

УДК 533.6.011.8

## МЕДЛЕННОЕ ОБТЕКАНИЕ СИЛЬНО НАГРЕТОЙ СФЕРЫ ПРИ ВДУВЕ И ИСПАРЕНИИ С ЕЕ ПОВЕРХНОСТИ

БОРИС А. Ю.

Решается задача о совместном влиянии вдува (испарения) и больших перепадов температуры на течение около сферы и на действующую на нее силу с учетом барнеттовских температурных напряжений в уравнении импульса. Предполагается, что числа Рейнольдса, рассчитанные соответственно по скорости вдува и натекающего потока имеют порядок  $Re_w \sim 1$  и  $Re_\infty \ll 1$ . Перепад температуры задается граничными условиями — постоянной на поверхности сферы температурой  $T_w \neq T_\infty$  ( $\nabla T/T \sim 1$ ). Задача решается методом срачивания асимптотических разложений по малому параметру  $Re_\infty$ . Уравнения сводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которые численно решаются методом ортогональной прогонки [1].

Получено, что при некоторых условиях сопротивление сферы может становиться отрицательным.

В работах [2, 3] методом срачиваемых асимптотических разложений было проведено аналитическое решение задач об изотермическом обтекании сферической частицы со вдувом. В работе [2] для случая  $Re_\infty \ll 1$  и  $Re_w Re_\infty \ll 1$  было получено выражение для сопротивления сферы в зависимости от  $Re_w$  в виде двух членов разложения по малому параметру  $\varepsilon = u_\infty/u_w$ . В работе [3] в предположении, что  $Re_\infty < 1$  и  $Re_w < Re_\infty$ , получены во втором приближении решения для профиля скоростей и коэффициента сопротивления. То, что решение представлено двумя членами разложения, фактически означает, что  $Re_w$  мало. В обеих работах было получено, что вдув уменьшает сопротивление сферы.

В работах [4, 5] методом срачивания асимптотических разложений решается задача о медленном обтекании испаряющейся сферы потоком перегретого ( $T_w < 1$ ) несжимаемого пара с постоянными коэффициентами переноса. Однако ошибки, допущенные при выводе выражения для коэффициента сопротивления, привели к количественно неправильной зависимости сопротивления сферы от температуры.

В работе [6] рассмотрено обтекание испаряющейся сферы бинарной смесью газов и показано, что испарение уменьшает сопротивление сферы. Предполагалось, что теплопроводность и вязкость постоянны, а коэффициент диффузии зависит только от температуры.

В [4–6] были использованы уравнения Навье — Стокса и не учитывались барнеттовские эффекты.

В работах [7, 8] с учетом барнеттовских членов в уравнении импульса исследовано медленное ( $Re_w \ll 1$ ) обтекание равномерно нагретой сферы. Показано, что учет барнеттовских членов приводит к значительному уменьшению сопротивления сферы по сравнению с величиной, полученной при помощи уравнений Навье — Стокса, а при больших перепадах температуры — к появлению подсосывающей силы вместо сопротивления.

1. Рассмотрим сферическую частицу, поверхность которой равномерно (что соответствует большой теплопроводности) нагрета (охлаждена) относительно газа на бесконечности. На поверхности имеется одинаковый по всем направлениям вдув (отсос) газа со скоростью  $u_w \sim u_B$  ( $u_B = \mu_\infty/\rho_\infty L$ ), т. е.  $Re_w \sim 1$ . Температура вдуваемого газа равна температуре поверхности сферы  $T_w$ .

Сфера обтекается равномерным на бесконечности потоком со скоростью  $u_\infty \ll u_B$  ( $Re_\infty \ll 1$ ) и температурой  $T_\infty \neq T_w$ .

Медленные ( $Re \sim 1$ ,  $M \ll 1$ ) течения сплошной среды при наличии значительных градиентов температуры ( $\nabla T/T \sim 1$ ) описываются следующими

безразмерными уравнениями сохранения [9]:

$$\nabla \mathbf{v} = \mathbf{v} \nabla \ln T \quad (1.1)$$

$$\frac{2}{3} (\mathbf{v} \nabla \ln T) = \nabla (T \nabla T) \quad (1.2)$$

$$T^{-1} (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + \nabla \Pi = \\ = \Pi^{(4)} + \delta \left[ 2 (\mathbf{v} \nabla \ln T) \nabla T - \frac{3}{2} (\nabla T)^2 \nabla T - \frac{3}{2} \nabla (T (\nabla T)^2) \right] \quad (1.3)$$

$$\Pi = \pi + \frac{4\delta - 1}{3} \mathbf{v} \nabla T, \quad \Pi_{ij}^{(4)} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ T \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \delta_{ij} \nabla \mathbf{v} \right) \right]$$

В этих уравнениях координаты отнесены к характерному размеру  $L$  — радиусу сферы; температура, коэффициенты переноса и т. п. отнесены к их значениям на бесконечности; скорость — к  $u_B$ ; вместо давления  $p$  введена безразмерная величина  $\pi$ :  $p/p_\infty = 1 + Kn^2 \pi$  ( $Kn = \mu_\infty \rho_\infty^{-1} L^{-1} (RT_\infty)^{-1/2}$ ); плотность исключена при помощи уравнения состояния  $\rho = T^{-1}$ . Рассматривается одноатомный газ из максвелловских молекул, при этом  $\mu \sim \lambda \sim T$ ,  $Pr = 2/3$ . Коэффициент  $\delta$  введен, чтобы выделить барнеттовские члены. При  $\delta = 0$  уравнения совпадают с уравнениями Навье — Стокса для медленных течений (в уравнении энергии можно пренебречь членами, выражающими диссипацию энергии за счет вязкого трения).

Граничные условия для уравнений (1.1) — (1.3) в нашей задаче (равномерный невозмущенный поток на бесконечности, а на поверхности равномерно нагретой сферы — радиальный вдув) в безразмерной форме имеют следующий вид:

$$r \rightarrow \infty, \quad \mathbf{v} \rightarrow Re_\infty \mathbf{e}_x, \quad T \rightarrow 1 \quad (1.4)$$

$$r = 1, \quad \mathbf{v} = Re_w \mathbf{e}_r, \quad T = T_w$$

В случае, если  $Re_\infty = \varepsilon \ll 1$ , набегающий поток оказывает лишь возмущающее воздействие на сферически-симметричные поля скорости, температуры и давления ( $v_0(r)$ ,  $T_0(r)$ ,  $\Pi_0(r)$ ) для равномерно нагретой сферы со вдувом, помещенной в покоящийся на бесконечности газ ( $Re_\infty = 0$ ). Используя однородность уравнений (1.1) — (1.3) и вид граничных условий (1.4), можно показать, что в разложениях для возмущенных величин нет членов  $\varphi(\varepsilon)$ , таких, что  $O(\varepsilon) \leq \varphi(\varepsilon) \leq O(1)$ , и решение можно искать в виде

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \varepsilon \mathbf{v}_1 + \dots, \quad T = T_0 + \varepsilon T_1 + \dots, \quad \Pi = \Pi_0 + \varepsilon \Pi_1 + \dots \quad (1.5)$$

Для  $v_0$ ,  $T_0$ , используя уравнения (1.1) и (1.2) в сферической системе координат и граничные условия (1.4) при  $Re_\infty = 0$ , получаем:

$$v_0 = q T_0(r) / r^2, \quad r^2 T_0 T_0' = 2/3 q T_0 + C_1 \quad (1.6)$$

где  $q = v_w / T_w$  ( $v_w = Re_w$ ) — безразмерный массовый расход; константа  $C_1$ , пропорциональная полному тепловому потоку, определяется из граничных условий.

Получим теперь граничные условия для  $v_1$  и  $T_1$ . Так как  $v_0$ ,  $T_0$  удовлетворяют на поверхности сферы граничным условиям (1.4), то для  $v_1$ ,  $T_1$  имеем

$$r = 1, \quad v_1 = 0, \quad T_1 = 0 \quad (1.7)$$

Чтобы получить граничные условия для  $v_1$ ,  $T_1$  при  $r \rightarrow \infty$ , рассмотрим поведение основного решения  $v_0$ ,  $T_0$  вдали от сферы. Из (1.6) видно, что при  $r \rightarrow \infty$

$$T_0 = 1 - \frac{D}{r} + \dots, \quad v_0 = \frac{q}{r^2} + \dots \quad \left( D = \frac{2}{3} q + C_1 \right)$$

Следовательно, на расстоянии  $r \sim \varepsilon^{-1/2}$  скорость  $v_0 \sim \varepsilon$  и разложения (1.5) могут быть несправедливыми. Построим в этой области новое разложение. Для этого введем область 1, где  $r \sim 1$ , и 2, где  $\rho \sim 1$  ( $\rho = \varepsilon^{1/2} r$ ). Выпишем разложение решения в области 1 в переменных области 2:

$$\mathbf{v}^{(1)} = \varepsilon \frac{q}{\rho^2} \mathbf{e}_\rho \left( 1 - \varepsilon^{1/2} \frac{D}{\rho} + \dots \right) + \varepsilon \mathbf{v}_1 + \dots, \quad T^{(1)} = 1 - \varepsilon^{1/2} \frac{D}{\rho} + \dots + \varepsilon T_1 + \dots \quad (1.8)$$

Отсюда, для того чтобы удовлетворять условиям срачивания с областью 1, разложение в области 2 должно быть записано в виде

$$\mathbf{V}^{(2)} = \varepsilon \mathbf{v}_1^{(2)} + \dots, \quad T^{(2)} = 1 + \varepsilon^{1/2} T_{1/2}^{(2)} + \varepsilon T_1^{(2)} + \dots \quad (1.9)$$

Подставляя эти разложения в уравнения (1.1) и (1.2), переписанные в переменных области 2, получим

$$\nabla \mathbf{v}_1^{(2)} = 0, \quad \nabla^2 T_{1/2}^{(2)} = 0, \quad \frac{2}{3} \mathbf{v}_1^{(2)} \nabla T_{1/2}^{(2)} = \nabla^2 T_1^{(2)} + \nabla (T_{1/2}^{(2)} \nabla T_{1/2}^{(2)})$$

Выберем решения, удовлетворяющие условиям срачивания с внутренней областью 1, и условиям на бесконечности

$$\mathbf{v}_1^{(2)} = \mathbf{e}_x + \frac{q}{\rho^2} \mathbf{e}_\rho, \quad T_{1/2}^{(2)} = -\frac{D}{\rho}$$

Используя эти решения, для  $T_1^{(2)}$  получим

$$-\frac{2}{3} (\mathbf{e}_x \nabla) \frac{D}{\rho} - \frac{2}{3} \frac{q}{\rho^2} (\mathbf{e}_\rho \nabla) \frac{D}{\rho} = \nabla^2 T_1^{(2)} + \frac{3D}{\rho^4}$$

Из этого уравнения видно, что в  $T_1^{(2)}$  можно выделить сферически-симметричную часть, которая нас в дальнейшем интересовать не будет, так как сферически-симметричное решение не дает вклада в силу, действующую на сферу. Иначе говоря,  $T_1^{(2)}(\rho, \theta) = T_{1s}^{(2)}(\rho) + T_{1a}^{(2)}(\rho, \theta)$ , а для несимметричной части  $T_{1a}^{(2)}$  имеем

$$-\frac{2}{3} (\mathbf{e}_x \nabla) \frac{D}{\rho} = \nabla^2 T_{1a}^{(2)} \quad (1.10)$$

Это уравнение с граничным условием  $T_{1a}^{(2)} \rightarrow 0$  при  $\rho \rightarrow \infty$  решения не имеет.

При  $\rho \sim \varepsilon^{-1/2}$  становится несправедливым разложение (1.8) для температуры, поэтому введем область 3, где  $R \sim 1$  ( $R = \varepsilon^{1/2} \rho = \varepsilon r$ ). Двучленное разложение решения в области 2 в переменных области 3 имеет вид

$$\mathbf{v}^{(2)} = \varepsilon \mathbf{e}_x + \varepsilon^2 \frac{q}{R^2} \mathbf{e}_R + \dots, \quad T^{(2)} = 1 - \varepsilon \frac{D}{R} + \varepsilon T_{1a}^{(2)}(\varepsilon^{-1/2} R, \theta) + \dots \quad (1.11)$$

Поэтому разложение решения в области 3 представим в виде

$$\mathbf{v}^{(3)} = \varepsilon \mathbf{v}_1^{(3)} + \dots, \quad T^{(3)} = 1 + \varepsilon T_1^{(3)} + \dots$$

Подставляя эти разложения в уравнения (1.1) и (1.2), переписанные в координатах области 3, получим:

$$\nabla \mathbf{v}_1^{(3)} = 0, \quad \frac{2}{3} (\mathbf{v}_1^{(3)} \nabla) T_1^{(3)} = \nabla^2 T_1^{(3)}$$

Решение  $\mathbf{v}_1^{(3)} = \mathbf{e}_x$  удовлетворяет условиям сращивания с областью 2 и граничным условиям на бесконечности. Подставив это решение в уравнение для  $T_1^{(3)}$ , приведем (аналогично работе [7]) это уравнение к уравнению Гельмгольца:

$$\nabla^2 \Omega = \frac{1}{9} \Omega, \quad \Omega = e^{-R/3 \cos \theta} T_1^{(3)}$$

Исходя из условий ограниченности решения при  $R \rightarrow \infty$  и принципа минимальной особенности при  $R \rightarrow 0$ , выберем решение:

$$\Omega = \frac{K}{R} e^{-R/3}, \quad T^{(3)} = 1 + \varepsilon \frac{K}{R} e^{R/3 (\cos \theta - 1)}$$

Выписывая двучленное разложение этого решения в переменных области 2

$$T^{(3)} = 1 + \varepsilon^{1/2} \frac{K}{\rho} + \varepsilon \frac{K}{3} (\cos \theta - 1) + \dots$$

и сращивая его с разложением (1.11) для температуры, получим граничные условия для  $T_{1a}^{(2)}$  при  $\rho \rightarrow \infty$ :

$$K = -D, \quad T_{1a}^{(2)} \rightarrow -\frac{D}{3} (\cos \theta - 1)$$

При этом граничном условии из уравнения (1.10), используя принцип минимальной особенности при  $\rho \rightarrow 0$ , получим решение для несимметричной части  $T_{1a}^{(2)}$ :

$$T_{1a}^{(2)} = -\frac{D}{3} \cos \theta$$

Подставив решения для  $\mathbf{v}_1^{(2)}$  и  $T_{1a}^{(2)}$  в разложение (1.9) и сращивая его с разложением (1.5) для области 1, получим граничные условия для  $\mathbf{v}_1, T_1$ :

$$r \rightarrow \infty, \quad \mathbf{v}_1 \rightarrow \mathbf{e}_x, \quad T_1 \rightarrow -\frac{D}{3} \cos \theta \quad (1.12)$$

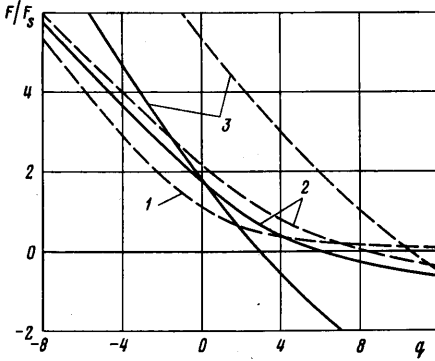
Подставив разложение (1.5) в уравнения (1.1)–(1.3) и линеаризовав их по  $\varepsilon$ , получим:

$$\begin{aligned} \nabla \mathbf{v}_1 &= T_0^{-1} (\mathbf{v}_1 \nabla) T_0 + T_0^{-1} (\mathbf{v}_0 \nabla) T_1 - T_0^{-2} T_1 (\mathbf{v}_0 \nabla) T_0 \\ \frac{2}{3} [T_0^{-1} (\mathbf{v}_1 \nabla) T_0 + T_0^{-1} (\mathbf{v}_0 \nabla) T_1 - T_0^{-2} T_1 (\mathbf{v}_0 \nabla) T_0] &= \nabla^2 (T_0 T_1) \\ T_0^{-1} (\mathbf{v}_0 \nabla) \mathbf{v}_1 + T_0^{-1} (\mathbf{v}_1 \nabla) \mathbf{v}_0 - T_0^{-2} T_1 (\mathbf{v}_0 \nabla) \mathbf{v}_0 + \nabla \Pi_1 &= [\Pi^{(1)}]_1 + \\ + \delta [2 (\mathbf{v}_1 \nabla \ln T_0) \nabla T_0 + 2 T_0^{-1} (\mathbf{v}_0 \nabla T_0) \nabla T_1 + 2 T_0^{-1} (\mathbf{v}_0 \nabla T_1) \nabla T_0 - \\ - 2 T_0^{-2} T_1 (\mathbf{v}_0 \nabla T_0) \nabla T_0 - \frac{3}{2} (\nabla T_0)^2 \nabla T_1 - 3 (\nabla T_0 \nabla T_1) \nabla T_0 - \\ - 3 \nabla (T_0 (\nabla T_0 \nabla T_1)) - \nabla (T_1 (\nabla T_0)^2)] & \end{aligned} \quad (1.13)$$

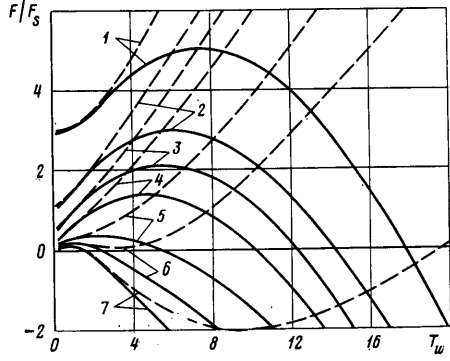
$$\Pi_1 = \pi_1 + \frac{4\delta - 1}{3} (\mathbf{v}_0 \nabla T_1 + \mathbf{v}_1 \nabla T_0)$$

$$[\Pi_{ij}^{(1)}]_1 = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ T_0 \left( \frac{\partial v_{1i}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{1j}}{\partial x_i} - \delta_{ij} \nabla \mathbf{v}_1 \right) + T_1 \left( \frac{\partial v_{0i}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{0j}}{\partial x_i} - \delta_{ij} \nabla \mathbf{v}_0 \right) \right]$$

Таким образом, для определения  $v_1$ ,  $T_1$ ,  $\Pi_1$  имеем уравнения и граничные условия (1.7) и (1.12). При  $v_w=0$ ,  $T_w=1$  они переходят в уравнения и граничные условия обычного стоксовского обтекания сферы, а при  $v_w=0$ ,  $T_w \neq 1$  совпадают с уравнениями и граничными условиями работы [7].



Фиг. 1



Фиг. 2

С учетом вида граничных условий решение можно искать в виде

$$v_{1r} = f(r) \cos \theta + \varphi(r), \quad v_{1\theta} = -g(r) \sin \theta, \quad \Pi_1 = h(r) \cos \theta + m(r) \\ T_1 = T_0^{-1} [\tau(r) \cos \theta + \psi(r)]$$

При этом переменные разделяются и система (1.13) сводится к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций  $f(r)$ ,  $g(r)$ ,  $h(r)$ ,  $\tau(r)$  с коэффициентами, зависящими от  $T_0$ ,  $v_0$ , и граничными условиями

$$r \rightarrow \infty, \quad f \rightarrow 1, \quad g \rightarrow 1, \quad \tau \rightarrow -D/3 \\ r = 1, \quad f = 0, \quad g = 0, \quad \tau = 0$$

Краевая задача решалась численно с помощью метода ортогональной прогонки, предложенного в [1].

Интегрируя напряжения по поверхности сферы и учитывая граничные условия для  $g$  и  $\tau$  при  $r=1$  получим выражение для силы сопротивления, действующей на сферу:

$$F = -\varepsilon \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \{ [P_{rr}]_1 \cos \theta - [P_{r\theta}]_1 \sin \theta - [\rho v_r^2]_1 \cos \theta \}_{r=1} \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = \\ = \frac{2}{\pi} \{ 2T_w g' - h - 2qf + (q + 3\delta T_0') \tau' \}_{r=1} F_s, \quad F_s = 6\pi \mu_\infty u_\infty L$$

2. На фиг. 1 показаны зависимость сопротивления сферы от безразмерного массового расхода  $q$  при различных значениях  $T_w$  (кривые 1–3 соответствуют  $T_w=1$ ; 3; 8), а на фиг. 2 – зависимость сопротивления сферы от ее температуры при различных значениях массового расхода на ее поверхности (кривые 1–7 рассчитаны соответственно при расходах  $q = -4,5$ ;  $-1,5$ ;  $0$ ;  $1,5$ ;  $4,5$ ;  $7,5$ ;  $15$ ). Сплошными кривыми даны результаты вычислений с учетом температурных напряжений ( $\delta=1$ ), штриховыми – без их учета, по уравнениям Навье – Стокса ( $\delta=0$ ). Рассмотрим сначала навье-стоксовские кривые. Результаты расчетов для  $T_w=1$  (ненагретая сфера) совпадают с аналитическим решением, полученным в [2].

При всех  $T_w$  вдув ( $q > 0$ ) уменьшает сопротивление, а отсос ( $q < 0$ ) увеличивает.

В случае отсоса ( $q < 0$ ) и при небольших значениях вдува сопротивление сферы растет с увеличением  $T_w$ . Однако при больших  $q > 0$  зависимость становится существенно нелинейной и при дальнейшем увеличении вдува — немонотонной. Причем, как видно на фиг. 1 и 2, существует диапазон значений  $q > 0$  и  $T_w \neq 1$ , при котором сопротивление сферы не только падает до нуля, но и становится отрицательным (появляется подсосывающая сила). Рассмотрение профилей возмущенных скоростей и давления в области отрицательных значений сопротивления показало, что при этом вблизи от сферы возмущенная скорость и давление меняют знак, т. е. около сферы образуется как бы возвратное течение.

Учет температурных напряжений (сплошные кривые) уменьшает значение сопротивления по сравнению с рассчитанным по уравнениям Навье — Стокса при любом расходе  $q$  и  $T_w \neq 1$ . При этом температурные напряжения слабо изменяют поле скоростей, но существенно перераспределяют несимметричную часть давления вблизи от сферы.

Температурные напряжения не влияют на характер зависимости сопротивления сферы от расхода, но приводят к качественно иной по сравнению с расчетами по уравнениям Навье — Стокса зависимости сопротивления сферы от температуры при всех значениях расхода.

То, что сопротивление сферы становится отрицательным, означает, что при соответствующих условиях невозможно стационарное движение сферической частицы при  $Re_\infty \ll 1$ .

3. До сих пор рассматривалась модельная задача, в которой температура сферы и величина вдува задавались независимо. Рассмотрим теперь случай, когда они связаны условиями испарения (конденсации) или аналогичными условиями испускания (поглощения) газа на поверхности пористых тел.

Соответствующие условия для умеренных расходов (скорость на поверхности порядка вязкой) были получены с учетом пристеночного слоя Кнудсена в [10]:

$$nv_r = A \left[ \frac{n_{ew} - n_*}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2kT_w}{m}} - \delta_1 \cdot 0,154 \frac{\lambda}{k} \frac{\partial \ln T}{\partial r} \Big|_{r=1} \right], \quad A = \frac{a}{1 - 0,535a\delta_1} \quad (3.1)$$

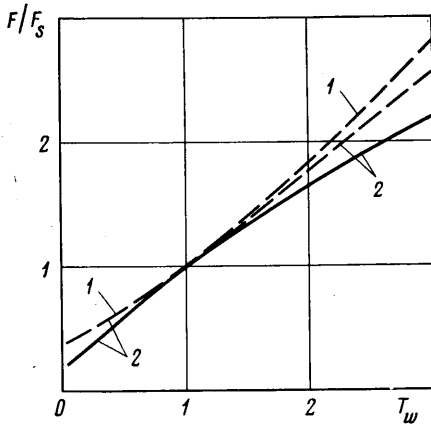
$$\frac{T_* - T_w}{T_w} = \frac{\lambda}{p} \sqrt{\frac{m}{2kT_w}} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=1} - \delta_1 \cdot 0,44 \sqrt{\frac{m}{2kT_w}} v_r \quad (3.2)$$

Здесь  $a$  — коэффициент испарения;  $n_*$ ,  $T_*$  — плотность и температура газа у поверхности в гидродинамическом решении;  $n_{ew}$  — равновесная плотность пара при температуре, равной температуре поверхности  $T_w$ ;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности газа. Коэффициент  $\delta_1 = 1$  введен для того, чтобы выделить члены, отличающиеся от классических. При  $\delta_1 = 0$  условия (3.1), (3.2) переходят в формулу Герца — Кнудсена и условие температурного скачка.

Хотя оба условия (3.1) и (3.2) имеют одинаковый порядок  $O(Kn)$ , в граничные условия они войдут не одинаковым образом. Первое условие (3.1) дает скорость испарения — величину основного порядка в граничных условиях, а температурный скачок (3.2) дает лишь малую поправку к основному условию  $T = T_w$  при  $r = 1$ . Поэтому непосредственно в граничные условия температурный скачок не войдет, но его необходимо использовать для нахождения  $n_{ew} - n_*$  в (3.1).

То, что скорость испарения порядка вязкой скорости, означает, что  $p_*$ ,  $n_*$ ,  $T_*$  мало отличаются от соответствующих равновесных величин  $p_{ew} - p_* =$

$= Kn p_{ew} \Delta p$  и т. д.  $Kn = \mu_w L^{-1} \rho_w^{-1} (2RT)^{-1/2}$ . Обезразмерив величины, входящие в (3.1), (3.2), так, как это делалось ранее, используя уравнение состояния идеального газа и соотношения (3.1), (3.2), получим



Фиг. 3

Результаты расчетов для случая  $a=1$  и  $\Delta p=0$  приведены на фиг. 3. Как и ранее, штриховыми линиями показаны результаты расчетов по уравнениям Навье — Стокса, а сплошными — с учетом температурных напряжений. Кривая 1 соответствует условию испарения Герца — Кнудсена ( $\delta_1=0$ ), а кривые 2 — модифицированным условиям ( $\delta_1=1$ ).

Учет температурных напряжений, как и ранее, приводит к уменьшению сопротивления. Дополнительные члены к условию Герца — Кнудсена существенно влияют на величину сопротивления лишь при достаточно больших перепадах температуры.

Автор благодарит О. Г. Фридлиндера за ценные советы и внимание к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. — Усп. матем. н., 1961, т. 16, в. 3, с. 171–174.
2. Головин А. М. Влияние вдува на сопротивление сферы в ламинарном потоке вязкой жидкости. — ПМТФ, 1972, № 3, с. 110–114.
3. Башкатов М. В., Шабанов С. И. Обтекание сферы с поперечным потоком вещества при малых числах Рейнольдса. — ПМТФ, 1972, № 3, с. 103–109.
4. Montluçon J. Heat and mass transfer in the vicinity of an evaporating droplet. — Int. J. Multiphase Flow, 1975, v. 2, № 2, p. 171–182.
5. Montluçon J. Contribution à l'étude du comportement de gouttes d'eau dans une atmosphère de vapeur surchauffée. — Bull. Direction des Etudes et Recherches Ser. A, 1972, Suppl. № 2.
6. Fendell F. E., Coats D. E., Smith E. B. Compressible slow viscous flow past a vaporizing droplet. — AIAA Journal, 1968, v. 6, № 10, p. 1953–1960.
7. Галкин В. С., Коган М. Н., Фридлиндер О. Г. Обтекание сильно нагретой сферы потоком газа при малых числах Рейнольдса. — 1972, т. 36, в. 5, с. 880–885.
8. Борис А. Ю., Фридлиндер О. Г. Медленные течения газа около сильно нагретой или охлажденной сферы. — Изв. АН СССР. МЖГ, № 6, 1981, с. 170–175.
9. Галкин В. С., Коган М. Н., Фридлиндер О. Г. О свободной конвекции в газе в отсутствие внешних сил. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 3, с. 98–107.
10. Макашев Н. К. Испарение, конденсация и гетерогенные химические реакции при малых значениях числа Кнудсена. — Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 3, с. 49–62.

Москва

Поступила в редакцию  
1.IX.1980

$$v_r|_{r=1} = b T_w \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=1} + d$$

$$b = \frac{5}{2} \frac{A}{Pr} \frac{(1 - 2\sqrt{\pi} 0,154\delta_1)}{(2\sqrt{\pi} + 0,44A\delta_1)}$$

$$d = \frac{A \Delta p}{2\sqrt{\pi} + 0,44A\delta_1}$$

Из этого соотношения получаем различные условия для скорости на поверхности сферы для основного и возмущенного течений:

$$v_w = b T_w T_w' |_{r=1} + d, \quad f(1) = b \tau'(1)$$

Все остальные граничные условия и уравнения не изменяются по сравнению с задачей о вдуве газа.