

УДК 533.6.011.72

О ЦЕНТРЕ ДАВЛЕНИЯ ТЕЛ
БУНИМОВИЧ А. И., ДУБИНСКИЙ А. В.

Установлено, что в условиях локального взаимодействия потока с поверхностью тела для широкого класса конфигураций, включающих конические, цилиндрические, сферические и плоские элементы, положение центра давления не зависит от угла атаки и вида модели обтекания.

Постановка задачи о нахождении формы конических тел с неизменным положением центра давления при сверхзвуковом обтекании без скольжения была сформулирована в работе [1], там же найдена форма некоторых таких тел.

1. Пусть вектор скорости набегающего потока \mathbf{v} лежит в плоскости xu (фиг. 1). Рассматривая воздействие потока на некоторый элемент поверхности, предполагаем наличие аналогичного элемента, симметричного относительно плоскости xu . Из симметрии картины обтекания следует, что линия действия суммарной аэродинамической силы лежит в плоскости xu ; центром давления элемента поверхности называется точка пересечения этой линии с осью x , координата которой x_d определяется из выражения

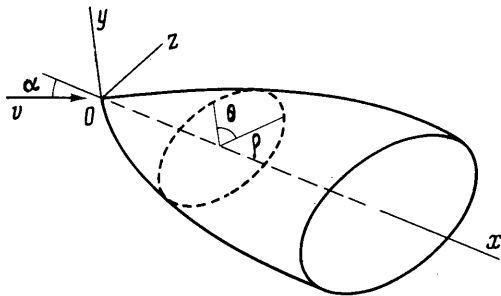
$$Yx_d + M_z = 0 \quad (1.1)$$

Здесь Y , M_z — нормальная сила и момент тангажа соответственно. Если не оговорено противное, предполагается, что поток воздействует лишь по нормали к поверхности тела.

Рассмотрим некоторую площадь ΔS на теле вращения, ось которого параллельна оси z и лежит в плоскости xz . Из геометрических соображений следует, что центр давления этой площадки находится на оси тела и его положение не зависит от конфигурации площадки, угла атаки и модели взаимодействия потока с поверхностью тела. В частности, это свойство выполняется для элементов сферических поверхностей, на что указывалось в работе [2], где отмечалось слабое влияние числа Маха и угла атаки на положение центра давления сегмента при сверхзвуковом обтекании.

Для общего класса моделей локального взаимодействия потока с поверхностью тела справедливо представление [3–6] местного коэффициента силы в виде

$$\mathbf{c}_f = \Omega_p(t) \mathbf{n} + \Omega_\tau(t) \boldsymbol{\tau}, \quad \boldsymbol{\tau} = \frac{\mathbf{v} - \mathbf{n}t}{\sqrt{1-t^2}}, \quad t = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \quad (1.2)$$



Фиг. 1

Здесь \mathbf{v} , \mathbf{n} , $\boldsymbol{\tau}$ — орты направления скорости набегающего потока, внутренней нормали и касательной к поверхности тела соответственно; Ω_p , Ω_τ — функции, вид которых зависит от конкретной модели обтекания [3, 4, 6].

В цилиндрической системе координат (ρ, x, θ) (фиг. 1) форма поверхности тела определяется функцией $\rho = \Phi(x, \theta)$; а выражения для нормальной силы Y и момента тангажа M_z запишутся соответственно в виде

$$Y = q \iint_{\sigma} [-\Omega_1(u)u_1 + \Omega_2(u)u_2 \sin \alpha] dx d\theta \quad (1.3)$$

$$M_z = q \iint_{\sigma} [\Omega_1(u) (\Phi^2 \Phi_x \cos \theta + xu_1) + \Omega_2(u) (\Phi \cos \theta \cos \alpha - x \sin \alpha) u_2] dx d\theta$$

$$u = (\Phi \Phi_x \cos \alpha - u_1 \sin \alpha) u_2^{-1}, \quad u_1 = \Phi_\theta \sin \theta + \Phi \cos \theta$$

$$u_2 = (\Phi^2 + \Phi^2 \Phi_x^2 + \Phi_\theta^2)^{1/2}, \quad \Phi_x = \partial \Phi / \partial x, \quad \Phi_\theta = \partial \Phi / \partial \theta$$

$$\Omega_1(u) = \Omega_p(u) - u \Omega_2(u), \quad \Omega_2(u) = \Omega_\tau(u) (1 - u^2)^{-1/2}$$

где q — скоростной напор, σ — область изменения переменных x, θ .

2. Найдем форму элементов поверхностей, обладающих свойством неизменности положения центра давления.

Рассмотрим отсекаемый плоскостями $x = x_0, x = x_1, \theta = \theta_1, \theta = \theta_2$ элемент конической поверхности, уравнение которой имеет вид

$$\Phi(x, \theta) = (\gamma_1 x + \gamma_2) R(\theta), \quad R(0) = 1 \quad (2.1)$$

После преобразований условие (1.1) запишется следующим образом:

$$\int_{x_0}^{x_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \Omega_p(u) [(x - x_d) (\gamma_1 x + \gamma_2) (R' \sin \theta + R \cos \theta) + \gamma_1 (\gamma_1 x + \gamma_2)^2 R^3 \cos \theta] dx d\theta = 0 \quad (2.2)$$

причем для конических тел u не зависит от x .

Отметим, что условие (2.2) сохраняется и для случая, когда на боковой поверхности тела образуется аэродинамическая тень и учитывается воздействие лишь на «освещенную» поверхность (в том случае $\Omega_p = 0$ при $u < 0$).

Если вычислить интегралы по x , то условие (2.2) приводится к виду

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \Omega_p(u) F d\theta = 0, \quad F = k (R' \sin \theta + R \cos \theta) - R^3 \cos \theta \quad (2.3)$$

$$k = -\frac{k_1}{k_2}, \quad k_1 = \int_{x_0}^{x_1} (x - x_d) (\gamma_1 x + \gamma_2) dx, \quad k_2 = \gamma_1 \int_{x_0}^{x_1} (\gamma_1 x + \gamma_2)^2 dx \quad (2.4)$$

Если функция $R(\theta)$ удовлетворяет уравнению $F = 0$, то из условия (2.3) вытекает, что положение центра давления элемента поверхности не зависит от модели обтекания, угла атаки, а также θ_1, θ_2 .

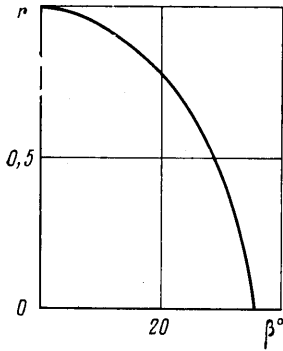
Решение уравнения $F = 0$ с учетом условия (2.1) имеет вид

$$R(\theta) = (1 - C \sin^2 \theta)^{-1/2}, \quad k = 1 \quad (2.5)$$

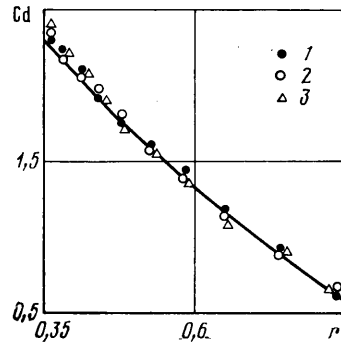
откуда получаем уравнение искомой конической поверхности и формулу для вычисления координаты центра давления

$$\Phi(x, \theta) = \frac{\gamma_1 x + \gamma_2}{\sqrt{1 - C \sin^2 \theta}}, \quad \int_{x_0}^{\infty} [(x - x_d)(\gamma_1 x + \gamma_2) + \gamma_1(\gamma_1 x + \gamma_2)^2] dx = 0 \quad (2.6)$$

Из поверхностей, задаваемых уравнением (2.6), практический интерес представляют следующие: плоскость ($C=1$), поверхность прямого эллип-



Фиг. 2



Фиг. 3

тического цилиндра, ось которого параллельна оси x ($C < 1, \gamma_1 = 0$); усеченного эллиптического конуса ($C < 1, \gamma_2 > 0$); острого эллиптического конуса ($C < 1, \gamma_2 = 0$). Свойство неизменности положения центра давления для острых эллиптических конусов обосновано в работе [1].

Для координаты центра давления боковой поверхности усеченного конуса (результаты, излагаемые ниже для тел вращения, справедливы, естественно, и для тел с эллиптическим поперечным сечением) на основе (2.6) можно записать выражение ($x_0 = 0, x_1 = L$)

$$x_d = R_1 \left[\frac{B-r}{\operatorname{tg} \beta} + B \operatorname{tg} \beta \right], \quad B(r) = \frac{2(r^2+r+1)}{3(r+1)}, \quad r = \frac{R_0}{R_1} \quad (2.7)$$

Здесь R_0, R_1 — радиусы носка и миделя соответственно, β — угол наклона образующей к оси x, L — длина конуса. Центр давления может находиться как внутри ($x_d < L$; под кривой фиг. 2), так и вне ($x_d > L$; над кривой фиг. 2) конуса.

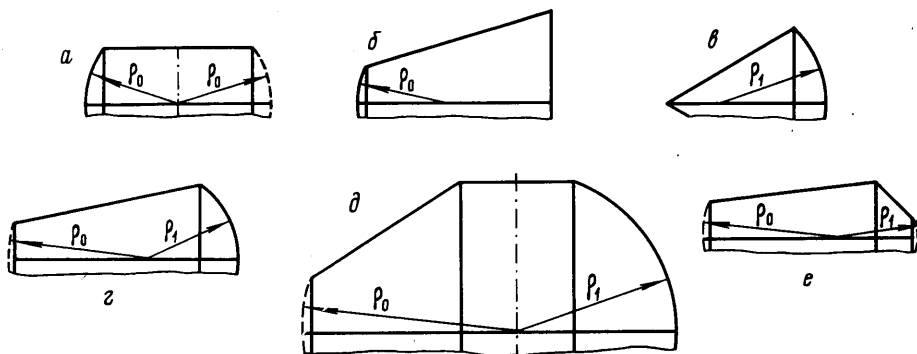
На фиг. 3 сплошная линия отражает зависимость коэффициента центра давления $C_d = x_d/R_1$ боковой поверхности усеченного кругового конуса от относительного размера r носка тела, построенную по формуле (2.7) для $\beta = 10^\circ$. Кружочки соответствуют результатам обработки данных работы [7] для совершенного газа с показателем адиабаты $\gamma = 1,4$ и $M_\infty = 6$ при углах атаки $\alpha = 5^\circ$ (1) и $\alpha = 10^\circ$ (2); обозначения 3 отражают результаты расчетов с учетом физико-химических превращений на высоте $H = 30$ км при скорости $V_\infty = 5000$ м/с, $\alpha = 5^\circ$. Видно, что положение центра давления практически не зависит от угла атаки и модели обтекания и с хорошей точностью определяется формулой (2.7).

Можно показать, что свойством неизменности положения центра давления обладают также плоские элементы.

Отметим, что подход, реализованный при определении элементов поверхностей с неизменным положением центра давления, может рассмат-

риваться как одно из приложений метода построения соотношений соответствия, развитого в работах [5, 6, 8].

3. Обоснованные свойства конических, цилиндрических, сферических и плоских элементов поверхностей позволяют «конструировать» тела сложной формы с неизменным положением центра давления. При этом будем опираться на следующее свойство.



Фиг. 4

Пусть поверхность тела S можно представить в виде $S = \bigcup_{i=1}^n S^{(i)}$, где

$x_d = x_d^{(i)}$ — координата центра давления поверхности $S^{(i)}$, а для каждой из остальных поверхностей выполняется одно из условий: либо $x_d^{(i)} = x_d$, либо $Y^{(i)} = M_z^{(i)} = 0$. Тогда x_d — центр давления поверхности S . Примером поверхности, для которой нормальная сила и момент тангажа равны нулю, может служить симметричный относительно плоскости xz элемент цилиндрической поверхности, ось которого параллельна оси y и, в частности, плоский элемент, параллельный плоскости yz .

Таким образом, если в качестве элементов поверхности тела брать поверхности с неизменным положением центра давления (с возможным включением симметричных относительно плоскости xz цилиндрических поверхностей с осью, параллельной y) и комбинировать их таким образом, чтобы центры давления совпадали, то положение центра давления такого тела будет сохраняться при изменении модели локального взаимодействия и угла атаки.

На фиг. 4 в качестве примера показаны некоторые классы таких тел, построенных на основе сферических, конических и цилиндрических поверхностей с включением плоских элементов, перпендикулярных оси x (на фиг. 4 показана только верхняя часть тел до оси симметрии).

Наличие сферического затупления со стороны носка и (или) миделя цилиндра не нарушает свойства неизменности положения центра давления, если центр сферы совпадает с центром цилиндра (фиг. 4, а).

Затупленный по сфере конус также принадлежит к искомому классу тел, если центр сферы совпадает с центром давления боковой поверхности усеченного конуса (фиг. 4, б). Если размеры усеченного конуса таковы, что центр давления расположен внутри него (фиг. 2), то возможны и иные комбинации конических и сферических поверхностей, некоторые из которых показаны на фиг. 4, в, г. Если центр давления лежит вне конуса, то к нему со стороны миделя может быть «пристроен» цилиндр; и в этом случае допускаются сферические и плоские затупления как со стороны носка

так и со стороны миделя (фиг. 3, ∂). Возможны также комбинации конусов, которые могут иметь сферические затупления (фиг. 4, e).

Свойством неизменности положения центра давления обладает большой класс пирамидальных тел, в частности правильные пирамиды. Могут быть построены конические тела более сложной формы, поперечный контур которых включает эллиптические и прямолинейные отрезки. Такими же свойствами обладают некоторые конфигурации типа крыло — фюзеляж. Отметим, что для модели Ньютона и ее модификаций задача в классе конических тел исследовалась в работе [1].

4. Рассмотрим теперь случай обтекания тел, симметричных относительно плоскостей xz и xy , и предположим, что модель взаимодействия потока с поверхностью такова

$$\Omega_p(t) = A_0 + A_2 t^2, \quad \Omega_r(t) = B_1 t \sqrt{1-t^2} \quad (4.1)$$

При соответствующем выборе параметров A_0 , A_2 , B_1 она охватывает, в частности, различные модификации закона Ньютона [9] и предельный случай обтекания охлажденного тела гиперзвуковым свободномолекулярным потоком [10].

При отсутствии аэродинамической тени на боковой части поверхности тела выражения (1.3) с учетом вида модели (4.1) можно представить в форме

$$Y(\alpha) = b_0 q \sin 2\alpha, \quad M_z(\alpha) = c_0 q \sin 2\alpha \quad (4.2)$$

где коэффициенты b_0 и c_0 зависят от формы тела и параметров модели A_2 , B_1 , но не зависят от угла атаки α .

Следовательно, координата центра давления $x_a = -c_0/b_0$ не зависит от угла атаки; при $B_1 = 0$ отсутствует также зависимость от параметров модели (4.2). Это свойство применительно к некоторым классам конических тел при обтекании без скольжения обосновано в работе [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Остапенко Н. А. О центре давления конических тел.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 1, с. 99–104.
2. Карягин В. П., Лошаков А. Б., Швец А. И. Обтекание затупленных конусов и сегментальных тел.— ПМТФ, 1978, № 5, с. 98–102.
3. Бунимович А. И. Соотношения между силами, действующими на тела, движущиеся в разреженном газе, в потоке света и в гиперзвуковом ньютоновском потоке.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1973, № 4, с. 89–95.
4. Бунимович А. И., Дубинский А. В. Оптимальные тупоносые тела вращения в газе различной разреженности.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 3, с. 158–161.
5. Бунимович А. И., Дубинский А. В. Обобщенные законы подобия при обтекании пространственных тел.— ПММ, 1975, т. 39, № 4, с. 739–742.
6. Дубинский А. В. Соотношения между силами, действующими на различные по форме тела, движущиеся в газе.— ПММ, т. 44, № 1, с. 178–181.
7. Лунев В. В., Магомедов К. М., Павлов В. Г. Гиперзвуковое обтекание притупленных конусов с учетом равновесных физико-химических превращений.— М.: Изд-во ВЦ АН СССР, 1968. 203 с.
8. Дубинский А. В. Универсальные соотношения между аэродинамическими характеристиками тел при обтекании в условиях гипотезы локальности.— В кн.: Газовая и волновая динамика. Вып. 3. М.: Изд-во МГУ, 1979, с. 160–162.
9. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью.— М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
10. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 607 с.

Москва

Поступила в редакцию
24.XI.1980