

УДК 532.512

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ГИДРАТОВ ПРИ ДВИЖЕНИИ ГАЗА В ТРУБАХ

БОНДАРЕВ Э. А., ГАБЫШЕВА Л. Н., КАНИБОЛОТСКИЙ М. А.

Рассмотрены задачи намерзания и разложения газовых гидратов на стенках трубопровода. Этот процесс регулируется теплообменом газа с окружающими породами. Совместное рассмотрение уравнений переноса в трубе и уравнений теплопроводности в гидрате и окружающих породах позволяет проследить за изменением толщины гидратного слоя во времени и по координате. Показано существование режимов течения газа, при которых происходит самоочистка трубопровода от гидрата за счет прогрева окружающих пород. С другой стороны, возможны режимы, при которых происходит полное зарастание проходного сечения гидратами.

1. Введение. Известно [1], что при определенных термодинамических условиях газ приобретает способность, соединяясь с капельной водой, образовывать твердые льдоподобные соединения — гидраты. Такой процесс представляет собой фазовый переход первого рода, сопровождающийся изменением энтальпии. При этом равновесная температура фазового перехода газ — гидрат T_p является функцией давления p , которая хорошо описывается логарифмической зависимостью [1]

$$T_p(p) = \beta_1 \ln(p/10^5) + \beta_2 \quad (1.1)$$

где β_1, β_2 — эмпирические коэффициенты (для метана $\beta_1 = 10, \beta_2 = 243,2$). Скрытая теплота фазового перехода газ — гидрат довольно значительна и превышает аналогичную величину для фазового перехода вода — лед почти в 1,5 раза. Формула (1.1) показывает, что уже для давлений, больших $2 \cdot 10^6$ н/м², температура T_p больше 0° С. Естественно, что при добыче и транспорте природного газа в районах с пониженными температурами термодинамические условия способствуют образованию гидратов в скважинах и газопроводах.

Образование и отложение гидратов в трубах оказывают двойное влияние на газовый поток. Во-первых, при этом существенно изменяется энергетический баланс газового потока. Во-вторых, отложение гидратов на стенках труб приводит к изменению площади проходного сечения и перераспределению давлений и температур в потоке. В пользу предположения об образовании и отложении гидратов именно на стенках труб говорят следующие соображения. При работе скважин и газопроводов режим течения турбулентный, причем $Re > 10^7$ (Re — число Рейнольдса). В этом случае существует пристенный ламинарный подслой, который при низкой температуре окружающей среды значительно переохлажден по сравнению с ядром потока. Поэтому образование гидратов, вероятнее всего, начнется со стенок трубы. Кроме того, вблизи стенок скорость газа минимальна, что должно способствовать отложению и удержанию кристаллов гидрата на стенках. На эти факты указывается в [2, 3].

Вопросам гидратообразования в трубопроводах посвящены исследования [4–6], в которых предполагается, что рост гидратного слоя на стенках труб определяется только условиями выпадения влаги. При этом не учитывается то обстоятельство, что образование и рост гидратного слоя при наличии сконденсировавшейся влаги будут определяться теплообменом между движущимся газом и гидратом. В перечисленных работах не рассматривается также обратное влияние гидратного слоя на поток газа, т. е. не учитывается влияние изменения проходного сечения трубы на параметры потока.

В [1] процесс гидратообразования рассмотрен в рамках задачи Стефана, когда скорость роста гидрата на стенке зависит от теплообмена газового потока с гидратным слоем и стенкой трубы. Этот подход используется в задачах о намерзании льда при движении жидкости в трубе [7–9].

Используемое в работах [1, 7–9] предположение о постоянстве температуры стенки или теплового потока соответствует стационарному тепловому режиму в окружающей среде (грунте или горных породах), и, как отмечено в [10], оно не может быть принято при расчете пусковых режимов трубопроводов, когда имеет место значительное изменение величины теплового потока на стенке трубы. В [10] получено

эффективное приближенное решение сопряженной задачи теплового взаимодействия трубопровода с грунтом для случая его работы в режиме постоянного расхода жидкости.

Как будет показано ниже, такая постановка задачи гидратообразования, учитывающая прогрев окружающих пород, приводит к качественно новым результатам. Так, например, в газопроводах может реализовываться режим самоочистки от гидратов, когда сначала гидрат нарастает почти по всей длине трубы, а затем по мере прогрева разлагается и полностью исчезает. При рассмотрении режима течения газа с заданным перепадом давления возможен другой предельный случай — полное зарастание проходного сечения гидратом.

2. Формулировка и метод решения задачи. Дадим математическую формулировку задачи. Для газообразной фазы, движущейся в канале, образованном частично гидратным слоем, а частично — стенками трубы, записываются уравнения переноса массы, импульса и энергии с соответствующими граничными и начальными условиями. Процесс распространения тепла в областях, занятых гидратом и грунтом, описывается уравнениями теплопроводности с соответствующими граничными и начальными условиями. Дифференциальное уравнение, описывающее закон движения границы раздела газ — гидрат, получается применением первого закона термодинамики к контрольному объему, движущемуся с границей раздела (условие Стефана). Сформулированная таким образом задача является сопряженной задачей теплообмена. Неидеальность газа и зависимость температуры фазового перехода от давления существенно отличают ее от задачи образования льда в трубах [10].

Введем ряд упрощающих предположений: 1) массовый расход газа гораздо больше скорости роста массы гидратного слоя, что позволяет пренебречь переходными процессами в газе, связанными с переходом части газа в гидрат; 2) скорость течения газа гораздо меньше скорости звука; 3) движение газа в трубе рассматривается в гидравлической постановке [11]; 4) процесс теплопроводности в грунте и гидрате предполагается плоскорадиальным; 5) характерная скорость роста гидратного слоя существенно меньше скорости переходных процессов в газе, что позволяет в уравнениях для газообразной фазы пренебречь производными по времени (краевые условия постоянны); время в эти уравнения будет входить неявно через изменение проходного сечения.

Допущения 1, 3 и 5 позволяют для описания движения газа использовать стационарные уравнения неизотермического течения газа в канале переменного сечения [11], которые в безразмерных переменных имеют вид

$$\rho w s = 1 \quad (2.1)$$

$$s \frac{dp}{dx} = -a_1 s \rho - a_2 \rho d|w|w \quad (2.2)$$

$$\frac{c_p}{R} \frac{dT}{dx} = \pi a_3 dq - a_1 + \left(T \frac{\partial v}{\partial T} - v \right) \frac{dp}{dx} \quad (2.3)$$

$$v = 1/\rho = v(p, T), \quad x \in [0, 1] \quad (2.4)$$

$$a_1 = \frac{gL \sin \varphi}{RT(0)}, \quad a_2 = \frac{m^2 L R T(0) \psi}{8\pi^2 R_0^3 p^2(0)}, \quad a_3 = \frac{2\alpha R_0 L}{Rm}$$

Здесь x — координата, отсчитываемая вдоль оси трубы, m — массовый расход, w — скорость, ρ — плотность газа, s — площадь поперечного сечения, p — давление, g — ускорение свободного падения, φ — угол наклона оси трубы к горизонту ($\varphi=0$ для газопроводов, $\varphi=\pi/2$ для скважин), d — диаметр поперечного сечения, T — температура газа, q — тепловой поток

на стенке канала, c_p — теплоемкость газа, ψ — коэффициент гидравлического сопротивления, R — газовая постоянная, L — длина трубы, α — коэффициент конвективного теплообмена между газом и гидратным слоем. При записи уравнений (2.1) — (2.4) за характерные масштабы длины, площади поперечного сечения, температуры, давления, плотности и скорости газа принимались величины L , πR_0^2 , $T(0)$, $p(0)$, $\rho_0 = p(0)/RT(0)$, $w_0 = m/\rho_0 \pi R_0^2$, где R_0 — радиус трубы, $T(0)$, $p(0)$ — температура и давление на входе.

Граничные условия для системы (2.1) — (2.4) задаются в зависимости от технологии добычи и транспорта газа. При известном расходе задаются $p(0)$ и $T(0)$, а при заданном перепаде давлений — $p(0)$, $p(L)$ и $T(0)$.

Отметим следующее обстоятельство. Для скважин известно не забойное давление $p(0)$, а пластовое давление p_r . Для определения $p(0)$ надо рассмотреть совместную работу газоносного пласта и скважины. В случае изотермического течения газа в пласте, подчиняющегося закону Дарси, связь между $p(0)$ и m задается в виде

$$\int_{p(0)}^1 \frac{p dp}{z(p)} = am, \quad a = \frac{\mu RT(0) \ln(r_b/r_w)}{2\pi k h r^2}$$

Здесь μ — вязкость газа, r_b — радиус контура питания пласта, r_w — радиус скважины, k — проницаемость, h — мощность пласта, z — коэффициент несовершенства газа. Последнее выражение заменяет граничное условие $p(0)$ на забье скважины.

Тепловой поток на стенке канала определяется формулами

$$q = \alpha(T_p - T), \quad q_c = \alpha_c(T_{r_0} - T)$$

Здесь q и q_c — тепловые потоки на участках трубы при наличии или отсутствии гидратного слоя, α — коэффициент конвективного теплообмена между газом и гидратным слоем, α_c — зависящий от времени коэффициент теплопередачи, определяемый из решения сопряженной задачи теплообмена между газом и окружающими породами [12], T_{r_0} — начальная температура пород.

Разная форма записи теплового потока вызвана тем, что при наличии гидратного слоя независимо от теплового потока на стенке трубы температура на границе газ — гидрат равна $T_p(p)$.

Систему (2.1) — (2.4) следует дополнить законом изменения сечения s во времени. В начальный момент времени зависимость $s(x)$ известна (как правило, $s(x)$ равно площади сечения трубы).

В момент времени $t=0$ начинается прогрев окружающего трубу грунта и рост гидратного слоя, в результате чего площадь проходного сечения трубы меняется неравномерно по длине. Согласно принятой модели, для вычисления изменения положения границы раздела газ — гидрат нужно использовать уравнение сохранения энергии на поверхности раздела. Применение первого закона термодинамики к контрольному объему, движущемуся с поверхностью раздела, с учетом четвертого предположения дает

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} = - \frac{1}{4} \frac{\partial T_h}{\partial r} \Big|_{r=1-\xi} + \frac{\text{Bi}}{4} (T_p - T) \quad (2.5)$$

$$\tau = \frac{4\lambda_h T(0)t}{\rho_h l R_0^2}, \quad \text{Bi} = \frac{\alpha R_0}{\lambda_h}$$

Здесь ξ — безразмерный (отнесенный к R_0) радиус границы гидратного слоя, ρ_h , λ_h , l — плотность, теплопроводность и теплота плавления гидрата, r — безразмерный текущий радиус, t — время.

Четвертое предположение позволяет для температуры гидратного слоя записать уравнение и граничные условия

$$\frac{\partial T_h}{\partial \tau} = \kappa \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_h}{\partial r} \right) \right] \quad (2.6)$$

$$r=1, T_h=T_c; r=1-\xi, T_h=T_p$$

где $\kappa=l/4c_hT(0)$, c_h — теплоемкость гидрата.

Простой анализ размерностей показывает, что в процессах, сопровождающихся фазовыми переходами, скорость движения границы раздела фаз в $l/c_h\Delta T$ раз меньше, чем скорость движения изотермы $T=T_p$ в отсутствие фазового перехода. Для фазового перехода газ — гидрат отношение $l/c_h\Delta T \approx 100$. Это позволяет считать, что распределение температуры в гидратном слое является квазиустановившимся, т.е. $\partial T_h/\partial t \approx 0$. Таким образом, приращение толщины гидратного слоя на каждом шаге по времени можно находить в каждом сечении отдельно, что позволяет в левой части уравнения (2.5) писать полную производную по времени вместо частной. Переменная x входит в (2.5) как параметр. Интегрируя уравнение теплопроводности для гидратного слоя (2.6) и подставляя полученное выражение в (2.5), будем иметь

$$\frac{ds}{d\tau} = \frac{T_p - T_c}{\ln s} - \frac{\text{Bi} \sqrt{s}}{2} (T_p - T), \quad s = (1 - \xi)^2 \quad (2.7)$$

Для определения температуры T_c нужно решить задачу теплопроводности в грунте (горной породе). В соответствии с четвертым допущением эта задача формулируется следующим образом:

$$\frac{\partial T_r}{\partial \tau} = \kappa_1 \left(\frac{\partial^2 T_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_r}{\partial r} \right) \quad (2.8)$$

$$\tau=0, T_r=T_{r0}; r=1, -\frac{\partial T_r}{\partial r} = \alpha_2(T_c - T_r); r \rightarrow \infty, T_r \rightarrow T_{r0} \quad (2.9)$$

$$\kappa_1 = \kappa_r \kappa / \kappa_h, \quad \alpha_2 = \alpha_1 R_0 / \lambda_r$$

Здесь T_r — температура пород, κ_r и κ_h — температуропроводность пород и гидрата соответственно, α_1 — коэффициент теплопередачи от трубопровода к горным породам, λ_r — теплопроводность пород.

Воспользовавшись приближенным решением этой задачи, полученным интегральным методом [12], и приравняв тепловые потоки на стенке трубы со стороны гидратного слоя и породы, получим

$$T_c = T_p - \frac{b(T_{r0} - T_p) \ln s}{2\lambda - b \ln s}, \quad b = \frac{\alpha_2(\delta - 1)}{\delta - 1 + \alpha_2(\delta \ln \delta - \delta + 1)}, \quad \lambda = \frac{\lambda_h}{\lambda_r} \quad (2.10)$$

Величина $\delta(r)$ представляет собой безразмерный (отнесенный к R_0) радиус влияния, определяемый из решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка [12]

$$\frac{d\delta}{d\tau} = 12\kappa_1(1-\delta) [\delta - 1 + \alpha_2(\delta \ln \delta - \delta + 1)] \Lambda^{-1}, \quad \delta(0) = 1$$

$$\Lambda = 3(1 - \alpha_2) \delta^2 + 3(\alpha_2 - 7/3) \delta + \delta^3(3\alpha_2 - 2) + 3\delta(2 - \alpha_2) + 2(\alpha_2 - 3) \ln \delta - 2\alpha_2 \delta^3 \ln \delta \quad (2.11)$$

Подставляя (2.10) в уравнение (2.7), получим

$$\frac{ds}{d\tau} = \frac{b(T_{r0} - T_p)}{2\lambda - b \ln s} - \frac{Bi \sqrt{s}}{2} (T_p - T) \quad (2.12)$$

Интегрирование уравнений (2.11) и (2.12) дает возможность определить изменение площади поперечного сечения трубы по длине при «замороженных» значениях давления и температуры на интервале времени, соответствующем шагу интегрирования.

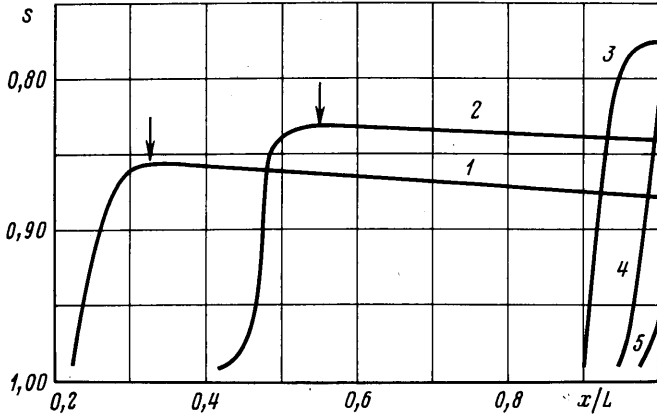
Алгоритм численного расчета можно осуществить следующим образом. Сначала из решения системы (2.1)–(2.4) при фиксированной (во времени) площади сечения $s(x)$ определяем давление $p(x)$ и температуру $T(x)$; далее из уравнений (2.11) и (2.12), делая шаг по времени, можно в любом сечении найти новое значение площади проходного сечения (при этом координата x входит в эти уравнения как параметр); затем, определив новый профиль проходного сечения, найдем новые соответствующие ему распределения давления $p(x)$ и температуры $T(x)$ и т. д.

Из предложенного алгоритма следует, что на каждом шаге по времени для определения давления и температуры нужно решить систему (2.1)–(2.4). Если заданы условия $T(0)$, $p(0)$ и расход m , то нахождение $p(x)$ и $T(x)$ сводится к решению задачи Коши, а если заданы условия $p(0)$, $T(0)$, $p(L)$, то нахождение $p(x)$ и $T(x)$ сводится к решению краевой задачи для той же системы.

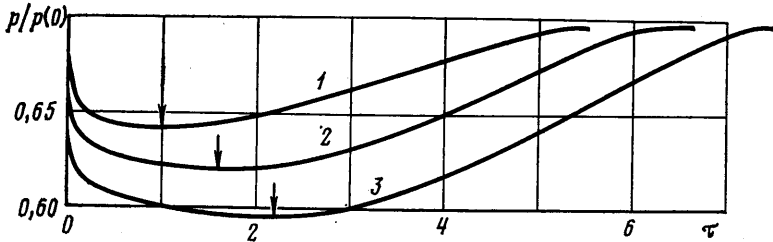
3. Примеры конкретных расчетов. Определим изменение пропускной способности подземного газопровода при росте гидратного слоя. Данные, необходимые для расчета: длина газопровода $L=100$ км, диаметр газопровода $d=1,4$ м, входное давление $p(0)=75 \cdot 10^6$ н/м², расход газа $m=1000$ кг/с, входная температура $T(0)=320$ К, температура окружающего грунта $T_{r0}=263$ К, состав газа — чистый метан, плотность гидрата $\rho_h=800$ кг/м³, теплопроводность гидрата $\lambda_h=2$ Дж/м·с град, скрытая теплота гидратообразования $l=5,1 \cdot 10^5$ Дж/кг, теплопроводность грунта $\lambda_r=1,3$ Дж/м·с град, коэффициент теплообмена газопровода с грунтом $\alpha_1=5$ Дж/м²·с град, коэффициент теплоотдачи газа к гидратному слою $\alpha=200$ Дж/м²·с град.

Расчеты показали, что изменение толщины гидратного слоя во времени и по длине носит сложный характер. Прежде всего отметим, что образование гидратного слоя в газопроводах большого диаметра начинается на некотором расстоянии от входного сечения, причем со временем его передняя кромка перемещается к устью при увеличивающейся толщине (фиг. 1). Максимальная толщина слоя в данный момент времени будет на некотором расстоянии от передней кромки (на фиг. 1 положение максимума указано стрелкой), тогда как для несжимаемой жидкости положения максимума и передней кромки совпадают [10]. При достаточно больших значениях времени, когда передняя кромка находится вблизи устья трубопровода, толщина гидратного слоя является монотонной функцией продольной координаты, достигая наибольшего значения в выходном сечении (кривая 3 на фиг. 1). В последующие моменты времени толщина гидратного слоя уменьшается вплоть до полного исчезновения (кривые 4 и 5 на фиг. 1).

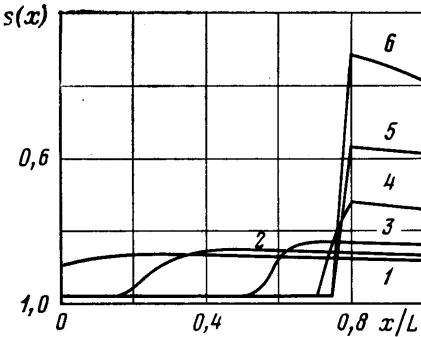
Результаты расчетов, приведенные на фиг. 1, свидетельствуют о том, что пусковой режим газопровода сопровождается временным образованием гидратного слоя в трубе. Для данного варианта расчета время существования этого слоя составило несколько больше 5 суток. При этом перепад давления по длине газопровода возрастает, достигая в некоторый момент времени максимума, а затем уменьшается по мере исчезновения



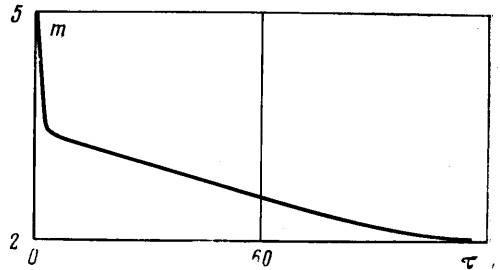
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



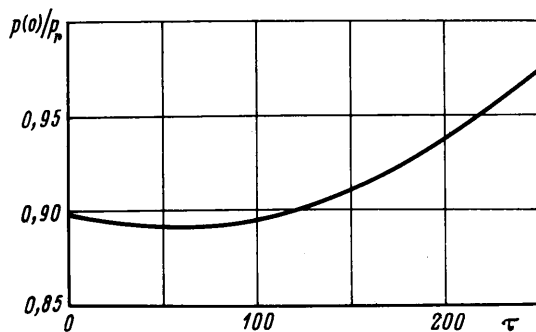
Фиг. 4

гидратного слоя и прогрева грунта (см. фиг. 2, на которой приведены графики изменения давления на выходе со временем). При понижении температуры грунта перепад давления возрастает вследствие увеличения толщины гидратного слоя, однако полного зарастания проходного сечения не происходит даже при температуре грунта 260 К (кривая 3, фиг. 2), хотя перепад давления временно возрастает на 30% по сравнению с первоначальным. Сравнение вариантов с наружной температурой 266 и 260 К (кривые 1 и 3, фиг. 2) показывает, что время существования гидратов в газопроводе увеличивается при данном понижении температуры с 5,5 до 8 суток.

Расчет образования гидратов в скважинах проводился при следующих параметрах: глубина скважины $L=2000$ м, диаметр $d=0,07$ м, давление на забое $p(0)=2 \cdot 10^7$ н/м², расход газа $m=5$ кг/с, температура на забое $T(0)=320$ К, температура горных пород 270 К. Остальные параметры принимались такими же, как для газопровода.

Процесс нарастания гидратного слоя в скважинах имеет свои особенности (фиг. 3, кривые 1–6 соответствуют $\tau=0,1; 3; 14; 54; 114; 213$). Во-первых, нарастание гидрата начинается с нулевого сечения (с забоя скважины) (см. кривую 1 на фиг. 3). Во-вторых, немонотонность толщины гидратного слоя по длине исчезает гораздо раньше, чем при течении газа в газопровode (ср. кривые 1 и 2). В-третьих, толщина гидратного слоя в выходном сечении продолжает увеличиваться уже после того, как кромка прекратила движение (ср. кривые 5 и 6). При площади выходного сечения $s=0,285$ давление на устье скважины падает до нуля, что можно интерпретировать как полную закупорку. Фактически это значит, что такое сечение не в состоянии пропустить заданный расход газа. Время полной закупорки в данном примере составило примерно 0,5 ч.

Если задачу о росте гидратного слоя решать не при заданном расходе, а при заданном перепаде давления, то расход будет со временем уменьшаться. В этом случае возникает краевая задача, решаемая методом прогонки по



Фиг. 5

неизвестному параметру этой системы — массовому расходу газа [13]. Результаты расчетов иллюстрируются на фиг. 4. Исходные данные принимались такими же, как в предыдущем примере, однако вместо расхода газа задавалось давление на устье скважины, равное 0,7252 от давления на забое. Такой перепад давления позволяет в чистой трубе пропустить газ с массовым расходом 5 кг/с. По мере роста гидратного слоя расход уменьшается (фиг. 4), причем наиболее существенное его снижение происходит в самый начальный период. Дальнейшее медленное снижение расхода происходит почти по линейному закону. За время порядка 15 мин. расход снизился почти в 2 раза.

Наибольший интерес для практики представляет задача, когда вместо забойного давления задано давление газа в пласте. Приведем результаты вычислений, выполненных для случая $p_r=2 \cdot 10^7$ н/м², $T_{r0}=266$ К. Остальные параметры те же, что и в предыдущих примерах для скважины. Радиус зоны дренирования примем равным 5200 м, мощность пласта — 10 м, проницаемость — 10^{-14} м².

В этих условиях почти полная закупорка скважины гидратами происходит примерно за 40 мин, при этом гидраты скапливаются главным образом вблизи устья скважины, а забойное давление становится практически равным пластовому (фиг. 5). Это означает, что для предотвращения закупорки скважин гидратами достаточно теплоизолировать только приустьевую зону.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бондарев Э. А., Бабе Г. Д., Гройсман А. Г., Каниболотский М. А. Механика образования гидратов в газовых потоках. Новосибирск: Наука, 1976. 158 с.
2. Гухман Л. М. Методика инженерного расчета количества льда или гидратов, выпадающих в газопроводе.— Нефть и газ Тюмени, 1971, № 10, с. 50—53.
3. Гухман Л. М. Особенности процесса образования и отложения гидратов в надземном нетеплоизолированном газопроводе.— Проблемы нефти и газа Тюмени, 1975, № 17, с. 70—73.
4. Мусаев Р. М. К вопросу изменения зон гидратообразования и выделения влаги в трубопроводах.— Газовое дело, 1970, № 8, с. 24—25.
5. Кривошеин Б. Л., Радченко В. П., Ходанович И. Е. Прогнозирование термодинамических условий образования и разложения гидратов в газопроводе.— Тр. ВНИИ природных газов, 1970, вып. 38/46, с. 184—189.
6. Коротаев Ю. П., Кулиев А. М., Мусаев Р. М. Борьба с гидратами при транспорте природных газов. М.: Недра, 1973. 136 с.
7. Зеркле, Сандерлэнд. Влияние затвердевания жидкости в трубе на теплообмен в ламинарном потоке и перепад давления.— Тр. амер. об-ва инж.-механ. Сер. С. Теплопередача, 1968, т. 90, № 2, с. 1—11.
8. Martinez E. P., Veabouef R. T. Transient freezing in laminar tube-flow.— Can. J. Chem. Eng., 1972, v. 50, № 4, p. 445—449.
9. Езичек, Миллигэн. Неустановившийся процесс замораживания жидкостей при вынужденном течении в круглых трубах.— Тр. амер. об-ва инж.-механ. Сер. С. Теплопередача, 1969, т. 91, № 3, с. 102—108.
10. Красовицкий Б. А. Тепловой и гидравлический режим трубопровода, транспортирующего замерзающую жидкость.— Инж.-физ. ж., 1978, т. 35, № 1, с. 125—132.
11. Васильев О. Ф., Бондарев Э. А., Воеводин А. Ф., Каниболотский М. А. Неизотермическое течение газа в трубах. Новосибирск: Наука, 1978. 127 с.
12. Дубина М. М., Красовицкий Б. А., Лозовский А. С., Попов Ф. С. Тепловое и механическое взаимодействие инженерных сооружений с мерзлыми грунтами. Новосибирск: Наука, 1977. 141 с.
13. Бабе Г. Д., Бондарев Э. А., Воеводин А. Ф., Каниболотский М. А. Идентификация моделей гидравлики. Новосибирск: Наука, 1980. 160 с.

Якутск

Поступила в редакцию
3.III.1984