

УДК 532.542.4

## РАСЧЕТ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ С ОТСОСОМ ЧЕРЕЗ ПОРИСТЫЕ СТЕНКИ

ЕРОШЕНКО В. М., ЕРШОВ А. В., ЗАЙЧИК Л. И.

Исследованию гидродинамики течения в трубах с непрерывным отсосом через стенки посвящен ряд экспериментальных [1–5] и теоретических [6–9] работ. В [1, 3, 5] получено, что при малых скоростях отсоса профили осевой скорости становятся более заполненными, а степень турбулентности по всему сечению трубы (особенно в пристенной области) понижается. Следовательно, как и для внешних потоков, например [10, 11], слабый отсос приводит к ламинаризации течения. В отличие от этого в работе [2] экспериментально установлено, что под действием сильного отсоса профили скорости вытягиваются у оси, а степень турбулентности существенно возрастает. Эти противоположные эффекты были частично воспроизведены в работе [3], где показано, что в зависимости от интенсивности и длины участка отсоса может иметь место как увеличение, так и уменьшение уровня турбулентности в приосевой зоне. Изменение характера влияния отсоса на степень турбулентности связано, по мнению авторов [3], с явлением конвективного переноса пульсаций в осевом направлении из области с высокими числами Рейнольдса вниз по потоку.

Расчеты характеристик полностью развитого течения с отсосом выполнены на основе различных модификаций модели демпфирования возмущений Ван-Дрифта в [6–8], а с использованием уравнения баланса турбулентной энергии – в [9]. Из модели, предложенной в [6], следует, что постоянная в формуле для коэффициента затухания  $\sigma$ , следовательно, интенсивность турбулентного переноса при отсосе увеличиваются, а в [7, 8] по аналогии с внешними течениями, напротив, уменьшаются. В [9] получено, что при небольшой интенсивности отсоса происходит уменьшение уровня турбулентности потока. Таким образом, в настоящее время отсутствует единая точка зрения о характере влияния отсоса на интенсивность турбулентного обмена во внутренних течениях. Кроме того, использованные в [6–9] модели турбулентности могут учитывать в основном влияние радиальной конвекции на механизм турбулентного переноса, и поэтому применимы только для расчета гидродинамически развитых потоков, реализуемых при небольших скоростях отсоса. Для расчета течения в широком диапазоне изменения скоростей отсоса должны привлекаться более сложные модели, которые в состоянии в полной мере отразить влияние конвекции на характеристики осредненного и пульсационного движений.

В данной работе на основе трехпараметрической модели турбулентности проведен расчет турбулентного течения в трубе с равномерным отсосом жидкости через пористые стенки.

1. Система уравнений, описывающая осредненное стационарное осесимметричное движение несжимаемой жидкости в круглой трубе в приближении теории пограничного слоя, имеет вид

$$\frac{\partial (ru_x)}{\partial x} + \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} = 0 \quad (1.1)$$

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \nu \frac{\partial u_x}{\partial r} - \sigma \right) \right] \quad (1.2)$$

где  $\sigma = \langle u_x' u_r' \rangle$  – турбулентное касательное напряжение.

Для описания пульсационного движения в работе используется трехпараметрическая модель турбулентности, основанная на уравнениях ба-

ланса турбулентной энергии, рейнольдсовых касательных напряжений и диссипативной функции. Подобные модели использовались ранее в работах [12, 13]. Уравнения для турбулентной энергии  $E = 1/2(\langle u_x'^2 \rangle + \langle u_r'^2 \rangle + \langle u_\varphi'^2 \rangle)$  и турбулентного напряжения  $\sigma$  получаются из уравнений баланса компонент тензора напряжений Рейнольдса [14] с учетом аппроксимационных соотношений Ротта [15] для диссипативных и обменных членов и градиентной формы для диффузионных слагаемых

$$u_x \frac{\partial E}{\partial x} + u_r \frac{\partial E}{\partial r} = -\sigma \frac{\partial u_x}{\partial r} - c \frac{E^{3/2}}{L} - \frac{c_{1E} \nu E}{L^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(\nu + \epsilon_E) \frac{\partial E}{\partial r} \right] \quad (1.3)$$

$$u_x \frac{\partial \sigma}{\partial x} + u_r \frac{\partial \sigma}{\partial r} = -\langle u_r'^2 \rangle \frac{\partial u_x}{\partial r} - \frac{kE^{1/2} \sigma}{L} - \frac{c_{1\sigma} \nu \sigma}{L^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(\nu + \epsilon_\sigma) \frac{\partial \sigma}{\partial r} \right] - \frac{(\nu + \epsilon_\sigma)}{r^2} \sigma \quad (1.4)$$

где  $L$  — масштаб турбулентности.

Радиальная составляющая пульсационной энергии в уравнении (1.4), как принято в рамках трехпараметрической модели турбулентности, полагается пропорциональной полной энергии  $E$

$$\langle u_r'^2 \rangle = k_1 [1 - \exp(-\gamma \text{Re}_E)] E, \quad \text{Re}_E = E^{1/2} L / \nu$$

где  $\text{Re}_E$  — число Рейнольдса турбулентности. Демпфирующий множитель  $1 - \exp(-\gamma \text{Re}_E)$  введен для уменьшения порождения в уравнении (1.4) вблизи стенки, так как  $\langle u_r'^2 \rangle \sim y^4$ , а  $E \sim y^2$  при  $y \rightarrow 0$  ( $y = r_0 - r$ ,  $r_0$  — радиус трубы). В настоящей работе используется уравнение для функции  $F = E^{3/2} / L$ , пропорциональной изотропной составляющей диссипации турбулентной энергии, откуда может быть определен масштаб турбулентности  $L$ . Уравнение для  $F$  записывается в форме, близкой к принятым в работах [12, 13]

$$u_x \frac{\partial F}{\partial x} + u_r \frac{\partial F}{\partial r} = -\frac{a\sigma F}{E} \frac{\partial u_x}{\partial r} - \frac{2cE^{1/2}F}{L} - \frac{c_{1F}\nu F}{L^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(\nu + \epsilon_F) \frac{\partial F}{\partial r} \right] \quad (1.5)$$

Коэффициенты турбулентной диффузии в уравнениях (1.3)–(1.5) выражаются через энергию  $E$  и масштаб  $L$  в соответствии с гипотезой Колмогорова [16]

$$\epsilon_E = \alpha_E E^{3/2} L, \quad \epsilon_\sigma = \alpha_\sigma E^{1/2} L, \quad \epsilon_F = \alpha_F E^{1/2} L$$

Нормировка масштаба турбулентности выбирается таким образом, чтобы в пристенной области значение  $L$  совпадало с длиной пути смешения Прандтля, т. е.  $L = 0,4y$  при  $y \rightarrow 0$ . Тогда из баланса основных членов в уравнениях (1.3)–(1.5) в вязком подслое — молекулярной диффузии и «вязкой» диссипации — и дополнительных условий  $\sigma \sim y^4$ ,  $F \sim y^2$  при  $y \rightarrow 0$  находятся значения постоянных  $c_{1E} = c_{1F} = 0,32$  и  $c_{1\sigma} = 1,92$ . При проведении расчетов с целью выделения нужного решения, как на это указывается в [13], в члене с «вязкой» диссипацией в уравнении (1.3) масштаб находился не из функции  $F$ , а задавался в виде  $L = 0,4y$ . Значения других постоянных определялись из условий выполнения закона Прандтля и постоянства отношения турбулентного напряжения к энергии пульсаций  $\sigma/E = 0,26$ , а также из сравнения с опытными данными по распределениям осредненных и пульсационных характеристик в трубе с непроницаемыми стенками [17]. В результате получены следующие значения постоянных:  $c = 0,13$ ,  $k = 0,35$ ,  $k_1 = 0,2$ ,  $a = 1,7$ ,  $\gamma = 0,06$ ,  $\alpha_E = \alpha_\sigma = \alpha_F = 0,2$ .

Граничные условия для уравнений (1.1)–(1.5) на оси и стенке трубы имеют вид

$$r=0: \quad \frac{\partial u_x}{\partial r} = \frac{\partial E}{\partial r} = \sigma = \frac{\partial F}{\partial r} = 0, \quad r=r_0: \quad u_x = E = \sigma = F = 0, \quad u_r = V \quad (1.6)$$

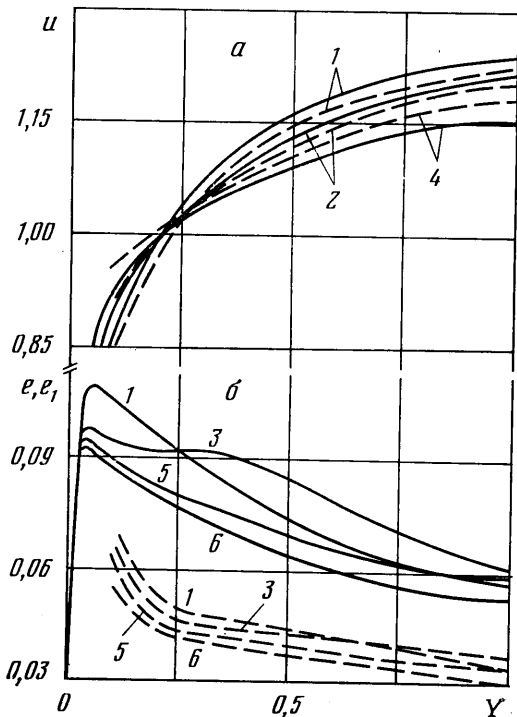
где  $V$  – скорость отсоса.

В качестве граничных условий на входе ( $x=0$ ) используются профили  $u_x$ ,  $E$ ,  $\sigma$  и  $F$  для гидродинамически развитого турбулентного течения при отсутствии отсоса, т. е. предполагается, что перед пористым участком трубы имеется предвключенный участок с непроницаемыми стенками.

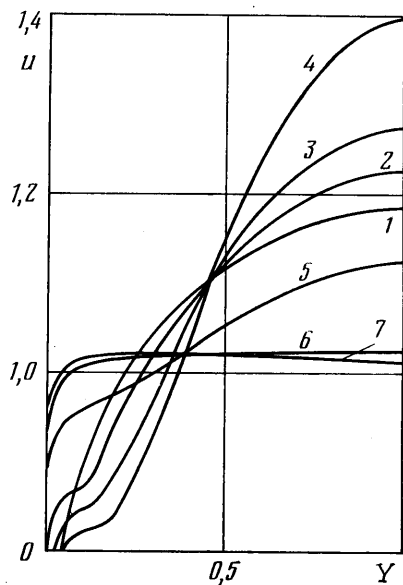
Для решения системы уравнений (1.1)–(1.5) с граничными условиями (1.6) применялся метод прогонки с итерациями. Уравнения (1.2)–(1.5), записанные в безразмерном виде, аппроксимировались с помощью двухслойной неявной шеститочечной схемы; для аппроксимации уравнения (1.1) использовалась четырехточечная схема. Градиент давления в уравнении (1.2) исключался при помощи метода расщепления [18].

2. В результате проведенных расчетов показано влияние интенсивности отсоса на распределения осредненных и пульсационных характеристик по сечению и длине трубы. Для сравнения с экспериментальными данными [3] при относительно небольшой скорости отсоса были выполнены расчеты при фиксированных значениях интенсивности отсоса  $m = V/U$  и числа Рейнольдса  $Re = 2r_0 U/\nu$  ( $U$  – средняя местная скорость основного потока) для труб с различной длиной проницаемого участка  $l$ . Сравнение расчетных (сплошные линии) и экспериментальных (штриховые линии) распределений  $u = u_x/U$ ,  $e = \sqrt{E}/U$ ,  $e_1 = \sqrt{\langle u_x'^2 \rangle + \langle u_r'^2 \rangle}/U$  по сечению трубы  $Y = y/r_0$  при  $m = 0,00269$ ,  $Re = 21\,000$  и различных  $l_1 = l/r_0$  представлены на фиг. 1; кривые 1–6 относятся соответственно к  $l_1 = 0, 10, 20, 30, 40, 80$ . Как видно из фиг. 1, имеет место достаточно хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных по распределению осевой скорости. С ростом параметра  $l_1$  заполненность профиля скорости увеличивается, и при  $l_1 \geq 40$ , как и в эксперименте [3], распределение  $u$  практически не зависит от длины участка отсоса. В работе [3] измерялась не полная турбулентная энергия  $E$ , а величина  $(\langle u_x'^2 \rangle + \langle u_r'^2 \rangle)^{1/2}$ ; кроме того, уровень турбулентных пульсаций и при отсутствии отсоса в [3] ниже, чем в других экспериментальных работах, например [2, 17], поэтому сравнение с опытными данными по распределению пульсаций, приведенное на фиг. 1, носит качественный характер. Как и в [3], при отсосе для  $l_1 \geq 80$  достигается полная стабилизация распределения турбулентных пульсаций, при этом интенсивность пульсаций снижается по всему сечению трубы; при меньших значениях  $l_1$  наблюдается некоторый их рост в приосевой области.

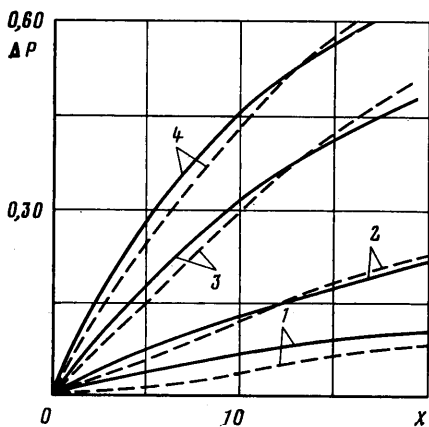
Основная серия расчетов была выполнена при фиксированных значениях параметров  $m_0 = V/U_0$  и  $Re_0 = 2r_0 U_0/\nu$ , где  $U_0$  – средняя скорость во входном сечении трубы. При малых значениях параметра местной интенсивности отсоса  $m$  устанавливается квазиразвитое течение, когда распределения осевой скорости, турбулентной энергии и других характеристик, нормированных на локальную среднюю скорость  $U$ , медленно изменяются по длине трубы, и, следовательно, роль эффектов осевой конвекции незначительна. При больших значениях  $m$  параметры течения резко изменяются по  $x$ , становится существенной роль осевой конвекции, появляются большие положительные градиенты давления и ламинаризирующее влияние отсоса сменяется турбулизирующим. Изменение давления  $\Delta p = (p - p_0)/\rho U_0^2$  по длине трубы  $X = x/r_0$  в зависимости от интенсивности от-



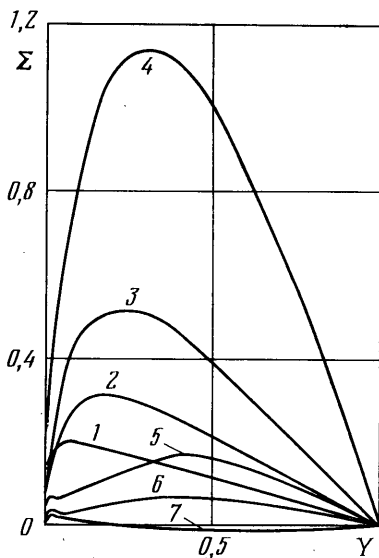
Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2



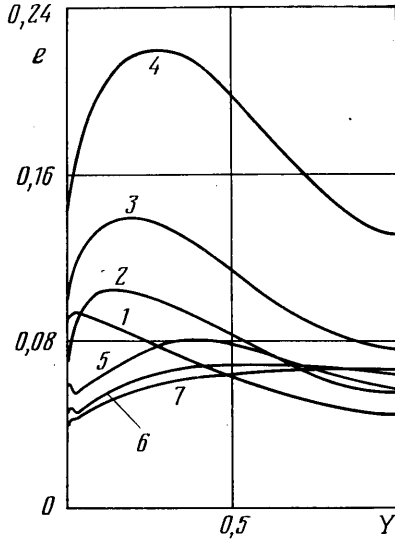
Фиг. 4

соса при  $Re_0=10^5$  представлено на фиг. 2 (сплошные линии — результаты расчета, пунктирные — эксперимент [2]); линии 1—4 относятся соответственно к  $m_0=0,0027; 0,0054; 0,0135; 0,024$ .

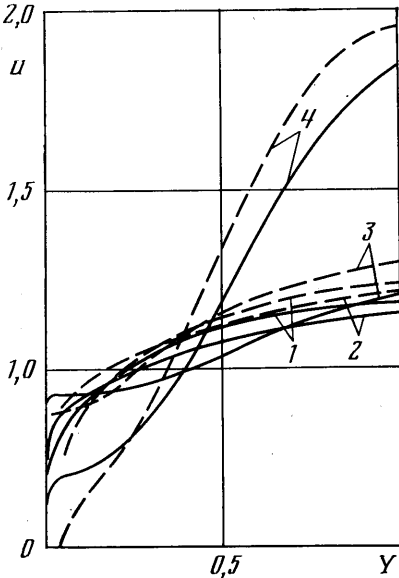
На фиг. 3—5 показана деформация профиля скорости, реинольдсовых напряжений  $\Sigma=10^2\sigma/U^2$  и турбулентной энергии по длине трубы при

$Re_0=10^5$ ,  $m_0=0,027$  (линии 2–4) и  $m_0=0,0045$  (линии 5–7). Кривые 1–7 относятся к  $X=0$ ; 4; 8; 12; 20; 40; 60. Режим течения при  $m_0=0,0045$  является промежуточным в смысле наличия характерных особенностей течения при слабом и сильном отсосах. Как и при слабом отсосе, с ростом  $X$  заполненность профиля скорости увеличивается, однако максимум  $u$  при  $X \geq 60$  находится не на оси трубы, а смещается в пристенную область. Отметим, что смещение максимума осевой скорости с оси трубы получено также при ламинарном режиме течения в определенном диапазоне скоростей отсоса [19].

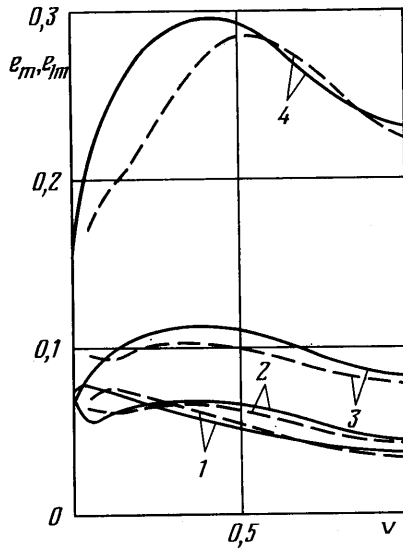
В распределении турбулентной энергии появляются два максимума, один из которых по-прежнему находится вблизи границы вязкого подслоя, а другой — в ядре потока или на оси. Уменьшение  $e$  в пристенной области сопровождается ростом степени турбулентности в центральной зоне трубы, что вызвано осевой конвекцией пульсационной энергии из области течения, расположенной вверх по потоку. Абсолютное значение турбулентной энергии непрерывно уменьшается вниз по потоку по всему



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

сечению трубы. В профиле турбулентного напряжения во входном участке также наблюдается наличие двух максимумов. В сечениях, в которых максимум осевой скорости сдвигается от оси в поток, происходит изменение знака в распределении турбулентного напряжения; при этом поло-

жения максимума  $u$  и изменения знака  $\Sigma$  практически совпадают. Это обстоятельство свидетельствует о меньшем вкладе конвективных и диффузионных членов в баланс рейнольдсовых касательных напряжений по сравнению с соответствующим вкладом в баланс турбулентной энергии, на что указывается, например, в [20].

Распределение масштаба турбулентности  $L$  по сечению трубы при отсутствии отсоса практически совпадает с зависимостью для длины пути перемешивания Прандтля — Никурадзе. Влияние умеренного отсоса на масштаб турбулентности проявляется главным образом в ядре потока, где его значение увеличивается с ростом интенсивности отсоса. Аналогичное влияние отсоса на длину пути перемешивания в пограничном слое экспериментально получено в [21].

С ростом параметра  $m_0$  характер воздействия отсоса на течение изменяется. Как видно из фиг. 3, профили скорости вытягиваются у оси и выполаживаются у стенки. При сильном отсосе наблюдается резкое возрастание степени турбулентности потока  $e$ . Абсолютные значения турбулентной энергии и рейнольдсовых напряжений изменяются не очень существенно по длине и, несмотря на уменьшение средней скорости, оказываются соизмеримыми со значениями во входном сечении. Максимумы распределений  $e$  и  $\Sigma$  смещаются от стенки в поток, при этом их профили оказываются, за исключением приосевой области, достаточно подобными.

На фиг. 6, 7 показано сравнение результатов расчета распределения осевой скорости и турбулентной энергии (сплошные линии) с экспериментальными данными [2] (штриховые линии) в сечении  $X=18,6$  при  $Re_0=10^5$  в широком диапазоне изменения интенсивности отсоса; линии 1–4 соответствуют  $m_0=0; 0,0027; 0,0135; 0,024$ . Характер деформации профиля скорости с ростом интенсивности отсоса такой же, как и в экспериментах: при слабом отсосе профиль становится более заполненным, а при сильном — вытягивается в приосевой области. Различие с экспериментальными данными при сильном отсосе наблюдается в пристенной зоне и связано с обнаруженным в расчетах пологим участком в профиле скорости. Отметим, что на существование пологого участка в профиле осевой скорости в пристенной области при интенсивном отсосе указывается в работе [4]. Распределение турбулентной энергии  $e_m = \sqrt{\overline{E}}/u_{x\max}$  при различных интенсивностях отсоса, как видно из фиг. 7, качественно хорошо согласуется с измеренными значениями пульсаций  $e_{1m} = (\langle u_x'^2 \rangle + \langle u_r'^2 \rangle)^{1/2}/u_{x\max}$ .

Таким образом, используемая в работе трехпараметрическая модель турбулентности позволяет достаточно удовлетворительно описать характеристики турбулентного течения несжимаемой жидкости в трубе в широком диапазоне изменения интенсивности отсоса.

Авторы выражают благодарность участникам семинара Г. А. Любимова за обсуждение работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Weissberg H. L., Berman A. S. Velocity and pressure distributions in turbulent pipe flow with uniform wall suction.— In: Proc. Heat Transfer and Fluid Mech. Inst., Univ. of Calif., Los Angeles, 1955, Pap. 14. 30 p.
2. Aggarwal J. K., Hollingsworth M. A., Mayhew Y. R. Experimental friction factors for turbulent flow with suction in a porous tube.— Int. Heat Mass Transfer, 1972, v. 15, № 9, p. 1585–1602.
3. Brosh A., Winograd Y. Experimental study of turbulent flow in a tube with wall suction.— Trans. ASME, J. Heat Transfer, 1974, v. 96, № 3, p. 338–342.
4. Дильман В. В., Крупник Л. И., Адинберг Р. З. Исследование гидродинамических характеристик турбулентного потока несжимаемой жидкости в канале с проницаемыми стенками.— Инж.-физ. ж., 1977, т. 32, № 4, с. 588–593.

5. *Elena M., Dumas R.* Champs dynamique et thermique d'un écoulement turbulent en conduite avec aspiration a la paroi.— 6th Int. Heat Transfer conf. V. 5. Toronto, 1978, p. 239–244.
6. *Kinney R. B., Sparrow E. M.* Turbulent flow, heat transfer and mass transfer in a tube with surface suction.— Trans. ASME, J. Heat Transfer, 1970, v. 92, № 1, p. 117–125.
7. *Merkine L., Solan A., Winograd Y.* Turbulent flow in a tube with wall suction.— Trans. ASME, Heat Transfer, 1971, v. 93, № 2, p. 242–244.
8. *Doshi M. R., Gill W. N.* Turbulent flow in a tube with wall suction.— Trans. ASME, J. Heat Transfer, 1974, v. 96, № 2, p. 251–252.
9. *Ерошенко В. М., Ершов А. В., Зайчик Л. И.* Расчет переноса импульса и тепла при турбулентном течении жидкости в трубах с проницаемыми стенками.— В кн.: Теплообмен-VI. Т. 1, ч. 1. Минск, 1980, с. 78–82.
10. *Favre A., Dumas R., Verollet E., Coantic M.* Couche limite turbulente sur paroi poreuse avec aspiration.— J. Mécanique, 1966, v. 5, № 1, p. 3–28.
11. *Тэтянко В. А., Штатнов Ю. В.* Ламинарно-турбулентный переход при наличии отсасывания.— В кн.: Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Двухфазные потоки. Новосибирск, 1978, с. 16–24.
12. *Hanjalic K., Launder B. E.* A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows.— J. Fluid Mech., 1972, v. 52, № 4, p. 609–638.
13. *Лущик В. Г., Павельев А. А., Якубенко А. Е.* Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 3, с. 13–25.
14. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Наука, 1965. 639 с.
15. *Rotta J.* Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz.— Z. Physik, 1951, B. 129, № 5; B. 131, № 1.
16. *Колмогоров А. Н.* Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости.— Изв. АН СССР. Сер. Физ., 1942, т. 6, № 1–2.
17. *Laufer J.* The structure of turbulence in fully developed pipe flow.— NACA, Rept, 1954, № 1174.
18. *Симуни Л. М.* Движение вязкой несжимаемой жидкости в плоской трубе.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1965, т. 5, № 6, с. 1138–1141.
19. *Terril R. M., Thomas P. W.* On laminar flow through a uniformly porous pipe.— Appl. Scient. Res., 1969, v. 21, № 1, p. 37–67.
20. *Mellor G. L., Herring H. J.* A survey of the mean turbulent field closure models.— AIAA Journal, 1973, v. 11, № 5, p. 590–599.
21. *Verollet E., Fulachier L., Dekeyser I.* Etude phenomenologique d'une couche limite turbulente avec aspiration et chauffage a la paroi.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1977, v. 20, № 2, p. 107–112.

Москва

Поступила в редакцию  
11.XII.1980