

УДК 532.546:536.25

ВИБРАЦИОННАЯ ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ

ГЕРШУНИ Г. З., ЖУХОВИЦКИЙ Е. М., ЮРКОВ Ю. С.

Рассматривается вибрационная тепловая конвекция в прямоугольной полости в условиях невесомости. Ранее [1, 2] были изучены некоторые равновесные конфигурации и исследована их линейная устойчивость. В данной статье численно исследуется развитая вибрационная конвекция, возникающая в условиях, когда равновесие невозможно. Определяется структура осредненных вибрационно-конвективных течений и характеристики теплопереноса. Обсуждается смена режимов и связь с проблемой устойчивости.

1. Колебания полости с жидкостью при наличии градиента температуры могут служить причиной возникновения вибрационной тепловой конвекции. Этот механизм конвекции действует и в условиях невесомости, когда статическое поле тяжести отсутствует. Наличие в системе отсчета, связанной с полостью, вибрационной массовой силы приводит к конвективным колебаниям жидкости, на фоне которых развивается осредненное (вторичное) течение. В случае гармонической вибрации высокой частоты уравнения вторичного течения получаются из обычных уравнений конвекции методом осреднения и имеют вид

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + G(\mathbf{w} \nabla)(T \mathbf{n} - \mathbf{w}) \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla T = \frac{1}{P} \Delta T, \quad T \mathbf{n} = \mathbf{w} + \nabla \varphi$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \operatorname{div} \mathbf{w} = 0$$

$$G = \frac{1}{2} \left(\frac{\beta b \Omega \Theta a}{\nu} \right)^2 \quad P = \frac{\nu}{\chi}$$

Здесь b и Ω — амплитуда смещения и круговая частота, Θ и a — характерные разность температур и размер; \mathbf{w} — соленоидальная часть вектора $T \mathbf{n}$ (\mathbf{n} — единичный вектор вдоль оси вибрации); остальные обозначения обычные. В уравнениях (1.1) все величины безразмерные; единицами расстояния, времени, скорости, температуры и давления служат соответственно a , a^2/ν , ν/a , Θ и $\rho \nu^2/a^2$. В уравнения входят два безразмерных параметра: вибрационное число Грасгофа G и число Прандтля P .

При определенных условиях осредненное конвективное течение может отсутствовать. Условия механического «квазиравновесия» получаются из системы (1.1). Проведенное ранее [1, 2] исследование некоторых равновесных состояний и их устойчивости показало, в частности, что равновесие возможно в бесконечном плоском слое жидкости с поперечным градиентом температуры и продольным направлением оси вибрации. Устойчивость этого равновесия теряется при числе Рэлея $R = GP = 2129$ (число Рэлея определено по разности температур границ Θ и толщине слоя a). Ответственными за кризис равновесия являются плоские периодические

вдоль оси z возмущения в виде системы конвективных валов почти квадратного сечения (критическая длина волны $\lambda_c = 1,95a$).

В тех же случаях, когда необходимые условия равновесия не выполняются, вибрационная конвекция возникает при сколь угодно малом значении числа Грасгофа (Рэлея). В частности, равновесие невозможно в слое конечной длины (область прямоугольной формы). Структура развитой вибрационной конвекции и теплоперенос в полости такой формы могут быть изучены путем численного решения системы (1.1).

Рассмотрим конвекцию в плоской прямоугольной области $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq L$. Вибрация происходит вдоль оси y . Границы $x=0$ и $x=1$ поддерживаются при постоянных различных температурах $T=0$ и $T=1$; вдоль торцевых участков $y=0$ и $y=L$ температура меняется по линейному закону между значениями 0 и 1. Все участки границы считаются твердыми.

Уравнения плоской вибрационной конвекции и граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Delta \psi + D(\psi, \Delta \psi) + GD \left(\frac{\partial F}{\partial x}, T \right) &= \Delta \Delta \psi & (1.2) \\ \frac{\partial T}{\partial t} + D(\psi, T) &= \frac{1}{P} \Delta T, \quad \Delta F = -\frac{\partial T}{\partial x} \\ \Delta &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad D(f, \varphi) = \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ v_x &= \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad w_x = \frac{\partial F}{\partial y}, \quad w_y = -\frac{\partial F}{\partial x} \\ x=0: \quad \psi &= \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad T=0, \quad F=0 \\ x=1: \quad \psi &= \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad T=1, \quad F=0 \\ y=0, y=L: \quad \psi &= \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \quad T=x, \quad F=0 \end{aligned}$$

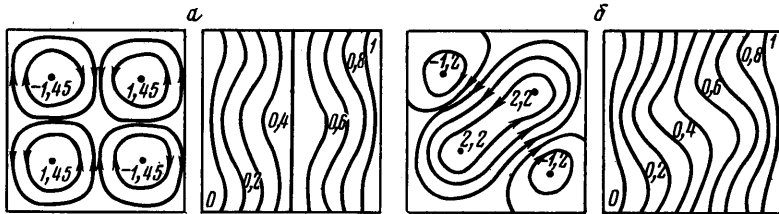
Здесь ψ и F — функции тока для векторов \mathbf{v} и \mathbf{w} .

Краевая задача (1.2) решалась методом конечных разностей в переменных: функция тока ψ , вихрь $\zeta = -\Delta \psi$, функция F , температура T . Использовались явная схема и схема продольно-поперечной прогонки. Пространственные производные аппроксимировались центральными разностями. Стационарное решение получалось в процессе установления. Применялись равномерные сетки с шагом $1/30 - 1/40$ вдоль осей x и y в случае квадратной области ($L=1$) и $1/20$ — в случае прямоугольной области ($1 < L \leq 16$). Число Прандтля в расчетах было фиксировано: $P=1$.

2. Рассмотрим сначала результаты решения задачи, относящиеся к квадратной области ($L=1$). Как уже отмечалось, в этом случае механическое равновесие невозможно и вибрационная конвекция происходит при любых градиентах температуры. Расчеты показывают, что при сравнительно малых числах Рэлея (в области $R < R_* = 15 \cdot 10^3$) независимо от задаваемого начального состояния в полости устанавливается предельный стационарный режим с симметричной четырехвихревой структурой (фиг. 1, а). С ростом R интенсивность этого движения и соответствующий теплоток монотонно возрастают. Четырехвихревое («основное») движение сохраняется и при $R > R_*$, но в этой области оно становится метастабильным. Со временем это движение разрушается и наступает переход к движению другой структуры. Метастабильное состояние, однако,

является долгоживущим: время жизни этого состояния уменьшается при увеличении R , тем не менее в обследованной области — вплоть до $R \approx 400 \cdot 10^3$ — это время много больше времени установления.

Разрушение метастабильного движения происходит в результате слияния пары вихрей одинакового знака, расположенных на одной из диагоналей квадрата. При этом образуется течение с перемычкой. Структура движения во втором состоянии изображена на фиг. 1, б (на фиг. 1, а и б представлены линии тока и изотермы в основном и втором состояниях для $R=40 \cdot 10^3$; указаны экстремальные значения функции тока, дающие меру интенсивности соответствующих вихрей).



Фиг. 1

Для наблюдения в численном эксперименте за переходом ко второму движению удобной характеристикой может служить сумма значений функции тока во всех узлах сетки ψ_0 . В симметричном четырехвихревом движении, очевидно, $\psi_0=0$. Замыкание пары вихрей одного знака приводит к нарушению симметрии и, следовательно, отклонению ψ_0 от нуля. Стационарное значение ψ_0 является поэтому мерой интенсивности второго движения. Экстраполяция на нуль зависимости $\psi_0(R)$ определяет значение R_* .

Течение с перемычкой является устойчивым: установившееся стационарное состояние в обследованной области чисел Рэлея при $R > R_*$ сохраняется со временем сколь угодно долго. Оно может быть получено и непосредственно из соответствующей формы начального возмущения. Заметим, что течения с перемычками вдоль той или иной диагонали являются совершенно равноправными; их возникновение определяется лишь возмущениями, играющими роль начальных условий.

Безразмерный теплопоток через полость в режиме вибрационной конвекции определяется через известное поле температур по формуле

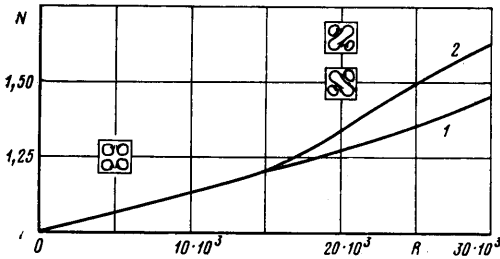
$$N = \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} \left| \frac{\partial T}{\partial n} \right| dl \quad (2.1)$$

Здесь $\partial T / \partial n$ — нормальная к границе составляющая градиента температуры; интегрирование проводится по всей границе области. В режиме чистой теплопроводности $N=1$. Величина $N-1$ дает меру вклада вибрационной конвекции в теплоперенос.

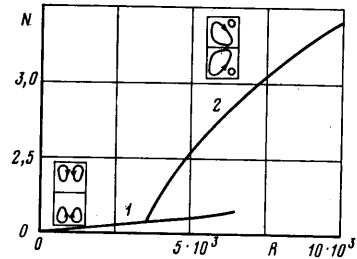
На фиг. 2 представлена зависимость $N(R)$. Кривая 1 отвечает основному четырехвихревому движению; кривая 2 — движению с перемычкой. Как видно, переход ко второму движению связан с некоторым увеличением теплопотока. При больших значениях числа Рэлея (в области $R > 10^5$) имеет место асимптотическая формула

$$N = 0,048R^{0,35} \quad (2.2)$$

Смена режимов течения при некотором значении числа Рэлея R_* связана с явлением конвективной неустойчивости. Строгое механическое равновесие при взаимно перпендикулярном расположении градиента температуры и оси вибрации возможно лишь в исключительных случаях. Как показано в [2], кроме случая бесконечного слоя, о котором уже говорилось, такое равновесие возможно также в круговой области с гармонически меняющейся вдоль границы температурой. Неустойчивость наступает при $R \approx 17 \cdot 10^3$ (число Рэлея определено по диаметру и полной разности температур) и развивается в виде одновихревого движения. Квадратную же форму полости можно условно рассматривать, как искажение благоприятной для существования равновесия круговой формы. Это искажение



Фиг. 2



Фиг. 3

навязывает четырехвихревую структуру конвекции, на фоне которой при соответствующем значении параметра R_* развивается неустойчивость в виде одновихревой ячейки. Результатом суперпозиции является движение с перемычкой, наблюдаемое в численном эксперименте.

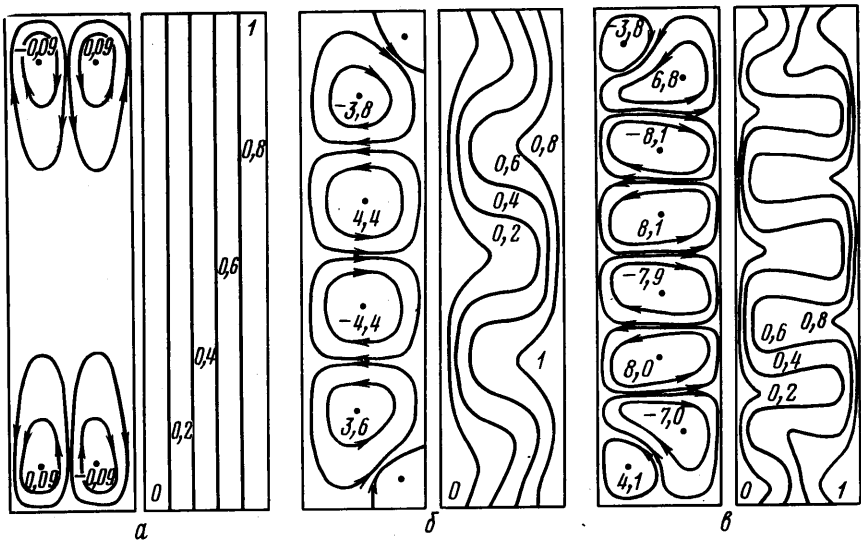
Аналогичная ситуация («неидеальная бифуркация») в теории обычной конвекции в статическом поле тяжести неоднократно описывалась (см. [3–6]). В обсуждаемом случае вибрационной конвекции имеется близкая аналогия с тем случаем [4], когда симметрия течения, навязываемого нарушением условий равновесия, не совпадает с симметрией первого критического течения.

3. Перейдем к обсуждению результатов расчетов, относящихся к прямоугольной полости. По мере увеличения относительной длины L ситуация все более приближается к предельному случаю бесконечного слоя, где неустойчивость равновесия приводит к образованию периодической системы ячеек. Конечные размеры области, однако, сказываются на характере смены режимов.

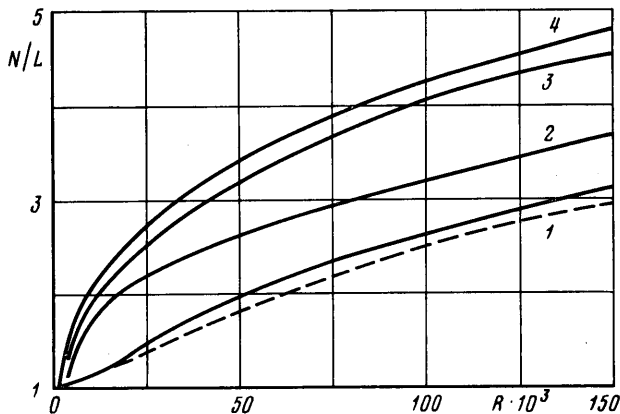
Примером могут служить результаты расчетов для разных L . При $L=2$ основное («квазиравновесное») состояние с четырьмя слабыми вихрями устойчиво вплоть до $R=3,6 \cdot 10^3$. Далее наступает (по-видимому, «мягкий») переход к двухвихревой структуре течения; соответствующий режим в области $R > 3,6 \cdot 10^3$ является устойчивым. Что же касается основного четырехвихревого режима, то, как и в случае квадратной полости, в закритической области он является метастабильным. С увеличением R время жизни этого режима быстро уменьшается и при $R > 6,5 \cdot 10^3$ реализовать его практически невозможно. Зависимость теплового потока от R представлена на фиг. 3; кривые 1 и 2 соответствуют основному и двухвихревому режимам.

При $L=4$ переход к ячейистой структуре иллюстрируется фиг. 4, где для трех значений числа Рэлея ($a - R=1,5 \cdot 10^3$, $b - 10 \cdot 10^3$, $c - 100 \cdot 10^3$) представлены линии тока и изотермы. Докритическому значению $R=$

$=1,5 \cdot 10^3$ (напомним, что критическое значение для бесконечного слоя $R_c=2129$) отвечает система четырех малоинтенсивных вихрей в углах полости; при этом температурное поле практически не отличается от равновесного. Надкритическим значениям R соответствует развитая система конвективных ячеек. Смена режимов происходит подобно случаю $L=2$ (фиг. 3). Увеличение L приводит к уменьшению числа Рэлея, соответствующего точке перехода; при этом сокращается область метастабильности основного квазиравновесного состояния.



Фиг. 4



Фиг. 5

При больших L ($L \geq 8$) ситуация практически не отличается от той, что имеет место в бесконечном слое. Основное состояние отличается от строго равновесного только за счет концевых эффектов на торцах; точка перехода близка к R_c , а ячеистый режим мягко ответвляется от основного.

На фиг. 5 приведен в зависимости от R отнесенный на единицу длины полости безразмерный теплопоток N/L для разных L ; кривые 1–4 соот-

ветствуют $L=1, 2, 4, 8$; штриховая линия отвечает метастабильному режиму при $L=1$. Теплоток N/L как функция R для $L=16$ с точностью графика описывается кривой 4 и потому эта кривая является, в сущности, предельной — она практически не отличается от кривой теплоток для бесконечного слоя.

Интересно отметить, что при большом L в слое могут реализоваться различные стационарные движения, отличающиеся числом ячеек, укладываемых на длине полости. Эти движения весьма близки по устойчивости и теплоток. Общая тенденция состоит в том, что по мере увеличения надкритичности длина волны периодической структуры уменьшается (ср. фиг. 4, б и в).

В заключение приведем полученную в численных экспериментах предельную зависимость теплоток от числа Рэлея для $L \geq 8$, справедливую в области $R > 10^4$ $N/L = 0,101R^{0,324}$.

При значениях $R \geq 2 \cdot 10^5$ переходный процесс приводит к установлению конвективных колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. О свободной тепловой конвекции в вибрационном поле в условиях невесомости. — Докл. АН СССР, 1979, т. 249, № 3, с. 580.
2. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. О конвективной неустойчивости жидкости в вибрационном поле в невесомости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4, с. 12–19.
3. Чернатинский В. И., Шлиомис М. И. Конвекция вблизи критических чисел Рэлея при почти вертикальном градиенте температуры. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1973, № 1, с. 64.
4. Тарунин Е. Л. Конвекция в замкнутой полости, подогреваемой снизу, при нарушении условий равновесия. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 2, с. 203.
5. Daniels P. G. The effect of distant sidewalls on the transition to finite amplitude Bénard convection. — Proc. Roy. Soc. London, 1978, v. 358, № 1693, p. 173.
6. Hall P., Walton I. C. Benard convection in a finite box: secondary and imperfect bifurcations. — J. Fluid Mech., 1979, v. 90, № 2, p. 377.

Пермь

Поступила в редакцию
28.XI.1980