

**О ВОЗНИКНОВЕНИИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ
ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ПРОГРЕВЕ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ
ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОМ ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ**

ЧЕРКАСОВ С. Г.

Стационарные режимы тепловой конвекции вязкопластической жидкости в плоском вертикальном слое при боковом подводе тепла рассматривались в работах [1–3]. В настоящей работе исследуются условия возникновения конвекции при нестационарном боковом подогреве вязкопластической жидкости в плоском вертикальном слое.

Рассматривается нестационарный прогрев вязкопластической жидкости в пространстве между двумя бесконечными вертикальными пластинами, одна из которых теплоизолирована, а к другой, начиная с некоторого момента времени, подводится постоянный равномерно распределенный тепловой поток. Предполагается, что в начальный момент времени жидкость прогрета равномерно.

Поскольку течение вязкопластической жидкости возможно только при условии, что величина касательного напряжения превышает предельное напряжение сдвига, то при достаточно малых временах нагрева жидкость находится в равновесии. В этом случае уравнение баланса сил можно, используя известное приближение Буссинеска [4], представить в следующем безразмерном виде (ось x направлена поперек слоя):

$$\gamma\theta + \frac{\partial\tau}{\partial x} - A = 0, \quad \theta = \frac{\lambda(T-T_0)}{qL}, \quad \gamma = \frac{\rho g \beta q L^2}{\lambda\tau_p} \quad (1)$$

Здесь τ – касательное напряжение, A – величина отклонения градиента давления от гидростатического, L – толщина слоя, T_0 – начальная температура жидкости, q – тепловой поток, g – ускорение свободного падения, τ_p – предельное напряжение сдвига, ρ , λ , β – плотность и коэффициенты теплопроводности и теплового расширения жидкости. В качестве масштабов безразмерных величин взяты: L – масштаб длины, τ_p – масштаб касательного напряжения и давления.

Безразмерная температура θ определяется из уравнения теплопроводности со следующими граничными и начальными условиями:

$$\frac{\partial\theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial\theta}{\partial x} \Big|_{x=1} = 1, \quad \theta \Big|_{Fo=0} = 0 \quad (3)$$

где Fo – число Фурье. Отметим, что касательное напряжение τ и температура θ зависят от безразмерного времени Fo и координаты x , а параметр A – только от числа Фурье.

Условия отсутствия течения вязкопластической жидкости имеют вид

$$|\tau| \leq 1 \quad (0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq Fo \leq Fo_*) \quad (4)$$

где Fo_* – безразмерное время начала конвекции. Будем предполагать, что скорость конвективного течения удовлетворяет условиям прилипания и замкнутости потока

$$v \Big|_{x=0} = v \Big|_{x=1} = 0, \quad \int_0^1 v \, dx = 0 \quad (5)$$

Покажем, что в этом случае в момент начала конвекции $Fo = Fo_*$ равенство в формуле (4) выполняется в трех точках. Предположим противное. Пусть, для определенности, в момент времени $Fo = Fo_*$ имеют место соотношения $\tau \Big|_{x=x_1} = 1$, $|\tau \Big|_{x \neq x_1} < 1$. Тогда в момент времени $Fo = Fo_* + \delta$ (δ – малое число) имеется малая

область в окрестности точки $x=x_1$, где $\tau > 1$ и, следовательно, $\partial v / \partial x > 0$, а в остальной части слоя $|\tau| \leq 1$ и $\partial v / \partial x = 0$. Легко видеть, что в этом случае не могут быть выполнены условия прилипания на обеих границах слоя. Если же в момент времени $Fo = Fo_*$ равенство $|\tau| = 1$ выполняется в двух точках, причем знак напряжения в этих точках различен, то при $Fo = Fo_* + \delta$ условия прилипания могут выполняться, однако в этом случае скорость во всем слое имеет одинаковый знак, что противоречит условию замкнутости потока. Поэтому все условия (5) выполняются при возникновении конвекции только тогда, когда равенство в формуле (4) при $Fo = Fo_*$ выполняется по крайней мере в трех точках, причем знак напряжения в этих точках не может быть одинаковым.

Поскольку параметр A зависит только от числа Фурье, а температура θ монотонно увеличивается с координатой x при рассматриваемых граничных и начальных условиях (3), то из уравнения баланса сил (1) следует, что касательное напряжение τ монотонно увеличивается при $x < x_1$ и монотонно уменьшается при $x > x_1$ и, следовательно, в момент времени $Fo = Fo_*$ выполняются равенства

$$\tau|_{x=0} = 1, \quad \tau|_{x=x_1} = 1, \quad \tau|_{x=1} = -1 \quad (6)$$

Так как в точке $x = x_1$ касательное напряжение имеет максимум, то из уравнения (1) следует

$$A = \gamma \theta|_{x=x_1} \quad (7)$$

С другой стороны, интегрируя уравнение (1) от $x=0$ до $x=1$ и учитывая (6), получим, что в момент времени $Fo = Fo_*$ выполняется соотношение

$$A = \gamma \int_0^1 \theta dx = \gamma \langle \theta \rangle \quad (8)$$

где $\langle \theta \rangle$ — средняя температура жидкости. Интегрируя уравнение (2) с граничными и начальными условиями (3), получим $\langle \theta \rangle = Fo$. Таким образом, из формул (7), (8) следует

$$\theta|_{x=x_1} = Fo, \quad A|_{Fo=Fo_*} = \gamma \cdot Fo_* \quad (9)$$

Интегрируя уравнение (1) от $x=0$ до $x=x_1$ в момент времени $Fo = Fo_*$ и учитывая (6) и второе соотношение (9), получим

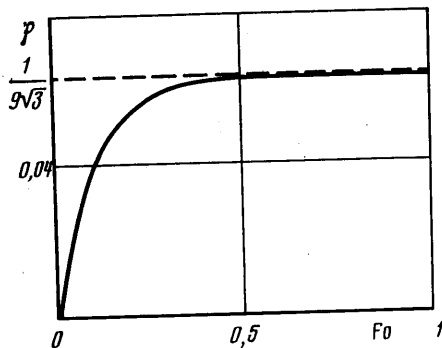
$$\Phi|_{Fo=Fo_*} = \left(Fo x_1 - \int_0^{x_1} \theta dx \right) \Big|_{Fo=Fo_*} = \frac{2}{\gamma} \quad (10)$$

Из этого уравнения определяется время начала конвекции Fo_* . Отметим, что Φ является функцией только числа Фурье, так как координата x_1 определяется полем температуры (9). При больших временах прогрева поле температуры приближается к квазистационарному распределению [5]

$$\theta = \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{6} + Fo$$

При этом функция Φ стремится к постоянной величине $1/9\sqrt{3}$. Этот факт указывает на то, что уравнение (10) не имеет решений для достаточно малых значений параметра γ . Физически это означает, что существует пороговое значение γ_* параметра γ , такое, что при $\gamma < \gamma_*$ конвекция возникнуть не может, независимо от времени прогрева. Пороговое значение γ_* определяется из уравнения (10) с учетом предельного значения функции Φ : $\gamma_* = 18\sqrt{3}$.

В случае $\gamma > \gamma_*$ время начала конвекции определяется из уравнения $\Phi(Fo) = 2/\gamma$. На фигуре показана функция $\Phi(Fo)$, полученная на основе численного решения уравнения теплопроводности (2) с граничными и начальными условиями (3). Численное решение получено на равномерной сетке с шагом $\Delta x = 0,01$ с использованием неявной разностной схемы. Интеграл в формуле (10) вычислялся методом трапеций.



ЛИТЕРАТУРА

1. Янг Веней, Е. Сучень. Свободная конвекция пластика Бингама между двумя вертикальными пластинами.— Тр. Америк. об-ва инж.-механ. Сер. С. Теплопередача, 1965, т. 87, № 2, с. 189—190.
2. Черкасов С. Г. О комбинированной конвекции вязкопластической жидкости в плоском вертикальном слое.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 6, с. 111—113.
3. Любимова Т. П., Любимов Д. В. Стационарная конвекция вязкопластической жидкости в вертикальном слое.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 2, с. 118—123.
4. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972, 392 с.
5. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 599 с.

Москва

Поступила в редакцию
23.X.1980

УДК 532.5

ГИДРОДИНАМИКА ПЛЕНОК ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ

ТАКТАРОВ Н. Г.

Исследование движения пленок поверхностно-активных веществ (ПАВ), изменяющих поверхностное натяжение на поверхности раздела двух жидкостей или жидкости и газа, представляет большой интерес для химической технологии [1], а также во многих биологических процессах [2]. Влияние ПАВ на движение жидкости связано с изменением граничных условий на поверхности раздела фаз, при этом движущаяся пленка ПАВ увлекает за собой прилегающий слой жидкости [1—3].

Эксперименты показывают [1], что достаточно концентрированные пленки ПАВ имеют не однородную структуру, а состоят из агрегатов конденсированных молекул. Области двумерной конденсации аналогичны обычным трехмерным каплям в многофазных смесях, т. е. представляют собой двумерные капли. Эти двумерные капли обмениваются молекулами как с окружающей их пленкой ПАВ, так и с прилегающей жидкостью в объеме. Таким образом, пленки ПАВ следует рассматривать как многофазные.

Однокомпонентные и многокомпонентные однофазные пленки ПАВ исследовались в работах [4—12]. Различные модели многокомпонентных однофазных пленок рассматривались В. В. Гогосовым и Чыонг За Бинем¹. Гидродинамика объемных многофазных смесей рассматривается в работах [13—15].

В работе приведен вывод уравнений, описывающих движение пленки ПАВ, находящейся на поверхности раздела двух объемных фаз. Вещество пленки предполагается состоящим из m двумерных фаз и n компонент, химически реагирующих между собой. Вещество объемных фаз предполагается однофазным и состоящим из n компонент, адсорбирующихся и десорбирующихся на поверхности раздела. Поверхность раздела обменивается с объемом веществом, импульсом и энергией и является, таким образом, открытой системой. Посредством методов термодинамики неравновесных процессов получены выражения для двумерных тензоров напряжения всех фаз, потоков диффузии ПАВ в двумерных фазах, потоков тепла внутри фаз и теплообмена между фазами, скоростей поверхностных химических реакций и двумерных фазовых переходов, скоростей изменения площади, занимаемой двумерными фазами на поверхности раздела, скоростей адсорбции (десорбции) молекул из объемных растворов на поверхности, притоки тепла из объема к поверхности, силы трения двумерных фаз с прилегающим объемом, а также силы трения между двумерными фазами. Поверхностные величины определены согласно работе [9], а не как избыточные величины в методе Гиббса [1].

Уравнение поверхности раздела запишем в виде

$$x^r = x^r(u^\alpha, t); \quad r=1, 2, 3; \quad \alpha=1, 2$$

где x^r — криволинейные координаты, в которых рассматривается движение объемных фаз и поверхности раздела, а u^α — двумерные координаты на поверхности раздела. Координаты u^α выберем так, чтобы имело место равенство [9]

$$\partial x^r / \partial t = u_{,\alpha} n^r \quad (1)$$

¹ В. В. Гогосов, Чыонг За Бинь. Доклад на семинаре Л. И. Седова.