

6. *Ворожцов Е. В., Ермолин Н. Е., Фомин В. М.* Расчет двумерных химически неравновесных смесей газов в соплах и струях.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды, 1979, т. 10, № 2, с. 30–39.
7. *Курочкин Ю. В., Смагин Н. И.* Численное исследование двумерного распределения инверсной населенности и показателя усиления при сверхзвуковом расширении смеси $\text{CO}_2\text{—N}_2\text{—He}$.— Квантовая электроника, 1979, т. 6, № 6, с. 1192–1198.
8. *Бреев В. В., Минин С. Н., Пирумов У. Г., Шевченко В. Р.* Течение смеси газов с релаксацией колебательной энергии в плоских и осесимметричных соплах.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 5, с. 125–131.
9. *Бирюков А. С., Сериков Р. И., Старик А. И., Шелепин Л. А.* Влияние неоднородностей параметров потока на характеристики рабочих сред CO_2 - и N_2O -газодинамических лазеров.— Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 4, с. 787–792.
10. *Дрегаллин А. Ф., Жукова Н. К.* К расчету двумерных энергетически неравновесных течений.— В кн.: Газодинамика двигателей летательных аппаратов. Казань, 1979, № 1, с. 12–18.
11. *Рычков А. Д.* Об одном подходе к расчету течения идеального газа в соплах Лавалля методом установления с учетом неравновесно протекающих физико-химических процессов.— В кн.: Аэродинамика. Томск, 1979, с. 27–31.
12. *Иванов М. Я., Идиятуллина Ф. Л.* К расчету гладких стационарных течений идеального газа методом третьего порядка точности.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1978, т. 18, № 4, с. 996–1006.
13. *Крайко А. Н.* К численному интегрированию уравнений с малым параметром: при старшей производной.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1969, т. 9, № 2, с. 438–442.
14. *Крайко А. Н.* О расчете неравновесного течения газа в соплах Лавалля.— Науч. тр. И-т мех. Моск. ун-та, 1973, № 21, с. 31–34.
15. *Greenberg R. A., Schneiderman A. M., Ahouse D. R., Parmentier E. M.* Rapid expansion nozzles for gas dynamic lasers.— AIAA Journal, 1972, v. 10, № 11, p. 1494–1498.

Москва

Поступила в редакцию
24.XI.1980.

УДК 533.6.011.8

РАСЧЕТ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ОКРЕСТНОСТИ ТЕЛ, ОБТЕКАЕМЫХ СВОБОДНОМОЛЕКУЛЯРНЫМ ПОТОКОМ

БАСС В. П., БРАЗИНСКИЙ В. И.

Исследованию распределения газодинамических параметров в окрестности тел, обтекаемых потоком разреженного газа при больших числах Кнудсена, посвящено значительное количество работ (см., например, [1–3]). В большинстве случаев рассматривается возмущение концентрации газа возле тел сравнительно простой формы и при упрощенных начальных и граничных условиях. В литературе практически отсутствуют расчеты других макроскопических параметров, потребность в которых в последнее время значительно возросла в связи с необходимостью понимания физических процессов, происходящих в окрестности космических аппаратов.

В настоящей работе рассматривается обтекание произвольного выпуклого неподвижного тела свободномолекулярным потоком разреженного газа при отсутствии внешних сил. Невозмущенный поток считается равновесным с максвелловской функцией распределения молекул по скоростям (здесь и в дальнейшем используются общепринятые обозначения (см., например, [3]))

$$f_{\infty} = n_{\infty} (2\pi RT_{\infty})^{-3/2} \exp [-(v - V_{\infty})^2 (2RT_{\infty})^{-1}] \quad (1)$$

В качестве граничных условий на поверхности тела выбрана зеркально-диффузная схема взаимодействия газа с непроницаемой и неизлучающей поверхностью

$$f_r = (1 - \sigma) f_{\infty} (v - 2v_n \mathbf{n}) + \frac{\sigma n_r}{(2\pi RT_r)^{3/2}} \exp \left[-\frac{v^2}{2RT_r} \right] \quad (2)$$

$$n_r = n_{\infty} \sqrt{T_{\infty}/T_r} \Psi(S_{\infty n})$$

Здесь σ — коэффициент диффузности, \mathbf{n} — нормаль к поверхности тела.

Тогда любой момент функции распределения в окрестности тела может быть представлен в виде

$$\langle \mu(\mathbf{r}) n(\mathbf{r}) \rangle = \int_{4\pi - \Omega_r}^{\infty} d\Omega_r \int_0^{\infty} \mu(\mathbf{r}, \mathbf{v}) f_{\infty} v^2 dv + \int_{\Omega_r}^{\infty} d\Omega_r \int_0^{\infty} \mu(\mathbf{r}, \mathbf{v}) f_r v^2 dv \quad (3)$$

где Ω_r — телесный угол, в котором лежат скорости отраженных частиц, попадающих в точку с радиус-вектором \mathbf{r} .

Подставляя соотношения (1), (2) в формулу (3) и поочередно полагая $\mu=1$, $\mu=\mathbf{v}$, $\mu=1/2m[\mathbf{v}-\mathbf{V}(\mathbf{r})]^2$, можно получить выражения для определения концентрации, скорости и температуры потока соответственно. После интегрирования по модулю скорости v эти выражения можно привести к виду

$$n(\mathbf{r}) = n_{\infty} \left(1 + \int_{\Omega_r} X_1 d\Omega_r \right) \quad (4)$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \frac{n_{\infty}}{n(\mathbf{r})} \left(\mathbf{V}_{\infty} + \int_{\Omega_r} \mathbf{v}^{\circ} X_2 d\Omega_r \right), \quad \mathbf{v}^{\circ} = \frac{\mathbf{v}}{v} \quad (5)$$

$$T(\mathbf{r}) = \frac{n_{\infty}}{n(\mathbf{r})} \left(T_{\infty} + \frac{V_{\infty}^2}{3R} + \int_{\Omega_r} X_3 d\Omega_r \right) - \frac{V^2(\mathbf{r})}{3R} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} X_1 &= \sigma(4\pi)^{-1} (T_{\infty}/T_r)^{1/2} \Psi(S_{\infty n}) + \exp(-S_{\infty}^2) [(1-\sigma)G(-S_{\infty}\beta) - G(S_{\infty}\cos\theta)] \\ X_2 &= (2\pi)^{-3/2} (RT_{\infty})^{1/2} \{2\sigma\Psi(S_{\infty n}) + \exp(-S_{\infty}^2) [(1-\sigma)D(\sqrt{2}S_{\infty}\beta) - D(-\sqrt{2}S_{\infty}\cos\theta)]\} \\ X_3 &= 1/4\pi^{-1}\sigma(T_{\infty}T_r)^{1/2}\Psi(S_{\infty n}) + 1/6(2\pi^3)^{-1/2} \times \\ &\times T_{\infty} \exp(-S_{\infty}^2) [(1-\sigma)E(\sqrt{2}S_{\infty}\beta) - E(-\sqrt{2}S_{\infty}\cos\theta)] \\ G(x) &= 1/2\pi^{-3/2}x + 1/4\pi^{-1} \exp(x^2)(2x^2+1)[1+\operatorname{erf}(x)] \\ D(x) &= 2+x^2 - \sqrt{\pi/2} \exp(x^2/2)(3x+x^3)[1-\operatorname{erf}(x/\sqrt{2})] \\ E(x) &= \exp(x^2/2)\sqrt{\pi/2}(3+6x^2+x^4)[1-\operatorname{erf}(x/\sqrt{2})] - x^3 - 5x \\ \beta &= 2\cos\delta\cos\varepsilon - \cos\theta \end{aligned}$$

$$\cos\delta = \frac{(\mathbf{V}_{\infty} \cdot \mathbf{n})}{V_{\infty} n}, \quad \cos\varepsilon = \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})}{vn}, \quad \cos\theta = \frac{(\mathbf{V}_{\infty} \cdot \mathbf{v})}{V_{\infty} v}$$

Не составляет труда получить выражения и для других моментов функции распределения.

Подынтегральные функции в (4)–(6) довольно сложны, и получить конечные выражения для определения макропараметров потока представляется возможным лишь в исключительных случаях. В качестве примера приведем выражение для концентрации газа на оси симметрии диска единичного радиуса, расположенного нормально к набегающему потоку:

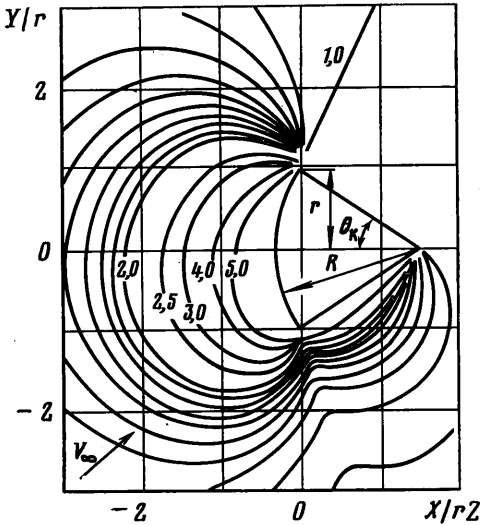
$$\begin{aligned} n(x)/n_{\infty} &= 1 - 1/2\sigma[1 - \cos\gamma \exp(-S_{\infty}^2 \sin^2\gamma) + (T_{\infty}/T_r)^{1/2}\Psi(\pm S_{\infty})(\cos\gamma - 1)] \pm \\ &\pm (1 - 1/2\sigma)[\Phi(S_{\infty}) - \cos\gamma \exp(-S_{\infty}^2 \sin^2\gamma)\Phi(S_{\infty}\cos\gamma)] \quad (7) \\ \cos\gamma &= |x|(1+x^2)^{-1/2} \end{aligned}$$

Верхние знаки в (7) соответствуют области сгущения перед диском, нижние — области разрежения за ним. Аналогичным образом вычисляются остальные параметры потока.

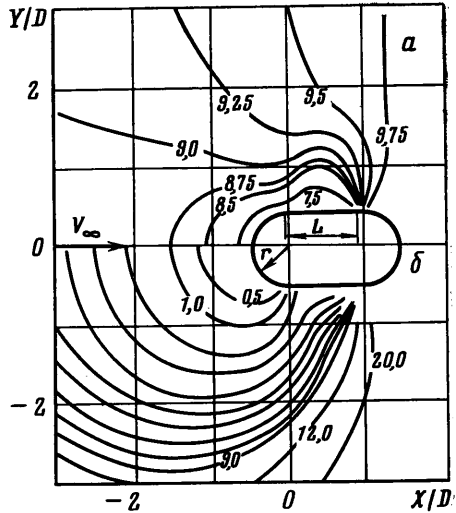
Особенно трудоемка процедура по определению границ области Ω_r . Аналитически сделать это удается лишь для простых тел. Даже для кругового конуса соответствующие выражения получаются крайне громоздкими [4].

Однако эти трудности можно преодолеть, если в (4)–(6) перейти к интегрированию по поверхности тела. Такой переход применяется, в частности, для расчета внутренних течений [1]. Область интегрирования в этом случае определяется в процессе счета.

Результаты расчетов некоторых макропараметров потока в окрестности сегментально-конического тела ($\theta_k=33^\circ$, $R=2,4r$) и цилиндра со сферическими днищами ($L=1,6r$) приведены на фиг. 1–2.



Фиг. 1



Фиг. 2

На фиг. 1 нанесены линии равных плотностей n/n_∞ в окрестности сегментально-конического тела, обтекаемого под углом атаки $\alpha=45^\circ$ для $S_\infty=9,13$; $T_\infty=T_r=1000$ К (линии, на которых не указаны значения n/n_∞ , нанесены через 0,1).

При решении ряда задач аэродинамического обеспечения тел, движущихся в верхних слоях атмосферы, возникает проблема определения области применимости теории свободномолекулярного обтекания. Для того чтобы эта теория была справедлива, необходимо, чтобы минимальная из длин свободного пробега была намного больше характерного размера обтекаемого тела [1].

На фиг. 2 представлены изолинии длин свободного пробега, наиболее характерных при движении на малых высотах. На фиг. 2, а (верхняя половина рисунка) представлено отношение длин свободного пробега $\lambda_{r\infty}/\lambda_\infty \cdot 10^2$, где: $\lambda_{r\infty} = V_r(n_\infty b g_{r\infty})^{-1}$ – длина свободного пробега отраженных от поверхности составного тела вращения частиц в поле набегающих; $\lambda_\infty = (\sqrt{2} b n_\infty)^{-1}$ – длина свободного пробега частиц набегающего потока; b – сечение столкновения; $g_{r\infty} = |V_r - V_\infty|$ – модуль относительной скорости сталкивающихся частиц.

На нижней половине рисунка (фиг. 2, б) изображены изолинии безразмерного параметра $\lambda_{\infty r}/\lambda_\infty$, где $\lambda_{\infty r} = V_\infty(n_r b g_{r\infty})^{-1}$ – длина свободного пробега частиц набегающего потока в поле отраженных. Здесь $S_\infty=9,13$; $T_\infty=1000$ К; $T_r=300$ К; $\sigma=1$ (линии, на которых не указаны значения $\lambda_{\infty r}/\lambda_\infty$, нанесены через 1,0). Если принять в качестве характерного размера диаметр тела $D=2r$, то лишь на его расстоянии в области перед телом $\lambda_{r\infty} \sim \lambda_{\infty r}$. С увеличением расстояния от тела $\lambda_{r\infty}$ становится намного меньше $\lambda_{\infty r}$. Этим объясняется тот факт, что в режимах обтекания, близких к свободномолекулярному, основным классом столкновений, влияющим на структуру течения, являются столкновения отраженных от поверхности обтекаемого тела частиц с частицами набегающего потока, так называемые «первые столкновения» [1].

В качестве примера оценим границу применимости теории свободномолекулярного обтекания ИСЗ «Космос-196», форма которого близка к рассматриваемой ($D=2r \sim 1$ м). Будем полагать, что вблизи тела выполняется режим свободномолекулярного обтекания, если $\lambda_{\infty r} > 10$ м. Согласно модели атмосферы CIRA-65 [5], это условие может быть выполнено на высотах над поверхностью Земли свыше 150 км, где $\lambda_\infty > 100$ м.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
2. Баранцев Р. Г. Взаимодействие разреженных газов с обтекаемыми поверхностями. М.: Наука, 1975. 343 с.
3. Кошмаров Ю. А., Рыжов Ю. А. Прикладная динамика разреженного газа. М.: Машиностроение, 1977. 184 с.
4. Ларина И. Н. Поле плотности вокруг конуса в свободномолекулярном потоке.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 4, с. 172—176.
5. COSPAR international reference atmosphere 1965 (CIRA—1965). Amsterdam: North-Hooll. Publ., 1965, 289 p.

Днепропетровск

Поступила в редакцию
24.X.1980

УДК 533.6.071.88

ОБТЕКАНИЕ ТОНКОГО ПРОФИЛЯ В КАНАЛЕ
С ПРОНИЦАЕМОЙ РАБОЧЕЙ ЧАСТЬЮ

МАРЕВЦЕВА Н. А.

В статье приведено точное решение задачи обтекания тонкого профиля идеальной несжимаемой жидкостью в прямолинейном канале. Стенки канала являются сплошными, за исключением рабочей части, где стенки проницаемы.

1. Постановка задачи. Предполагается, что в рабочей части канала осуществляется потенциальное движение несжимаемой жидкости. Бесконечные стенки канала являются сплошными, за исключением проницаемого участка в рабочей части канала, которая снаружи окружена камерой. В плоской задаче, когда камера состоит из двух частей, верхней и нижней, возможны четыре случая.

1. Верхняя и нижняя камеры являются замкнутыми, но сообщающимися между собой. В них устанавливается одинаковое, но неизвестное заранее давление, являющееся искомой величиной задачи.

2. Замкнутые верхняя и нижняя камеры изолированы друг от друга. В них могут устанавливаться разные давления.

3. Камеры не являются замкнутыми. В них поддерживается определенное, заранее заданное, одинаковое сверху и снизу давление. Примером является камера, сообщающаяся с атмосферой.

4. В незамкнутых верхней и нижней камерах поддерживаются разные давления.

Обозначим давления в верхней и нижней камерах через p_k^+ и p_k^- .

Область D , в которой ищется решение задачи, представляет собой внутренность плоского канала $y_{H^\pm}(x) = \pm H/2$ (H — высота канала, ось абсцисс совпадает со средней линией канала) с разрезом вдоль отрезка $[0,1]$, где расположен тонкий профиль, заданный функциями $y_p^\pm(x)$. Углы наклона обводов профиля к оси абсцисс $\theta^\pm(x)$ и, следовательно, возмущенные скорости считаются малыми. Здесь и далее индексы плюс и минус относятся к величинам в верхней и нижней полуплоскостях соответственно. Стенки рабочей части канала между сечениями $x=x_1$ и $x=x_2$ являются проницаемыми или перфорированными, причем перфорация считается выполненной в виде поперечных к потоку щелей или в виде отверстий. Степень перфорации верхней и нижней стенок одинакова.

Пусть набегающий поток характеризуется статическим давлением p_∞ и скоростью U_∞ и пусть φ — потенциал возмущенных скоростей.

Внутри области D потенциал φ удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \quad (x, y) \in D \quad (1.1)$$

В линейном приближении в качестве условия непротекания на профиле используется следующее условие:

$$\partial \varphi^\pm / \partial y = \theta^\pm(x) \quad 0 \leq x \leq 1 \quad y = 0 \quad (1.2)$$