкой работы [2] и является в то же время ее уточнением; с другой стороны, оценка работы [4] является, очевидно, некорректной.

2. Перейдем к нахождению функций $\psi_w(\lambda, \tau)$, $\psi_w'(\lambda, \tau)$.

При $\lambda=0$ точным решением задачи (1.10), (1.11), (1.15) является тождественный ноль, поэтому $\psi_w(0, \tau) \equiv \psi_w'(0, \tau) \equiv 0$.

Нетрудно видеть, что функция $\psi(\eta; \lambda, \tau)$ удовлетворяет тождеству

$$\psi(\eta; -\lambda, \tau) = \frac{\lambda}{3} \ln \tau - \frac{1}{\tau} \psi\left(\eta\tau^{1/3}; \tau\lambda, \frac{1}{\tau}\right)$$

Для функций ψ_w, ψ_w' получаем тождества

$$\psi_w(-\lambda, \tau) = \frac{\lambda}{3} \ln \tau - \frac{1}{\tau} \psi_w\left(\tau\lambda, \frac{1}{\tau}\right), \qquad \psi_w'(-\lambda, \tau) = -\frac{1}{\tau^{2/3}} \psi_w'\left(\tau\lambda, \frac{1}{\tau}\right)$$

Таким образом, функции $\psi_w(\lambda, \tau)$, $\psi_w'(\lambda, \tau)$ достаточно найти на интервале $0<\lambda<1$.

Можно показать, что асимптотика этих функций при $\lambda \to 0$, $\lambda \to 1$ имеет вид

$$\lambda \to 0, \quad \psi_w = -\left(1{,}587 + \frac{1}{3} \ln \frac{\tau+1}{2}\right) \lambda, \quad \psi_w' = 1{,}288(\tau+1)^{1/3}\lambda \tag{2.1}$$

$$\lambda \to 1, \quad \left(-3\frac{\tau+1}{\tau}\psi_w\right)^{1/3} \exp \psi_w = 1-\lambda, \quad \psi_w' = \left(-3\frac{\tau+1}{\tau}\psi_w\right)^{1/3} \tag{2.2}$$

Необходимые для вывода формул (2.1) значения функций Эйри и асимптотика интеграла от этих функций приведены соответственно в [7, 8].

Для нахождения значений функций $\psi_w(\lambda, \tau)$, $\psi_w'(\lambda, \tau)$ при конечных значениях параметра λ в данной работе задача (1.10), (1.11), (1.15) была решена численно. Результаты решения приведены в табл. 1 (функция – $\psi_w(\lambda, \tau)$) и табл. 2 (функция $\psi_w'(\lambda, \tau)$). Отметим, что данные табл. 2 согласуются со значениями связанной с функцией ψ_w' величины s_p, представленными для части приведенных в табл. 2 вариантов в работе [2].

Таблица 1

τ	$\lambda=0{,}1$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,99	0,999
0,1	0,1456	0,3073	0,4894	0,6983	0,9437	1,241	1,621	2,148	3,024	5,745	8,292
0,2	0,1478	0,3104	0,4922	0,6996	0,9424	1,237	1,612	2,133	3,002	5,707	8,240
0,5	0,1532	0,3175	0,4978	0,7009	0,9371	1,223	1,588	2,096	2,950	5,627	8,139
1	0,1596	0,3248	0,5021	0,6992	0,9271	1,203	1,557	2,054	2,895	5,552	8,051
2	0,1671	0,3315	0,5030	0,6914	0,9092	1,174	1,517	2,004	2,835	5,482	7,976
5	0,1756	0,3338	0,4944	0,6710	0,8774	1,132	1,466	1,946	2,773	5,417	7,911
10	0,1781	0,3293	0,4829	0,6538	0,8558	1,107	1,439	1,918	2,744	5,390	7,884

Для приближенной оценки функции $\psi_w(\lambda, \tau)$ можно использовать аппроксимационную формулу

$$\psi_w = -\left\{(1-\lambda^{7/4})\left(1{,}587 + \frac{1}{3}\ln\frac{\tau+1}{2}\right)\lambda + \lambda^{7/4} \ln \frac{[-3(1+\tau^{-1})\ln(1-\lambda)]^{1/3}}{1-\lambda}\right\}$$

Эта формула описывает данные табл. 1 с наибольшей относительной погрешностью 22%; в частном случае $\tau=1$ погрешность не превосходит 3%.

Таблица 2

τ	λ=0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,99	0,999
0,1	0,1368	0,2825	0,4393	0,6100	0,7992	1,014	1,268	1,590	2,062	3,218	4,058
0,2	0,1404	0,2890	0,4479	0,6198	0,8090	1,023	1,273	1,586	2,039	3,116	3,866
0,5	0,1499	0,3058	0,4695	0,6437	0,8321	1,041	1,281	1,574	1,987	2,914	3,520
1	0,1626	0,3271	0,4958	0,6713	0,8573	1,059	1,287	1,559	1,933	2,740	3,253
2	0,1811	0,3560	0,5289	0,7036	0,8841	1,076	1,288	1,538	1,875	2,591	3,044
5	0,2123	0,3980	0,5713	0,7399	0,9101	1,088	1,282	1,510	1,816	2,465	2,877
10	0,2364	0,4242	0,5936	0,7562	0,9194	1,090	1,276	1,494	1,788	2,414	2,811

3. В заключение дадим краткую сводку имеющихся в настоящее время асимптотических представлений ионной и электронной характеристик $j_i(\varphi_w;\ \varepsilon,\ \tau)$, $j_e(\varphi_w;\ \varepsilon,\ \tau)$ в пределе $\varepsilon\to 0$ для различных диапазонов потенциала поверхности зонда. С учетом вытекающих из вида задачи (1.1)–(1.5) тождеств

$$j_i(\varphi_w;\,\varepsilon,\tau)=j_e\left(-\tau\varphi_w;\ \frac{\varepsilon}{\tau},\frac{1}{\tau}\right),\quad j_e(\varphi_w;\,\varepsilon,\tau)=j_i\left(-\tau\varphi_w;\ \frac{\varepsilon}{\tau},\frac{1}{\tau}\right)$$

ограничим рассмотрение областью отрицательных потенциалов. Выделим следующие случаи:

$$(-\varphi_w)=o(\ln\varepsilon^{-1}) \tag{3.1}$$

$$\frac{(-\varphi_w)}{\ln\varepsilon^{-1}}\to\text{const},\qquad 0<\text{const}<\frac{1}{3} \tag{3.2}$$

$$\frac{(-\varphi_w)}{\ln\varepsilon^{-1}}\to\text{const},\qquad \text{const}>\frac{1}{3} \tag{3.3}$$

$$\frac{(-\varphi_w)}{\ln\varepsilon^{-1}}\to\infty,\qquad \frac{(-\varphi_w)}{\varepsilon^{-1/2}}\to 0 \tag{3.4}$$

$$(-\varphi_w)=O(\varepsilon^{-1/2}) \tag{3.5}$$

В случаях (3.1), (3.2) дебаевский слой является однородным и асимптотически тонким, в случаях (3.3), (3.4) – неоднородным и асимптотически тонким, в случае (3.5) – неоднородным и имеет толщину $O(1)$.

В случае (3.1) формулы для ионной и электронной характеристик могут быть получены предельным переходом $\varepsilon\to 0$ из выражений работы [9], справедливых при умеренных потенциалах поверхности зонда и любых ε

$$j_i=1-\frac{\tau\varphi_w}{1{,}587+{}^1/_3\ln(\tau+1)/2\varepsilon},\qquad j_e=1+\frac{\varphi_w}{1{,}587+{}^1/_3\ln(\tau+1)/2\varepsilon} \tag{3.6}$$

Случай (3.2) рассмотрен в настоящей работе, ионная и электронная характеристики описываются формулами (1.16)–(1.18). Случай (3.3) рассмотрен в [4], формулы для ионной и электронной характеристик можно записать в виде

$$j_i=(\tau+1)\left\{1+\left[\frac{9\tau\varepsilon}{8(\tau+1)}\left(\varphi_w+\frac{1}{3}\ln\frac{1}{\varepsilon}\right)^2\right]^{1/3}\right\} \tag{3.7}$$

$$j_e=\left[-3\frac{\tau+1}{\tau}\left(\varphi_w+\frac{1}{3}\ln\frac{1}{\varepsilon}\right)\right]^{1/3}\exp\left(\varphi_w+\frac{1}{3}\ln\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

Случай (3.5) также рассмотрен в [4], формулы для ионной и электронной характеристик имеют вид

$$j_i=(\tau+1)R_s,\qquad j_e=\left[\frac{2(\tau+1)}{3\tau}R_s(R_s^3-1)\right]^{1/2}\exp\left(\varphi_w+\frac{1}{2}\ln\frac{1}{\varepsilon}\right)$$
$$\varphi_w=-\varepsilon^{-1/2}\left[\frac{2(\tau+1)}{3\tau}R_s\right]^{1/2}\int\limits_1^{R_s}\frac{(R_s^3-p^3)^{1/2}}{p^2}dp \tag{3.8}$$

Здесь R_s — безразмерный параметр, пробегающий значения от единицы до бесконечности.

Отметим, что введенный для случая (3.5) в работе [4] второй переходный слой является излишним, поскольку решения для первого переходного и ионного слоев допускают непосредственное сращивание [10].

С учетом асимптотики (2.1) нетрудно увидеть, что формулы (1.16)—(1.18) в линейном приближении при $\lambda\to0$ принимают вид (3.6). Поэтому формулы (1.16)—(1.18) остаются применимыми в случае (3.1). С другой стороны, при $\lambda\to1$ формулы (1.16)—(1.18) принимают вид (3.7), поэтому в случае (3.3) эти формулы также остаются применимыми. Наконец, формально применяя эти формулы и формулы (3.8) к случаю (3.4), нетрудно привести их к совпадающему виду

$$j_i=(\tau+1)\left\{1+\left[\frac{9\tau\varepsilon\varphi_w^2}{8(\tau+1)}\right]^{1/3}\right\}$$

$$j_e=\left(-3\frac{\tau+1}{\tau}\varphi_w\right)^{1/3}\exp\left(\varphi_w+\frac{1}{3}\ln\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

Поэтому следует ожидать, что формулы (1.16)—(1.18) применимы также и в случае (3.4).

Таким образом, формулы (1.16)—(1.18) применимы во всех случаях, когда дебаевский слой является асимптотически тонким. Совокупность этих формул и формул (3.8) описывает весь диапазон потенциалов поверхности зонда.

Как известно [11, 12], при наличии движения плазмы, переменности ее свойств, объемной ионизации и рекомбинации дебаевский слой описывается теми же уравнениями, что и в случае покоящейся химически замороженной плазмы с постоянными свойствами при условии, что его толщина существенно меньше всех макроскопических характерных размеров, таких, как размер зонда, толщина газодинамического пограничного слоя, локальная рекомбинационная длина, локальный масштаб изменения температуры электронов. Поэтому методика расчета падения напряжения, предложенная в настоящей работе, может применяться к широкому классу асимптотически тонких столкновительных дебаевских пограничных слоев.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Su C. H., Lam S. H.* Continuum theory of spherical electrostatic probes.– Phys. Fluids, 1963, v. 6, № 10, p. 1479–1491.
2. *Cohen I. M.* Asymptotic theory of spherical electrostatic probes in a slightly ionized, collision – dominated gas.– Phys. Fluids, 1963, v. 6, № 10, p. 1492–1499.
3. *Чан П., Тэлбот Л., Турян К.* Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. (Теория и применение). М.: Мир, 1978, 201 с.
4. *Bush W. B., Fendell F. E.* Continuum theory of spherical electrostatic probes (frozen chemistry).– J. Plasma Phys., 1970, v. 4, pt 2, p. 317–334.
5. *Cohen I. M.* Asymptotic theory of a photoionization chamber.– Phys. Fluids, 1965, v. 8, № 11, p. 2097–2105.
6. *Cohen I. M.* Asymptotic theory of ellipsoidal electrostatic probes in a slightly ionized, collision – dominated gas.– AIAA Journal, 1967, v. 5, № 1, p. 63–69.
7. Справочник по специальным функциям, М.: Наука, 1979, 830 с.
8. *Бенилов М. С., Тирский Г. А.* К расчету электрических эффектов в ионизованном многокомпонентном газе около электропроводящих тел. Метод расщепления.– ПММ, 1979, т. 43, вып. 2, с. 288–304.
9. *Бенилов М. С., Тирский Г. А.* Об одном точном решении задачи о проводящей сфере в покоящейся слабоионизованной плазме.– Докл. АН СССР, 1978, т. 240, № 6, с. 1324–1327.
10. *De Boer P. C. T., Ludford G. S. S.* Spherical electric probe in a continuum gas.– Plasma Phys., 1975, v. 17, № 1, p. 29–43.
11. *Lam S. H.* A general theory for the flow of weakly ionized gases.– AIAA Journal, 1964, v. 2, p. 256–262.
12. *Su C. H.* Compressible plasma flow over a biased body.– AIAA Journal, 1965, v. 3, № 5, p. 842–848.

Москва

Поступила в редакцию
5.II.1981