

$$\xi = \sqrt{\frac{k_1 \mu_2 m_2}{k_2 \mu_1 m_1}}$$

Подставляя (7) в выражение (6) для v_1 , вводя величины $v_1(0, t)$ и $v_1(l, t)$ в (4), получим

$$c_1 = \frac{\lambda_* (m_* \rho_m + c_2) + N c_2 (P_c / P_*) \exp(-\lambda_*^2)}{\lambda_* + N}, \quad N = \frac{m}{\sqrt{\pi}} \frac{(P_*^2 - P_c^2)}{P_c P_* \Phi(\lambda_*)} \quad (10)$$

Зная l_1 , из первого равенства (5) находят степень насыщения газом первой зоны

$$\varepsilon = \frac{c_1 - \rho_b m}{\rho_g - \rho_b m}, \quad \rho_g = \frac{\rho_0}{P_0} P_* \quad (11)$$

где P_0 и ρ_0 — давление и плотность газа в пласте при $t=0$. При $P_0 > P_*$ часто вода целиком связана в гидрат, а газ в пласте сухой. В этом случае доля воды во второй зоне $\alpha=0$ и потому во втором уравнении (5) и в (9) $m_2 = m\beta$, а в первом равенстве (6) $m_* = m(1-\beta)$ (величина $m_1 = m$).

Если в пласте не только $\alpha=0$, но и $\beta=0$, то в зоне 2 движение газа отсутствует.

В этом случае $m_2=0$, по (5) и (6) $c_2=0$, $m_* = m_1 = m$ и по (1) при $k_2 = A m_2^{3-4}$ величина $a_2=0$, а из (8) $\xi = \infty$. Тогда давление P_1 выражается по (7), давление $P_2 = P_0$, а из (9) и (10) получаются два следующих уравнения:

$$\lambda_* \Phi(\lambda_*) \exp(\lambda_*^2) = N_1 \frac{P_c}{P_*} \quad (12)$$

$$c_1 = \frac{\lambda_* m \rho_m}{\lambda_* + N_1}, \quad N = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{P_*^2 - P_c^2}{P_c P_*}$$

Зная величины m , P_* , P_c и $P_g = 0,5 (P_* + P_c)$, из уравнений (12) находим λ_* , c_1 . По значениям c_1 из (11) определяется насыщенность газом зоны разложения гидрата ε .

Дебит газа во всех рассмотренных случаях определяется по уравнению

$$Q = \frac{k_1}{\mu_1} H \frac{\partial p_1(0, t)}{\partial x} = \frac{kH}{2\rho_c g P_c} \frac{(P_*^2 - P_c^2)}{\sqrt{\pi a_1 t} \Phi(\lambda_*)}, \quad k = \frac{k_1}{\mu_1} \rho_c g$$

где k — коэффициент фильтрации, H — мощность пласта, g — ускорение силы тяжести, ρ_c — плотность газа при давлении P_c , а величины P_* и λ_* определяются по предыдущему.

ЛИТЕРАТУРА

1. Полубарина-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977.
2. Веригин Н. Н. Нагнетание вязких растворов в горные породы в целях повышения прочности и водопроницаемости оснований гидротехнических сооружений. — Изв. АН СССР. Отд. техн. н., 1952, № 5, с. 674–687.
3. Веригин Н. Н., Хабибуллин И. Л., Халиков Г. А. Линейная задача о разложении гидратов газа в пористой среде. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 1, с. 174–177.

Москва

Поступила в редакцию
28.X.1980

УДК 533.6.011.8

К РАСЧЕТУ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В СОПЛЕ ЛАВАЛЯ ПРИ НАЛИЧИИ НЕРАВНОВЕСНЫХ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

ИВАНОВ М. Я., САЛЬНИКОВ В. А.

С помощью явной дивергентной разностной схемы третьего порядка аппроксимации по пространственным переменным рассчитаны двумерные стационарные течения вязкого и нетеплопроводного газа в сужающихся-расширяющихся соплах при наличии неравновесных физико-химических процессов. Продемонстрирована структура течения трехкомпонентной колебательно-неравновесной смеси газов в плоских

соплах Лавала с различными радиусами скругления профиля сопла в окрестности критического сечения.

К настоящему времени в области численного исследования неравновесных течений в соплах достигнут значительный прогресс. Подробную библиографию работ по указанному направлению можно найти в монографиях [1–3]. Дополнительно отметим некоторые последние работы по расчету двумерных течений смеси газов в соплах с релаксацией колебательной энергии. Так, чисто сверхзвуковые течения рассчитывались в [4–7], смешанные до- и сверхзвуковые течения – в [8–11].

В данной работе исследование движения релаксирующей смеси газов в соплах проведено на основе высокоточного метода, разработанного в [12] для решения прямой задачи теории сопла Лавала. Рассмотрено влияние величины радиуса скругления в горле плоского сопла на процесс замораживания колебательных степеней свободы движущейся смеси. Метод предполагает отсутствие интенсивных источников тепловыделения в рассматриваемой области течения.

1. Рассматривается смешанное плоское или осесимметричное течение в сопле Лавала релаксирующей смеси газов. Предполагается, что в среде протекают необратимые физико-химические процессы, которые характеризуются изменением N безразмерных параметров $q(q_1, q_2, \dots, q_N)$. Вместе с давлением p и плотностью ρ эти параметры определяют неравновесное состояние среды.

Изменение q описывается уравнениями

$$\frac{dq_n}{dt} = \Phi_n(p, \rho, q), \quad n=1, 2, \dots, N \quad (1.1)$$

$$i=i(p, \rho, q) \quad (1.2)$$

где d/dt – полная производная по времени, Φ_n – известные функции p , ρ и q , i – энтальпия смеси. Заметим, что уравнение (1.1) охватывает широкий круг возможных неравновесных процессов: химические реакции, возбуждение внутренних степеней свободы, передачу колебательной энергии между молекулами компонент смеси газов и др.

Полная система нестационарных двумерных дивергентных уравнений, описывающая плоское $v=0$ или осесимметричное $v=1$ течение невязкого и нетеплопроводного газа, интегрируется численно по явной конечно-разностной схеме третьего порядка аппроксимации по пространственным переменным [12]. При этом одновременно рассчитываются уравнения кинетики, которые с учетом (1.1) также представляются в дивергентной форме

$$\frac{\partial \rho q_n}{\partial t} + \frac{\partial \rho u q_n}{\partial x} + \frac{\partial \rho v q_n}{\partial y} = \rho \Phi_n - v \frac{\rho v q_n}{y}, \quad n=1, 2, \dots, N \quad (1.3)$$

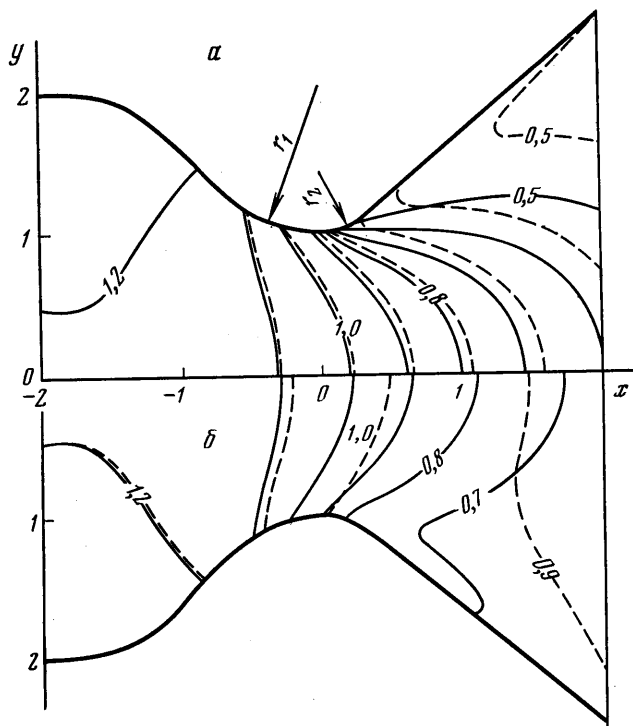
Здесь через u и v обозначены проекции вектора скорости w на оси x и y декартовой системы координат.

Все необходимые сведения об использованном методе численного решения прямой задачи о течении газа в сопле Лавала содержатся в [12]. Для увеличения допустимого шага численного интегрирования τ уравнений кинетики (1.3) в настоящей работе применялся метод, предложенный в [13, 14] и состоящий в разложении источников членов Φ_n в ряд по q_n до производных первого порядка включительно. При этом предполагается отсутствие интенсивных источников тепловыделения в рассматриваемой области течения. Данный метод позволил увеличить шаг τ до значения, определяемого из условия устойчивости использованной разностной схемы [12], и существенно сократил требуемые затраты машинного времени.

2. Ниже представлены результаты расчетов смешанного стационарного течения трехкомпонентной колебательно-неравновесной смеси газов CO_2 , N_2 и He в плоских соплах Лавала. Использована кинетическая модель обмена колебательной энергией, подробно описанная в монографии [2]. В качестве параметров q_n , характеризующих неравновесное состояние смеси, выбираются средние числа колебательных квантов в расчете на один тип колебаний молекулы (без вырождения), представляющие собой безразмерные колебательные энергии соответствующих типов колебаний.

Расчеты проведены для смеси 10% CO_2 +50% N_2 +40% He с показателем адиабаты $\kappa=1,476$. Использованная разностная сетка содержала 1600 ячеек, что обеспечивало точность вычислений порядка 0,5%. Время счета одного варианта составляло 2 ч. За характерный размер длины выбрана полувысота критического сечения сопла.

Контуры рассматриваемых сопел в дозвуковой части образованы отрезком прямой, параллельным оси x со значением ординаты, равным 2. Затем следовала дуга окружности радиуса 1, переходящая в коническую сужающуюся часть с углом наклона в 45° . Окрестность горла сопла образована двумя дугами окружностей с радиусами r_1 (до критического сечения) и r_2 (после критического сечения). Конту-



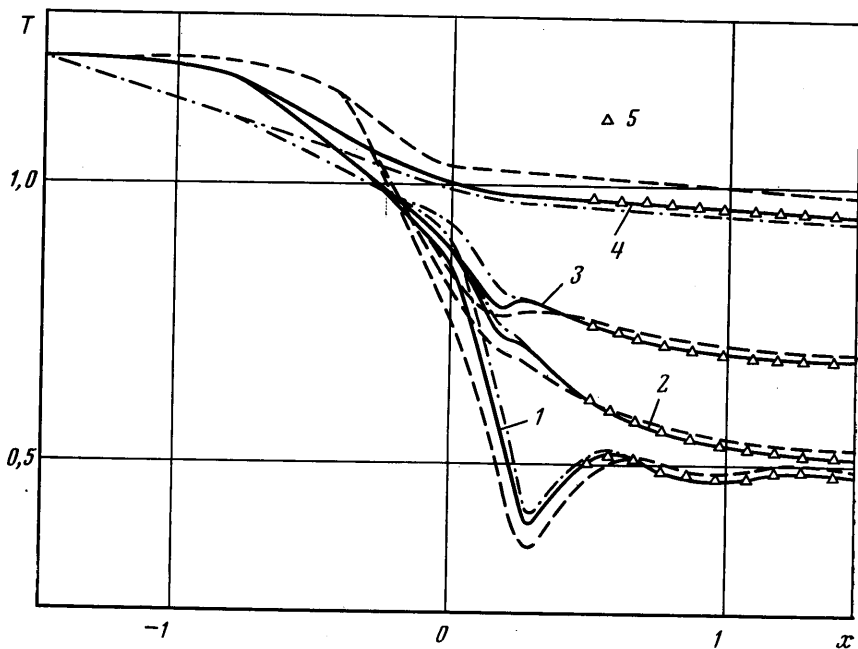
Фиг. 1

ры рассчитанных трех сопел отличались значением $r_1=0,5; 1,0$ и $2,0$ и имели одинаковую сверхзвуковую часть с $r_2=0,4$. Выходной расширяющийся участок сопла образован дугой окружности радиуса 124 , который плавно сопрягался в точке с углом наклона 40° с предыдущей дугой радиуса r_2 .

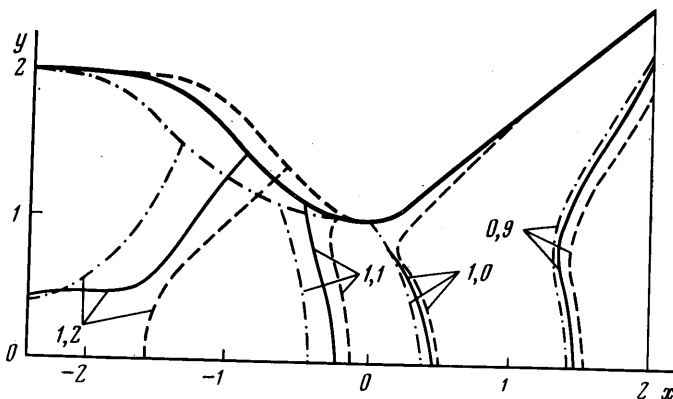
На фиг. 1 представлены результаты расчетов для сопла с $r_1=1,0$. Приведены линии постоянства через $\Delta T=0,1$ безразмерной температуры T поступательных и вращательных степеней свободы молекул и безразмерной колебательной температуры T_2 дважды вырожденного симметричного деформационного типа колебаний молекул CO_2 (соответственно сплошные и штриховые линии на фиг. 1, а), линии постоянства безразмерной колебательной температуры T_3 антисимметричного валентного типа колебаний молекулы CO_2 и безразмерной колебательной температуры азота T_4 (соответственно сплошные и штриховые линии на фиг. 1, б). Значения температур отнесены к критической величине температуры T_* поступательных и вращательных степеней свободы молекул. Отметим существенную неоднородность поля течения в окрестности критического сечения сопла. Замораживание колебательных энергий молекул N_2 и CO_2 начинается в докритической зоне течения, причем около стенки сопла, где ускорение потока превышает свое значение около оси, этот процесс протекает более интенсивно. В показанной сверхзвуковой зоне течения в окрестности оси значения колебательных температур T_2 и T_3 незначительно отличаются от температуры T .

На фиг. 2 в зависимости от координаты x приведены распределения поступательной T и колебательных T_2, T_3 и T_4 температур (соответственно кривые, обозначенные цифрами 1-4) на стенке сопел при $r_1=1,0$ (сплошные линии), $r_1=0,5$ (штриховые линии) и $r_1=2,0$ (штрихпунктирные линии). Наблюдается более интенсивное замораживание колебательной температуры азота в трансзвуковой области при меньших значениях r_1 , однако этот эффект уменьшается в сверхзвуковой области и уже на расстоянии $x=2$ не превышает 3%. Дополнительно на фиг. 2 приведены результаты численного решения, полученные для сверхзвуковой области по методу работы [5] в сопле $r_1=1,0$ (5). Исходные данные для этого расчета задавались в поперечном сечении сопла с координатой $x=0,5$.

На фиг. 3 представлены линии $T_i=\text{const}$ для рассчитанных трех вариантов сопел с $r_1=0,5$ (штриховые линии), $r_1=1,0$ (сплошные линии) и $r_1=2,0$ (штрихпунктирные линии). Рассматриваемое отличие в профилировке дозвуковых частей сопел существенного влияния на кинетику сверхзвукового потока не оказывает. Приведен-



Фиг. 2



Фиг. 3

ные результаты качественно согласуются с экспериментальными данными из [15] по исследованию влияния сопла на процесс замораживания колебательных энергий молекул.

Авторы признательны А. Н. Крайко и Ю. В. Курочкину за полезные советы и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хайлов В. М. Химическая релаксация в соплах реактивных двигателей. М.: Машиностроение, 1975. 158 с.
2. Лосев С. А. Газодинамические лазеры. М.: Наука, 1977. 335 с.
3. Андерсон Дж. Газодинамические лазеры. М.: Мир, 1979. 202 с.
4. Левин В. А., Туник Ю. В. Движение релаксирующей смеси газов в двумерных плоских соплах. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 1, с. 118–125.
5. Иванов М. Я., Смагин Н. И. К расчету двумерных сверхзвуковых течений при наличии физико-химических процессов. — В кн.: Численные методы механики сплошной среды. 1978, т. 9, № 6, с. 68–76.

6. *Ворожцов Е. В., Ермолин Н. Е., Фомин В. М.* Расчет двумерных химически неравновесных смесей газов в соплах и струях.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды, 1979, т. 10, № 2, с. 30–39.
7. *Курочкин Ю. В., Смагин Н. И.* Численное исследование двумерного распределения инверсной населенности и показателя усиления при сверхзвуковом расширении смеси $\text{CO}_2\text{—N}_2\text{—He}$.— Квантовая электроника, 1979, т. 6, № 6, с. 1192–1198.
8. *Бреев В. В., Минин С. Н., Пирумов У. Г., Шевченко В. Р.* Течение смеси газов с релаксацией колебательной энергии в плоских и осесимметричных соплах.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 5, с. 125–131.
9. *Бирюков А. С., Сериков Р. И., Старик А. И., Шелепин Л. А.* Влияние неоднородностей параметров потока на характеристики рабочих сред CO_2 - и N_2O -газодинамических лазеров.— Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 4, с. 787–792.
10. *Дрегаллин А. Ф., Жукова Н. К.* К расчету двумерных энергетически неравновесных течений.— В кн.: Газодинамика двигателей летательных аппаратов. Казань, 1979, № 1, с. 12–18.
11. *Рычков А. Д.* Об одном подходе к расчету течения идеального газа в соплах Лавалля методом установления с учетом неравновесно протекающих физико-химических процессов.— В кн.: Аэродинамика. Томск, 1979, с. 27–31.
12. *Иванов М. Я., Идиятуллина Ф. Л.* К расчету гладких стационарных течений идеального газа методом третьего порядка точности.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1978, т. 18, № 4, с. 996–1006.
13. *Крайко А. Н.* К численному интегрированию уравнений с малым параметром: при старшей производной.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1969, т. 9, № 2, с. 438–442.
14. *Крайко А. Н.* О расчете неравновесного течения газа в соплах Лавалля.— Науч. тр. И-т мех. Моск. ун-та, 1973, № 21, с. 31–34.
15. *Greenberg R. A., Schneiderman A. M., Ahouse D. R., Parmentier E. M.* Rapid expansion nozzles for gas dynamic lasers.— AIAA Journal, 1972, v. 10, № 11, p. 1494–1498.

Москва

Поступила в редакцию
24.XI.1980.

УДК 533.6.011.8

РАСЧЕТ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ОКРЕСТНОСТИ ТЕЛ, ОБТЕКАЕМЫХ СВОБОДНОМОЛЕКУЛЯРНЫМ ПОТОКОМ

БАСС В. П., БРАЗИНСКИЙ В. И.

Исследованию распределения газодинамических параметров в окрестности тел, обтекаемых потоком разреженного газа при больших числах Кнудсена, посвящено значительное количество работ (см., например, [1–3]). В большинстве случаев рассматривается возмущение концентрации газа возле тел сравнительно простой формы и при упрощенных начальных и граничных условиях. В литературе практически отсутствуют расчеты других макроскопических параметров, потребность в которых в последнее время значительно возросла в связи с необходимостью понимания физических процессов, происходящих в окрестности космических аппаратов.

В настоящей работе рассматривается обтекание произвольного выпуклого неподвижного тела свободномолекулярным потоком разреженного газа при отсутствии внешних сил. Невозмущенный поток считается равновесным с максвелловской функцией распределения молекул по скоростям (здесь и в дальнейшем используются общепринятые обозначения (см., например, [3]))

$$f_{\infty} = n_{\infty} (2\pi RT_{\infty})^{-3/2} \exp [-(v - V_{\infty})^2 (2RT_{\infty})^{-1}] \quad (1)$$

В качестве граничных условий на поверхности тела выбрана зеркально-диффузная схема взаимодействия газа с непроницаемой и неизлучающей поверхностью

$$f_r = (1 - \sigma) f_{\infty} (v - 2v_n \mathbf{n}) + \frac{\sigma n_r}{(2\pi RT_r)^{3/2}} \exp \left[-\frac{v^2}{2RT_r} \right] \quad (2)$$

$$n_r = n_{\infty} \sqrt{T_{\infty}/T_r} \Psi(S_{\infty n})$$

Здесь σ — коэффициент диффузности, \mathbf{n} — нормаль к поверхности тела.