

В случае произвольной неизотропной поверхности раздела зависимости потоков от сил значительно усложняются, при этом каждая компонента потока будет зависеть от всех компонент термодинамических сил.

Приведенные уравнения движения пленок ПАВ должны решаться совместно с уравнениями движения объемных фаз, имеющих обычный вид [18].

При некоторых специальных предположениях двумерные уравнения существенно упрощаются и принимают вид известных в гидродинамике граничных условий на поверхности раздела жидкостей.

В заключение отметим, что сопоставление рассматриваемой здесь теории с экспериментом [1] в настоящее время не представляется возможным ввиду отсутствия количественных экспериментальных результатов. Вместе с тем приведенные в данной работе уравнения показывают, какие именно величины и связи между ними должны исследоваться в эксперименте. Отметим также, что представляет интерес вывод уравнений движения пленок ПАВ с концентрированными несжимаемыми островками конденсации молекул.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адамсон А. У. Физическая химия поверхностей. М.: Мир, 1979, 568 с.
2. Лайтфут Э. Явления переноса в живых системах. М.: Мир, 1977, 520 с.
3. Harper J. F. On bubbles with small immobile adsorbed films rising in liquids at low Reynolds numbers.— J. Fluid Mech., 1973, v. 58, № 3, p. 539–545.
4. Scriven L. E. Dynamics of a fluid interface.— Chem. Eng. Sci., 1960, v. 12, № 2, p. 98.
5. Slattery J. C. Surfaces. 1. Momentum and moment-of-momentum balances for moving surfaces.— Chem. Eng. Sci., 1964, v. 19, № 6, p. 379–385.
6. Higgins B. Q., Scriven L. E. Interfacial shape and evolution equations for liquid films and other viscopillary flows.— Ind. and Eng. Chem. Fundam., 1979, v. 18, № 3, p. 208–215.
7. Kovacs J. Non-equilibrium thermodynamics et interfacial systems.— Physica, 1977, v. 86A, № 1, p. 1–204.
8. Bedeaux D., Albano A. M., Mazur P. Boundary conditions and non-equilibrium thermodynamics.— Physica, 1975, v. 82, A, № 3, p. 319–476.
9. Moeckel G. P. Thermodynamics of an interface.— Arch. Rat. Mech. Anal., 1974, v. 57, p. 255–280.
10. Napolitano L. G. Thermodynamics and dynamics of surface phases.— Acta Astronaut., 1979, v. 6, № 9.
11. Napolitano L. G. Thermodynamics and dynamics of pure interfaces.— Acta Astronaut., 1978, v. 5, № 9, p. 655–670.
12. Lindsay K. A., Straughan B. A thermodynamics viscous interface theory and associated stability problems.— Arch. Rat. Mech. Anal., 1979, v. 71, № 4, p. 307–326.
13. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971. 536 с.
14. Резерфорд С. А. К вопросу о континуальных моделях суспензий.— ПММ, 1978, т. 42, вып. 4, с. 679–688.
15. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
16. Сокольников И. С. Тензорный анализ. М.: Наука, 1971. 374 с.
17. Русанов А. И. Фазовые равновесия и поверхностные явления. Л.: Химия, 1967. 388 с.
18. Гроот С. Р. де, Мазур П. Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964. 456 с.

Саранск

Поступила в редакцию
24.XI.1980

УДК 532.546

О ВИХРЕ ПОЛЯ СКОРОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ В СРЕДЕ СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

ШВИДЛЕР М. И.

При изучении кинематики и динамики жидкостей и газов в пористой среде в современной теории фильтрации традиционен уровень рассмотрения, оперирующий такими статистическими понятиями, как скорость фильтрации, среднее давление и т. д. При этом остаются вне рассмотрения чрезвычайно нерегулярные характеристики движения жидких частиц в разветвленной системе поровых каналов. Под частицей при таком уровне осреднения естественно подразумевать достаточно большую часть порового пространства, занятого жидкостью или газом. Перемещение таких частиц в пространстве, вообще говоря, сопровождается и их вращением. Следует ожидать, что механизм вращения жидких частиц в существенной степени определя-

ет характеристики переноса примеси, транспортируемой потоком, и, следовательно, представляет интерес изучение вихря поля скорости фильтрации.

Далее в корреляционном приближении теории возмущений рассматривается поле вихря скорости фильтрации в среде со случайными неоднородностями. Вычисляется корреляционный тензор вихря, корреляция вихря с полем проницаемости, циркуляция скорости для пространственных и плоских течений.

1. Введем в рассмотрение вектор Ω – вихрь поля скорости фильтрации

$$\Omega = \nabla \times V \quad (1.1)$$

Как известно [1], компоненты $\Omega/2$ определяют угловые скорости собственного вращения частиц относительно соответствующих осей координат.

Рассмотрим поле вихря квазиоднородного стохастически однородного фильтрационного течения в среде со случайной проницаемостью и постоянной неслучайной пористостью. Средний вихрь такого течения $\langle \Omega \rangle$ равен нулю. Действительно, $\langle \Omega \rangle = \nabla \times \langle V \rangle$, а так как течение стохастически однородно, $\langle V \rangle = V_0 = \text{const}$ и, следовательно, $\langle \Omega \rangle = 0$.

Пусть средняя скорость течения направлена вдоль оси x_1 декартовой системы координат x_1, x_2, x_3 . Тогда компоненты скорости фильтрации можно представить так:

$$V_1 = V_0 + V', \quad V_0 = \langle V \rangle, \quad V_2 = V_2', \quad V_3 = V_3', \quad \langle V_2 \rangle = \langle V_3 \rangle = 0 \quad (1.2)$$

Предполагая, что выполнен закон Дарси $V = -k \nabla p$, а давление p и проницаемость k представлены в виде

$$p = p_0 + p_1, \quad p_0 = \langle p \rangle, \quad k = k_0 + k', \quad k_0 = \langle k \rangle,$$

в рамках первого приближения теории возмущений для флуктуаций скорости будем иметь

$$V_1' = - \left(k' \frac{\partial p_0}{\partial x_1} + k_0 \frac{\partial p_1}{\partial x_1} \right), \quad V_2' = -k_0 \frac{\partial p_1}{\partial x_2}, \quad V_3' = -k_0 \frac{\partial p_1}{\partial x_3} \quad (1.3)$$

Подставив соотношения (1.3) в формулу (1.1), получим

$$\Omega_1 = 0, \quad \Omega_i = (-1)^{i+1} \alpha \partial k' / \partial x_i, \quad \alpha = \partial p_0 / \partial x_1, \quad i = 2, 3 \quad (1.4)$$

Таким образом, при фильтрации жидкие частицы (макрочастицы) не вращаются около оси, направленной вдоль среднего течения.

Вычислим корреляционный тензор вихря

$$\Omega^{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle \Omega_i(\mathbf{r}_1) \Omega_j(\mathbf{r}_2) \rangle \quad (1.5)$$

Подставив в (1.5) выражения (1.4), найдем

$$\Omega^{i1} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.6)$$

$$\Omega^{22} = \alpha^2 \frac{\partial^2 K}{\partial x_{31} \partial x_{32}}, \quad \Omega^{33} = \alpha^2 \frac{\partial^2 K}{\partial x_{21} \partial x_{22}}, \quad \Omega^{23} = -\alpha^2 \frac{\partial^2 K}{\partial x_{22} \partial x_{31}}$$

Здесь $K(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle k'(\mathbf{r}_1) k'(\mathbf{r}_2) \rangle$ – корреляционная функция поля проницаемости, символ x_{iq} означает, что дифференцирование в (1.6) производится по i -той переменной, относящейся к q -точке.

Если $K = D \exp[-|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2/a^2]$, корреляции (1.6) имеют вид

$$\Omega^{22} = \frac{2\zeta^2 V_0^2}{a^2} \left[1 - 2 \frac{x_3^2}{a^2} \right] \psi, \quad \Omega^{33} = \frac{2\zeta^2 V_0^2}{a^2} \left[1 - 2 \frac{x_2^2}{a^2} \right] \psi \quad (1.7)$$

$$\Omega^{23} = -4\zeta^2 V_0^2 \psi x_2 x_3 a^{-4}, \quad \zeta^2 = D/k_0^2, \quad \psi = \exp(-r^2/a^2), \quad r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$$

Отсюда для одноточечных корреляций ($r=0$) получим

$$\Omega^{11} = 0, \quad \Omega^{22} = \Omega^{33} = 2\zeta^2 V_0^2 a^{-2}, \quad \Omega^{ij} = 0, \quad i \neq j \quad (1.8)$$

При рассмотрении фильтрации в неограниченной среде со случайными неоднородностями естественно считать внутренним временным масштабом переноса величину $T = am/V_0$. Как видно из соотношений (1.8), внутренний временной масштаб вращения τ имеет порядок $am/\zeta V_0 \sqrt{2}$. Отношение этих масштабов характеризует относительную роль механизмов переноса и вращения. Имеем $T/\tau = m\zeta \sqrt{2}$ и при ζ порядка единицы отношение характерных времен указывает на значимость механизма вращения.

Рассматривая корреляции вектора вихря с другими элементами фильтрационного поля, можно показать, что все одноточечные моменты равны нулю, в то время как разноточечные моменты могут отличаться от нуля.

Перейдем к анализу плоской задачи. Положив в (1.2) формально $V_3' = 0$, получим

$$\Omega_1 = \Omega_2 = 0, \quad \Omega_3 = \alpha \partial k' / \partial x_2 \quad (1.9)$$

Отсюда следует

$$\langle \Omega^2(r) \rangle = 2\zeta^2 V_0^2 a^{-2} [1 - 2(x_2^2/a^2)] \exp(-r^2/a^2) \quad (1.10)$$

Анализ формулы (1.10) показывает, что для любой точки на плоскости (x_1, x_2) существует полоса шириной $a\sqrt{2}$ и ориентированная вдоль первой оси (т. е. параллельно скорости среднего течения), внутри которой вихри положительно коррелируют с вихрем в этой точке, расположенной на средней линии полосы. Вне полосы вихри с центральным вихрем коррелируют отрицательно.

Для корреляции вихря и проницаемости имеем

$$\langle \Omega k' \rangle = 2k_0 V_0 \zeta^2 a^{-2} x_2 \exp(-r^2/a^2) \quad (1.11)$$

т. е. вихрь не коррелирует с проницаемостью в точках, лежащих на прямой, параллельной средней скорости, корреляция с проницаемостью в точках, лежащих по разные стороны от этой прямой, имеет разные знаки.

2. Важной характеристикой вихревого течения является циркуляция скорости по некоторому замкнутому контуру с ориентированным элементом $d\sigma$, которая, согласно теореме Стокса, определяется соотношением

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{V} \cdot d\sigma = \int_{\Sigma} \Omega \cdot \mathbf{n} \, ds \quad (2.1)$$

Здесь Σ — произвольная поверхность, натянутая на контур C , ds — элемент этой поверхности, \mathbf{n} — единичный вектор нормали к поверхности.

Рассмотрим плоское течение, а в качестве контура C выберем прямоугольник со сторонами $2l$ и $2b$, ориентированными вдоль первой и второй оси соответственно. Из формул (1.9), (2.1) следует

$$\Gamma = \alpha \int_{-l}^l [k'(x, b) - k'(x, -b)] dx \quad (2.2)$$

Отсюда для дисперсии циркуляции получим

$$\langle \Gamma^2 \rangle = 2\alpha^2 \int_{-l}^l \int_{-l}^l [K(x, x', b, b) - K(x, x', b, -b)] dx dx' \quad (2.3)$$

Пусть $K = D \exp(-r^2/a^2)$. Тогда, выполнив интегрирование в (2.3), найдем

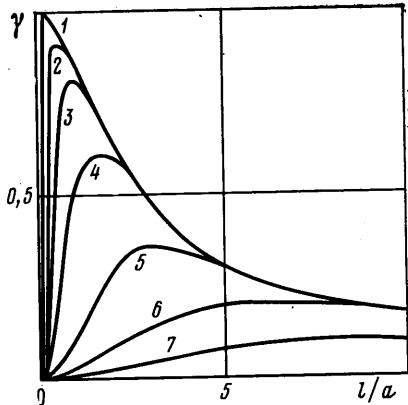
$$\langle \Gamma^2 \rangle = D\alpha^2 l^2 [1 - \exp(-4b^2/a^2)] f(l/a), \quad f(z) = z^{-2} [z\sqrt{\pi} \operatorname{erf} z - 1 + \exp(-z^2)] \quad (2.4)$$

Графики функции $\gamma = \langle \Gamma^2 \rangle / D\alpha^2 l^2$ при $l/b = 0,01; 0,5; 1; 2; 5; 10; 20$ изображены на фигуре кривыми 1–7.

Мелко- и крупномасштабные флуктуации проницаемости мало влияют на циркуляцию. Наибольший вклад определяется неоднородностями, размер которых близок к масштабу контура, по которому вычисляется циркуляция.

В заключение отметим некоторые особенности поля вихря скорости фильтрации в неоднородных средах. В стохастически однородных средах средняя завихренность равна нулю и такие поля потенциальны. Изучение лишь средних полей в этом случае приводит к потере важных качественных особенностей потока, связанных с вихревым характером флуктуаций поля скорости, проявляющимся в механизме переноса жидкости и всякого рода примесей, особенно в сочетании с диффузией.

В отличие от сплошной жидкой среды фильтрационный поток не является носителем вихревого поля. Поле вихря жестко связано с пористой средой (ее структурой) и при установившейся фильтрации не зависит от времени. Жидкая частица имеет то вращение, которое определяется точкой пространства, в которой эта частица находится в данный момент времени.



ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. Л.—М.: Гостехиздат, 1948. 535 с.

Москва

Поступила в редакцию
28.X.1980

УДК. 532.526.3

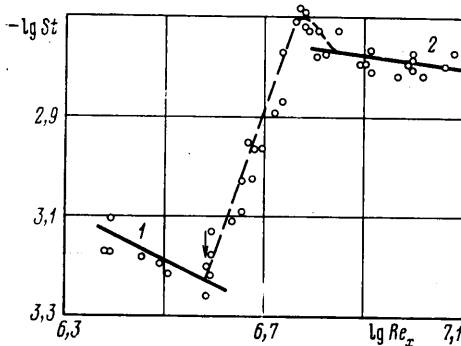
ВЛИЯНИЕ УГЛА АТАКИ НА ПЕРЕХОД ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ОСТРЫХ КРУГОВЫХ КОНУСОВ

ЮШИН А. Я.

Представлены некоторые результаты экспериментального исследования влияния угла атаки на переход в плоскости симметрии острого конуса при числе Маха $M=6,1$. На основании этих результатов и имеющихся экспериментальных данных в работе устанавливается зависимость числа Рейнольдса перехода от угла атаки на линии растекания острых круговых конусов.

Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный зависит от большого числа параметров, среди которых число Маха, угол атаки, шероховатость поверхности, степень закругления носовой части тела, температурный фактор и единичное число Рейнольдса. Эксперименты [1–5] показывают, что при сверхзвуковом обтекании острого конуса даже небольшой угол атаки приводит к существенному смещению области перехода от места ее расположения при нулевом угле атаки. Для одного и того же угла атаки она сдвигается на различное расстояние в зависимости от чисел Маха и Рейнольдса в невозмущенном потоке, а также от величины угла полураствора конуса. Эти экспериментальные результаты целесообразно представить в виде единой зависимости числа Рейнольдса перехода от угла атаки. В настоящей работе такая зависимость получена для плоскости симметрии конуса из анализа имеющихся данных и небольшого количества новых результатов.

Эти результаты получены в ударной трубе при $M=6,1$. Продолжительность стационарного режима работы трубы $\sim 0,02$ с. Полное давление составляло $7,2 \cdot 10^6$ Па, температура торможения была равна 570 К. Единичное число Рейнольдса Re_1 , вычис-



Фиг. 1

ленное по параметрам невозмущенного потока и характерному размеру 1 м, составляло $4,7 \cdot 10^7$. Величина температурного фактора, выражаемая отношением температуры поверхности модели T_w к температуре торможения, равнялась 0,51. Испытания проводились при значениях угла атаки $\alpha=0; 5$ и 10° .

Модель представляла собой круговой конус длиной $L=300$ мм с углом полураствора $\theta=10^\circ$. Модель имела острую вершину (радиус ее закругления, определенный измерительным микроскопом, равнялся приблизительно 0,1 мм).

В эксперименте определялось начало перехода на линии растекания конуса по характеру распределения теплового потока вдоль этой линии. Тепловой поток измерялся методом микротермопарных датчиков. К металлической модели была припаяна нихромовая фольга толщиной 0,1 мм, которая играла роль калориметра. С внутренней стороны к фольге приваривались микротермопары. В месте установки микротермопар в стенке полый модели были сделаны прорезы шириной 2 мм. Оба термоэлектрода каждой термопары вблизи места сварки были раскатаны до толщины 0,01 мм и обрезаны до ширины 0,4 мм. Чтобы избежать искажений формы поверхности модели, калориметр был выполнен в виде фольги, покрывающей без уступов весь измерительный участок наветренной поверхности конуса, вместо обычно применяемых калориметров в виде отдельных вкладышей. Пайка осуществлялась по всему периметру фольги, что обеспечило ее плотное прилегание к стенке модели.

Измерения высоты неровностей поверхности модели, выполненные с помощью механического индикатора с ценой деления 0,005 мм, показали, что их высота не пре-