

УДК 532.529

КОНВЕКТИВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОРОДНОГО ВЗВЕШЕННОГО СЛОЯ

ГУПАЛО Ю. П., РЯЗАНЦЕВ Ю. С., СЕРГЕЕВ Ю. А.

Рассматриваются конвективные движения фаз в однородном взвешенном слое. Для описания движения фаз использована простая модель двух идеальных взаимопроникающих взаимодействующих жидкостей. Принятая модель допускает возрастание концентрации твердых частиц с высотой, что приводит к появлению циркуляционных течений.

Получены приближенные уравнения движения жидкости и твердых частиц, аналогичные приближению Буссинеска в случае естественной конвекции в чистой жидкости. Уравнения содержат аналогичный числу Рэлея параметр, характеризующий устойчивость слоя. Найдено приближенное аналитическое решение соответствующей задачи на собственные значения. Определен спектр чисел Рэлея и размеры конвективных ячеек.

Полученные результаты позволяют объяснить существование часто наблюдаемых во взвешенном слое многоочаговых циркуляционных движений фаз и определить размеры циркуляционных зон. Информация о спектре чисел Рэлея и размерах циркуляционных зон необходима для решения задачи масштабного перехода, а также для выбора мер подавления или интенсификации процессов смещения.

Как показывают экспериментальные данные [1, 2] (см. также [3]), возможно такое распределение концентрации твердых частиц в однородном взвешенном слое, при котором суммарная плотность двухфазной среды возрастает с высотой, что особенно характерно при сравнимых плотностях жидкости и твердых частиц. Последнее приводит к вопросу о конвективной устойчивости такого распределения. Кроме того, во взвешенном слое часто наблюдаются многоочаговые циркуляционные движения фаз, напоминающие движение в условиях конвекции.

Близкая к исследованию свободной конвекции в однородном взвешенном слое задача впервые была рассмотрена в работах [4, 5] на основании модели двух взаимопроникающих взаимодействующих вязких жидкостей. Показано, что постоянно поддерживаемое распределение пористости по высоте, такое, что суммарная плотность двухфазной среды возрастает с высотой, приводит к появлению циркуляционных течений.

В рамках той же модели численное исследование нестационарных конвективных движений приведено в работах [6, 7]. Показано, что эволюция возмущений может привести к циркуляционному движению вследствие возникновения градиентов концентрации твердых частиц, вызываемого самой конвекцией. В отличие от работ [6, 7] ниже рассматриваются установившиеся конвективные движения, вызываемые неравновесным невозмущенным градиентом концентрации.

Отметим также близкое исследование неустойчивости слоя жидкости при барботаже [8].

1. Основные уравнения. Невозмущенное распределение концентрации.

В качестве исходной модели взвешенного слоя примем модель, основанную на представлении о двойной среде, состоящей из двух идеальных взаимодействующих взаимопроникающих сплошных сред. Уравнения сохранения импульса и массы запишем в виде [9—11]

$$d_1 \varepsilon \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \right] \mathbf{v} = -\varepsilon \nabla p + d_1 \varepsilon \mathbf{g} - \rho u F(u, \rho) \quad (1.1)$$

$$d_2 \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{w} \nabla) \right] \mathbf{w} = d_2 \rho \mathbf{g} - \rho \nabla p + \rho u F(u, \rho)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla(\varepsilon \mathbf{v}) = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{w}) = 0$$

$$\varepsilon + \rho = 1; \quad \mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{w}$$

Здесь \mathbf{v} , d_1 и \mathbf{w} , d_2 — скорости и плотности дисперсионной среды и дисперсной фазы соответственно; p — давление жидкости, ρ — объемная концентрация частиц, ε — пористость. Отметим, что указанные параметры слоя представляют собой усредненные значения за промежутков времени, малый по сравнению с характерным временем макроскопического движения фаз в слое. Сила взаимодействия фаз записана в пренебрежении эффектами, обусловленными ускорениями относительного движения фаз, что оправдано при рассматриваемых ниже медленных конвективных течениях.

Уравнение сохранения импульса дисперсной фазы записано в предположении отсутствия взаимодействия твердых частиц между собой. В рассматриваемом приближении учет взаимодействия твердых частиц сводится к введению эффективного давления дисперсной фазы, которое в однородном взвешенном слое постоянно (см., например, [11]). Можно показать, что при рассматриваемых ниже малых градиентах концентрации дисперсной фазы влияние изменения эффективного давления на возникновение медленных конвективных движений несущественно.

Рассматриваемая реологическая модель взвешенного слоя как двойной среды, состоящей из идеальных взаимопроникающих взаимодействующих жидкостей, является более простой, чем использованная в работах [4–7], и позволяет получить аналитическое решение задачи, достаточное для описания стационарных конвективных движений. Отметим слабую обоснованность применяемой в [4–7] реологической модели двух вязких ньютоновских взаимопроникающих взаимодействующих жидкостей. Экспериментальное определение эффективной вязкости дисперсной фазы затруднительно и, как известно, не приводит к однозначным результатам. В данной работе учитывается лишь один диссипативный механизм — межфазное трение.

Рассмотрим равновесное стационарное состояние взвешенного слоя, при котором частицы дисперсной фазы в среднем неподвижны, т. е. $\mathbf{w} = 0$ во всех его точках. Положим, что слой имеет высоту h и неограничен в горизонтальных направлениях. Введем систему координат, ось z которой направлена вертикально вверх, а плоскость xy совпадает с нижней границей слоя.

Рассмотрим стационарное решение уравнений (1.1) вида

$$\mathbf{w} = 0, \quad \varepsilon = \varepsilon_0(z) = 1 - \rho_0(z), \quad \mathbf{v} = k \mathbf{v}_0(z) \quad (1.2)$$

$$v_0(z) = U \varepsilon_0^{-1}(z)$$

Здесь U — скорость жидкости в расчете на пустое сечение слоя, \mathbf{k} — единичный вектор оси z , давление жидкости $p(z)$ определяется из первого уравнения (1.1).

Учитывая, что для мелких частиц

$$F(u, \rho) = K(\varepsilon) d_1 \sigma, \quad \tau_0 = \frac{2}{3} a_p^2 \nu^{-1} \sigma \quad (1.3)$$

$$K(\varepsilon) = \varepsilon^{-1/4}, \quad \sigma = (d_2 - d_1) / d_1$$

($\tau = \tau_0$ для сферических частиц, a_p — радиус частицы), а для крупных соответственно

$$F(u, \rho) = K_1(\varepsilon) u, \quad K_1(\varepsilon) = 0,185 d_1 a_p^{-1} \varepsilon^{-1/4} \quad (1.4)$$

(соотношения для $K(\varepsilon)$ и $K_1(\varepsilon)$ следуют, например, из работы [12]), получим уравнения для распределения пористости в виде

$$d\varepsilon_0/dz = \sigma U^{-1} \tau^{-1} K(\varepsilon_0) - g\sigma U^{-2} \varepsilon_0^2 \quad (1.5)$$

$$d\varepsilon_0/dz = d_1^{-1} K_1(\varepsilon_0) - g\sigma U^{-2} \varepsilon_0^3 \quad (1.6)$$

для мелких и крупных частиц соответственно. (Под мелкими и крупными подразумеваются частицы, для которых число Архимеда $Ag = ga_p^3 \sigma v^{-2} \leq 10^2$ и $\geq 10^5$ соответственно.)

Из (1.5), (1.6) следует, что в случае постоянной по высоте концентрации $\rho_* = 1 - \varepsilon_*$ последняя может быть определена из уравнений

$$K(\varepsilon_*) = g\tau U^{-1} \varepsilon_*, \quad K_1(\varepsilon_*) = d_1 g \sigma U^{-2} \varepsilon_*^3 \quad (1.7)$$

для мелких и крупных частиц соответственно.

Из (1.5)–(1.7) видно, что при $\varepsilon_0 > \varepsilon_*$ имеем $d\varepsilon_0/dz < 0$ ($d\rho_0/dz > 0$); $\varepsilon_0 = \varepsilon_*$, $d\varepsilon_0/dz = 0$, что соответствует данным экспериментов [1, 2] по распределению концентрации твердой фазы. Такое распределение концентрации твердых частиц может привести к возникновению свободноконвективного циркуляционного движения во взвешенном слое.

2. Аналог приближения Буссинеска для уравнения свободной конвекции. Монотонная неустойчивость. Ниже аналогично обычному подходу к решению задач о конвекции в однофазной жидкости (см., например, [13, 14]) рассматривается «слабая» конвекция, т. е. равновесный градиент концентрации частиц полагается малым (функция $\rho_0(z)$ не слишком сильно отклоняется от ρ_*). Заменим профиль концентрации линейным и будем считать $d\rho_0/dz = A = \text{const} > 0$. Предложенная ниже процедура вывода уравнений конвекции аналогична приведенной в [13, 14] для случая обычной конвекции.

Представим все величины, входящие в задачу, в виде

$$\begin{aligned} p &= p_* + p', & v &= v_* + v', & w &= w' \\ \rho &= \rho_* + \rho', & \varepsilon &= \varepsilon_* + \varepsilon'; & v_* &= kU\varepsilon_*^{-1} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь звездочка снизу соответствует однородному распределению концентрации. Рассматривается «слабая» конвекция, т. е. аналогично [14] отклонения концентрации от значения ρ_* предполагаются настолько малыми, что ими можно пренебречь в уравнениях сохранения импульса везде, за исключением гравитационных членов и силы межфазного взаимодействия.

Ниже для простоты предполагается, что функция межфазного взаимодействия зависит лишь от ρ (малые числа Рейнольдса обтекания отдельной частицы). Учитывая при записи силы межфазного взаимодействия малость отклонения концентрации от ρ_* , получим уравнения сохранения импульсов в приближении Буссинеска в виде

$$\begin{aligned} d_1 \varepsilon_* \left[\frac{\partial}{\partial t} + U \varepsilon_*^{-1} \frac{\partial}{\partial z} + (v' \nabla) \right] v' + d_2 \rho_* \left[\frac{\partial}{\partial t} + (w' \nabla) \right] w' &= -\nabla p' + d_1 g \sigma \varepsilon' \mathbf{k} \\ d_2 \left[\frac{\partial}{\partial t} + (w' \nabla) \right] w' &= -\nabla p' + F_* (v' - w') + F_*' v_* \varepsilon' \\ F_* &= F(\rho_*), \quad F_*' = (dF/d\rho)_{\rho=\rho_*} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь вместо уравнения движения жидкости рассмотрена сумма уравнений сохранения импульсов обеих фаз.

Уравнения неразрывности запишем в виде

$$\frac{\partial \varepsilon'}{\partial t} + (\mathbf{v}' \nabla) \varepsilon' + \varepsilon' \nabla \mathbf{v}' = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} - (\mathbf{w}' \nabla) \varepsilon' - \varepsilon' \nabla \mathbf{w}' = 0$$

Для применения метода малых возмущений рассмотрим поля величин, отличающихся от равновесных

$$\begin{aligned} \mathbf{v}' &= (\mathbf{v}_0 - kU\varepsilon_*^{-1}) + \mathbf{v}_1, \quad \mathbf{w}' = \mathbf{w}_1, \quad p' = (p_0 - p_*) + p_1 \\ \rho' &= (\rho_0 - \rho_*) + \rho_1, \quad \varepsilon' = (\varepsilon_0 - \varepsilon_*) + \varepsilon_1 \quad (\rho_1 = -\varepsilon_1) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ниже будем рассматривать лишь монотонную конвективную неустойчивость. Отметим, что доказать вещественность декрементов, определяющих временной ход возмущений, для системы уравнений (2.5)–(2.6) не удастся. Вообще говоря, следует считать, что возможна также и колебательная конвективная неустойчивость слоя. Как известно [13], исследование колебательной неустойчивости представляет значительные трудности; даже в более простых случаях, как правило, не удается получить аналитическое решение (многочисленные примеры приведены в [13]). Естественно выяснить сначала основные качественные особенности механизма конвекции на примере монотонной неустойчивости; тогда следует положить $\partial/\partial t = 0$.

Вводя безразмерные переменные

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= h\mathbf{r}'', \quad \mathbf{w}_1 = F_* d_1^{-1} \mathbf{w}'', \quad \mathbf{v}_1 = F_* d_1^{-1} \mathbf{v}'' \\ p_1 &= F_*^2 h d_1^{-1} p'', \quad \varepsilon_1 = F_* \varepsilon_* U^{-1} d_1^{-1} \varepsilon'' \end{aligned} \quad (2.5)$$

из (2.2)–(2.4) после линеаризации по малым возмущениям получим уравнения сохранения импульсов в виде (штрихи ниже опущены)

$$\begin{aligned} \nabla p = \mathbf{v} - \mathbf{w} + f_*' \mathbf{v}_* \varepsilon, \quad \nabla p = -\frac{1}{G} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} + \mathbf{k} \varepsilon \\ f_*' = F_*' F_*^{-1} v_* U^{-1} \varepsilon_*, \quad G = gh \sigma \varepsilon_*^2 U^2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Линеаризуя уравнения неразрывности и оценивая входящие в них члены (пренебрегая, в частности, членами, имеющими более высокий, чем первый, порядок по градиенту невозмущенной концентрации), получим уравнения сохранения массы в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{w} + \beta w_z = 0; \quad \operatorname{div} \mathbf{v} - \alpha \beta v_z - \partial \varepsilon / \partial z = 0 \\ \beta = Ah \rho_*^{-1} \ll 1, \quad \alpha = \rho_* / \varepsilon_* \end{aligned} \quad (2.7)$$

3. Уравнение для нормальных возмущений. Спектр чисел Рэлея. Из системы уравнений (2.6)–(2.7) следуют уравнения для z -компоненты скорости твердых частиц w_z и пористости ε

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \Delta w_z + \beta \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} - \left(G - f_*' \frac{\partial}{\partial z} \right) \Delta_{xy} \varepsilon = 0 \\ (\alpha + 1) \beta w_z = \frac{1}{G} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} + (2 + f_*') \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \alpha \beta (1 + f_*') \varepsilon \end{aligned} \quad (3.1)$$

Рассмотрим модельные граничные условия вида

$$z=0, \quad \mathbf{w} = \mathbf{v} = 0, \quad \varepsilon = 0; \quad z=1, \quad w_z = 0 \quad (3.2)$$

которые означают, что на нижней границе слоя предполагается отсутствие возмущений всех параметров, а верхняя граница слоя непроницаема для твердых частиц.

Следуя [13], приведем задачу (3.1)–(3.2) к уравнению и граничным условиям для функции w_z ; решение последней задачи будем искать методом разделения переменных в виде $w_z = F(x, y)w$, где $F(x, y)$ – решение уравнения

$$\Delta_{xy}F(x, y) + a^2F(x, y) = 0 \quad (3.3)$$

Параметр a определяет размер конвективной ячейки $\rho = x_{11}/a$ (x_{11} – первый корень функции Бесселя $J_1(x)$). Учитывая, что $\beta \ll 1$ и, как показывают оценки, сделанные для реальных систем, $G \gg 1$, для функции $w(z)$ имеем задачу на собственные значения

$$\begin{aligned} (2G)^{-1}D^3(D^2 - a^2)w + (1 + 1/2f_*')D^2(D^2 - a^2)w &= -a^2 Ra w \\ z=0, w=Dw=D[(D^2 - a^2) + \beta D]w &= D^2[(D^2 - a^2) + \beta D]w=0 \\ z=1, w=0; D=d/dz \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь введен аналог числа Рэлея

$$Ra = 1/2(\alpha + 1)\beta G$$

Далее вместо задачи (3.4) будем рассматривать задачу

$$\begin{aligned} (1 + 1/2f_*')D^2(D^2 - a^2)w &= -a^2 Ra w \\ z=0, w=Dw=D[(D^2 - a^2) + \beta D]w &= 0 \\ z=1, w=0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

полученную из (3.4) отбрасыванием членов со старшей производной, содержащих малый параметр, и граничного условия, содержащего производные четвертого порядка. Операция отбрасывания старшей производной оправдана тем, что, как следует из (3.4)–(3.5), собственные функции, удовлетворяющие задаче (3.5), автоматически удовлетворяют и отброшенному граничному условию задачи (3.4). Вычисление собственных функций задачи (3.5) показывает, что $(2G)^{-1}D^3(D^2 - a^2)w_n = O(G^{-1})D^2 \times \times (D^2 - a^2)w_n$. Следовательно, решение задачи (3.5) представляет собой нулевой член регулярного разложения решения задачи (3.4) по параметру G^{-1} .

Исследование спектра задачи (3.5) производилось обычными методами [13, 15]. Линии уровней образованы кривой

$$0 \leq a < +\infty, \lambda_0 = 1/2a^2(1 + 1/2f_*')^{-1} \quad (3.6)$$

а также ветвями семейства кривых

$$m \geq 1, \lambda_m(a^2) = \frac{16\pi^4 m^4 (1 + 1/2f_*')^{-1}}{a^2(16\pi^2 m^2 - a^4)} \quad (3.7)$$

определенных на интервалах $0 < a^2 < 4\pi m$. Вне отрезка $[0, 4\pi m]$ функция $\lambda_m(a^2)$ не определена. (Сказанное выше не означает, что m соответствует номеру собственного значения n .) Зависимость нулевого собственного значения Ra_0 от a^2 образована отрезками каждой из кривых семейства (3.7), удовлетворяющими условию

$$Ra_0(a^2) = \min_m \lambda_m(a^2) \quad (3.8)$$

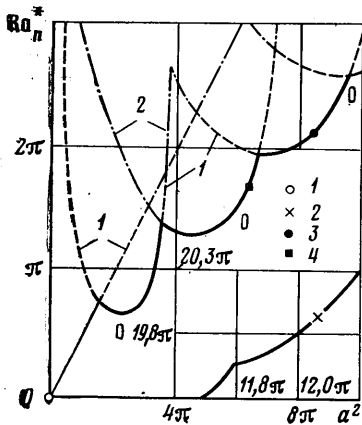
Соответственно другие собственные значения определяются согласно условию

$$Ra_n = \min_m \lambda_m(a^2) \quad (3.9)$$

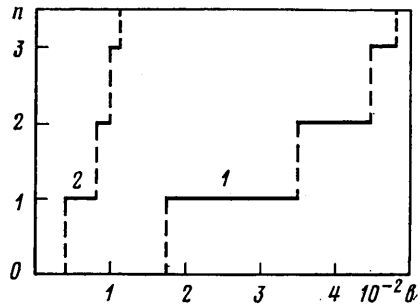
где m пробегает такие значения, что

$$\lambda_m(a^2) > Ra_{n-1}(a^2) \quad (3.10)$$

Вид зависимости $Ra_n^* = Ra_n(1 + 1/2f_*')$ от a^2 показан на фиг. 1. (Цифры соответствуют номерам собственного значения n .)



Фиг. 1



Фиг. 2

Так как $\min_a Ra_0 = 0$, плоский слой, безграничный в горизонтальных направлениях, конвективно неустойчив. Однако следует отметить, что ограниченность слоя в горизонтальном направлении ведет к улучшению конвективной неустойчивости, так как случай малых a^2 здесь не может реализоваться. Напомним, что $\rho \sim a^{-1}$ представляет собой размер конвективной ячейки. Легко видеть, что минимальное критическое число Рэлея определяется в этом случае наименьшим возможным значением a согласно (3.6)–(3.7).

Отметим ухудшение конвективной устойчивости слоя с увеличением параметра f_*' , т.е. в случае возрастания концентрации твердых частиц. Этот вывод согласуется с отмеченным в [16] увеличением скорости роста малых возмущений во взвешенном слое при увеличении концентрации дисперсной фазы.

Знание спектра свободной конвекции может позволить выбрать параметры реактора для ее подавления либо (если это ведет к улучшению условий перемешивания) для ее более интенсивного протекания. Полученное решение может служить для объяснения причин возникновения наблюдаемых в экспериментах циркуляционных течений в однородном взвешенном слое (в частности, существование нескольких циркуляционных зон не может быть объяснено только влиянием стенок реактора) и для вычисления параметров зон циркуляции. Размеры циркуляционной ячейки определяются соотношениями (3.6)–(3.10), что позволяет вычислить циркуляционные зоны в реакторе и определить размеры реактора и градиент концентрации твердых частиц, при которых стационарное конвективное движение не может возникнуть.

Следует ожидать, что конвективная неустойчивость наиболее характерна для псевдооживления жидкостью, так как именно в этом случае часто реализуется распределение концентрации дисперсной фазы [1, 2], указанное в п. 1.

4. Примеры. Сравнение с результатами работы [6]. Рассмотрим несколько примеров конвективной неустойчивости при псевдоожигении твердых частиц жидкостью.

В работе [6] рассматривается нестационарное развитие возмущений в случае, когда невозмущенная концентрация твердых частиц постоянна по высоте. Предполагается, что возмущенное движение сосредоточено внутри конвективных ячеек. Параметры течения внутри каждой ячейки нестационарны и растут со временем как e^{st} , где s — действительное число, зависящее от размеров конвективной ячейки.

В отличие от работы [6] выше рассмотрены только стационарные конвективные движения (т. е. $s=0$), возникающие вследствие вертикального градиента концентрации. Заметим, что полученные результаты совпадают с результатами [6] только для нейтральных возмущений и нулевого градиента концентрации, т. е. при $s=0$ и $Ra=0$, когда $a=0$ и слой находится в равновесии (случай 1 фиг. 1).

Проиллюстрируем теперь различие между обеими теориями и приведем несколько конкретных примеров. Для данных работы [6] ($d_1=10^3$ кг·м⁻³, $d_2=2,86 \cdot 10^3$ кг·м⁻³, $a_p=4,3 \cdot 10^{-3}$ м, $h=0,86$ м, $\epsilon_0=0,42$, $U=0,65$ м·с⁻¹) результаты [6] предсказывают, что в случае появления ячейки с размерами около 0,14 м скорость s роста возмущений будет около 7 с⁻¹. Результаты, полученные выше, показывают, что ячейка того же размера может возникнуть вследствие градиента концентрации твердых частиц, когда, например, разность $\Delta\epsilon$ между пористостью на верхней и нижней границах составляет около 0,008 (т. е. $Ra_0 \approx 66$). Следовательно, даже малые градиенты концентрации могут привести к интенсивной циркуляции. Соответствующая точка отмечена цифрой 2 на фиг. 1.

Рассмотрим теперь более реалистичный пример. Для слоя высотой $h=8,6 \cdot 10^{-2}$ м и частиц размерами $a_p=4,3 \cdot 10^{-4}$ м (другие данные остаются неизменными) та же величина $\Delta\epsilon$ приводит к конвективному движению с ячейками размером $1,4 \cdot 10^{-2}$ м. Этот пример соответствует той же точке на фиг. 1, что и предыдущий. В других случаях эта точка может соответствовать большему величинам градиента концентрации. Например, для создания конвективного движения с ячейками размером $1,4 \cdot 10^{-2}$ м в слое высотой $h=8,6 \cdot 10^{-2}$ м (размер частиц $a_p=8,6 \cdot 10^{-3}$ м) требуется разность пористостей на границах слоя $\Delta\epsilon=0,08$ ($\epsilon_0=0,42$ на верхней, $\epsilon_0=0,5$ на нижней границах).

Если в последнем примере разность пористостей $\Delta\epsilon=0,008$, то может возникнуть конвективное движение с размерами ячеек $6,9 \cdot 10^{-2}$ м, т. е. того же порядка, что и высота слоя. Последний пример указан цифрой 3 на фиг. 1.

Для того чтобы проанализировать влияние средней концентрации твердых частиц, рассмотрим псевдоожигение частиц радиусом $1,4 \cdot 10^{-3}$ м в слое высотой $h=10^{-1}$ м при пористости $\epsilon_0=0,7$. В этом случае разность пористостей $\Delta\epsilon=0,01$ приводит к конвективному движению с ячейками размером $0,9 \cdot 10^{-1}$ м (цифра 4 на фиг. 1).

Проанализируем теперь влияние стенок на возникновение конвекции. Рассмотрим реактор диаметром 1 м. Стенки реактора ограничивают величину допустимых возмущений таким образом, что волновое число $a \geq 3,9$ м⁻¹. Конвективное движение с волновыми числами, меньшими приведенного значения, подавляются. Для рассматриваемой системы критическое число Рэлея Ra_0^* (все данные соответствуют примеру 4 фиг. 1) равно 5,3, т. е. критическая величина разности пористостей составляет 0,01. При $\Delta\epsilon$, меньших критической величины, стационарное конвективное движение отсутствует; при $\Delta\epsilon$, превышающих эту величину, конвективная неустойчивость приводит к появлению циркуляционного течения.

В рассмотренном примере критическая величина числа Рэлея существует. Для иллюстрации влияния стенок на подавление конвекции на фиг. 2 приведена зависимость числа конвективных ячеек n от отношения b диаметра реактора к высоте слоя. Здесь линия 1 соответствует данным последнего примера, линия 2 — данным работы [6] при $\Delta\epsilon=0,008$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bakker P. J., Heertjes P. M. Porosity distributions in a fluidized bed.— Chem. Engng Sci., 1960, v. 12, № 4, p. 260.
2. Vanecek V., Hummel R. L. Structure of liquid fluidized beds with small density difference between the solids and the liquid. London: Instn. Chem. Engrs, Symp. ser., 1963, № 30.
3. Альшулер В. С., Сеченов Г. П. Процессы в кипящем слое под давлением. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 214 с.
4. Таганов И. Н., Романков Н. Г. Об уравнениях движения фаз в псевдоожигенном слое.— Теор. основы хим. технологии, 1968, т. 2, № 5, с. 778–785.
5. Таганов И. Н., Малласян Л. Г., Романков П. Г. Уравнение реодинамики циркуляционных течений в псевдоожигенном слое.— Теор. основы хим. технологии, 1973, т. 7, № 1, с. 58–63.

6. *Medlin J., Wong H.-W., Jackson R.* Fluid mechanical description of fluidized beds. Convective instabilities in bounded beds.— *Ind. and Engng Chem. Fundam.*, 1974, v. 13, № 3, p. 247–259.
7. *Medlin J., Jackson R.* Fluid mechanical description of fluidized beds. The effect of distributor thickness on convective instabilities.— *Ind. and Engng Chem. Fundam.*, 1975, v. 14, № 4, p. 315–321.
8. *Лухт М. К., Штейнберг В. А.* Об устойчивости слоя жидкости при барботаже.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1974, № 4, с. 47–53.
9. *Anderson T. B., Jackson R.* A fluid mechanical description of fluidized beds.— *Ind. and Engng Chem. Fundam.*, 1967, v. 6, № 4, p. 527–539.
10. *Гупало Ю. П.* Об устойчивости ламинарного движения жидкости с тяжелой примесью.— *Изв. АН СССР. ОТН, Механ. и машиностр.*, 1960, № 6, с. 38–46.
11. *Бородуля В. А., Гупало Ю. П.* Математические модели химических реакторов с кипящим слоем. Минск: Наука и техника, 1976. 207 с.
12. *Горошко В. Д., Розенбаум Р. Б., Годес О. М.* Приближенные закономерности гидравлики взвешенного слоя и стесненного падения.— *Изв. вузов. Нефть и газ*, 1958, № 1, с. 125–131.
13. *Гершуни Г. З., Жуговицкий Е. М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972, 392 с.
14. *Rayleigh J.* On convective currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side.— *Phil. Mag.*, 1916, v. 32, № 6, p. 529–546.
15. *Pellew A., Southwell R. V.* On maintained convective motion in a fluid heated from below.— *Proc. Roy. Soc., A*, 1940, v. 176, № 966, p. 312–343.
16. *Джексон Р.* Теоретическая механика псевдооживленных систем.— В кн.: Псевдооживление. М.: Химия, 1974, с. 74–121.

Москва

Поступила в редакцию
13.V.1980