

УДК 533.6.011

**ПОДОБИЕ ИСТЕЧЕНИЯ СИЛЬНО НЕДОРАСШИРЕННОЙ
СТРУИ ГАЗА В СПУТНЫЙ ГИПЕРЗВУКОВОЙ ПОТОК**

ХРАМОВ Г. А., ЧЕКМАРЕВ С. Ф.

При истечении сверхзвуковой недорасширенной струи газа в спутный сверхзвуковой поток формируются четыре поверхности сильного разрыва, положением которых определяется геометрия области течения на начальном участке струи. Схема течения показана на фиг. 1, здесь i – граница струи, e – ударная волна в спутном потоке, s – висячая и f – отраженная ударные волны внутри струи. В безразмерных координатах x/r_c и r/r_c , где r_c – радиус среза сопла, распределения безразмерных характеристик газового потока в поле течения (отнесенных к своим значениям на среде сопла и в невозмущенном спутном потоке для струи и спутного потока соответственно), так же как и положения указанных выше поверхностей сильного разрыва, определяются заданием следующих параметров: отношений теплоемкостей в струе κ_c и в спутном потоке κ_∞ , чисел Маха на срезе сопла M_c и в спутном потоке M_∞ , угла полураствора сопла θ_c и отношения давлений $n = p_c/p_\infty$. Эти определяющие параметры выполняют, таким образом, роль критериев подобия течения.

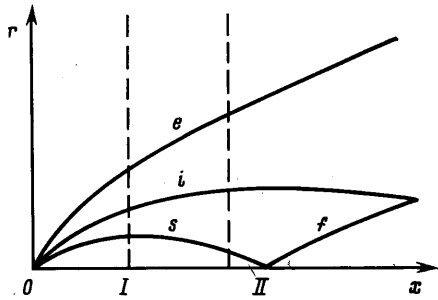
В некоторых практически важных случаях возможно приближенное подобие течения с меньшим числом критериев подобия. В данной работе рассматривается случай $M_c^2 \gg 1$, $\theta_c^2 \ll 1$, $M_\infty^2 \gg 1$, $n \gg 1$.

Вопрос о подобии течения в этом случае исследовался ранее в работах [1–7]. В работах [1–3] рассматривалось подобие течения на всем начальном участке струи в целом. В [2, 3] были введены масштабы

течения в продольном и поперечном направлениях в виде $X_1 = r_c M_c^2 \sqrt{n}$ и $R_1 = r_c \sqrt{n}$ и было показано, что в этих масштабах и при соответствующей нормировке характеристик газового потока (различной для струи и спутного потока) течение газа подобно, а критериями подобия служат величины κ_∞ , κ_c , M_∞/M_c , $M_c \theta_c$, n , причем при $n \rightarrow \infty$ зависимость от n исчезает. Параметр M_∞/M_c имел смысл гиперзвукового параметра подобия K . Таким образом, число критериев подобия было сокращено до четырех.

Параллельно в работах [4–7] развивался несколько иной подход. Сначала в [4–6] была рассмотрена область течения, примыкающая к срезу сопла и ограниченная вниз по потоку условием, чтобы давление на границе струи было велико по сравнению с давлением в невозмущенном спутном потоке, $p_i \gg p_\infty$ (область I на фиг. 1). Были введены масштабы течения X и R , зависящие уже от всей совокупности определяющих параметров, и было показано, что в этих масштабах зависимости $r_\alpha = r_c \Phi_\alpha(x/X, \kappa_c, \kappa_\infty, M_c, M_\infty, \theta_c, n)$ принимают вид $r_\alpha/R = \Phi_\alpha(x/X, \kappa_\infty, \kappa_c)$, причем частная зависимость от κ_c является довольно слабой (здесь индекс α принимает значения e , i и s). Для $\kappa_\infty = \text{idem}$ это означает, что геометрия течения в области I обладает приближенной автомодельностью по остальным определяющим параметрам. В работе [6] было показано также, что в соответствующей нормировке наблюдается приближенная автомодельность и распределений параметров в сжатых слоях (r_e, r_i) и (r_i, r_s) .

В дальнейшем поле течения (область II, фиг. 1) указанная приближенная автомодельность течения нарушается, что обусловлено отличием локальных масштабов в данной области от масштабов в области I [7]. В связи с этим в [7] предлагалось вводить масштабы, переменные вдоль струи. Они представляли собой возмущенные масштабы области I с линейным возмущением вдоль струи, пропорциональным со-



Фиг. 1

ответствующим масштабом в области II. Такой подход позволил получить приближенное автомодельное представление для положения поверхностей сильного разрыва на длине всего начального участка струи, однако лишь для сравнительно небольшой области изменения определяющих параметров.

В данной работе показано, что в масштабах X и R , характеризующих течение в области I, и при соответствующей нормировке распределений параметров потока, течение газа на всем начальном участке струи подобно, а критериями подобия служат величины κ_c , κ_∞ и гиперзвуковой параметр $K_0 = M_\infty \tau_0$, где $\tau_0 = \tau_0(\kappa_c, M_c, \theta_c)$ — относительная толщина струи в области I. При этом анализ результатов численных расчетов по структуре течения [2, 3] обнаружил, что зависимость от κ_c проявляется весьма слабо, так что число критериев подобия, во всяком случае для геометрии течения, сводится по- существу к двум: κ_∞ и K_0 .

Рассмотрим истечение недорасширенной струи газа в спутный поток при следующих общих условиях: $M_c^2 \gg 1$, $\theta_c^2 \ll 1$, $M_\infty^2 \gg 1$, $n \gg 1$. При этом будем считать, что конкретный набор определяющих параметров такой, что струя представляет собой тонкое тело ($X^2 \gg R^2$) и характерные размеры струи много больше r_c ($R \gg r_c$). Условия на соотношения определяющих параметров, следующие из этих ограничений, можно найти из приводимых ниже выражений для X и R .

Будем считать, что газ представляет собой идеальную жидкость, а ударные волны и граница струи являются поверхностями разрыва.

Определим положение границы струи. Проинтегрируем уравнение для r — составляющей потока импульса поперек струи

$$2\pi \frac{d}{dx} \int_0^{r_i} \rho u v r dr + 2\pi r_i p_i - 2\pi \int_0^{r_i} p dr = 0 \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность газа, u и v — составляющие скорости в направлениях x и r . В соответствии с результатами численных расчетов [2] положим, что весь поток газа сосредоточен в сжатом слое струи, который в

свою очередь будем считать тонким. Тогда приближенно $2\pi \int_0^{r_i} \rho u v r dr \approx$

$\approx \pi r_c^2 u_c \langle u \rangle \frac{dr_i}{dx}$ где $\langle u \rangle$ — средняя по струе x -составляющая скорости

газа. Из уравнения для x -составляющей потока импульса можно показать, что

$$\frac{\langle u \rangle - u_c}{u_c} \leq \left(\frac{R}{X} \right)^2 + \frac{1}{\kappa_c M_c^2}$$

Поэтому в соответствии с принятыми выше общими условиями будем считать, что $\langle u \rangle = u_c$. Далее, последним членом в (1) можно пренебречь по сравнению с предыдущим, так как давление в ядре струи мало по сравнению с давлением p_i , а сжатый слой, где $p=0$ (p_i), в силу предположения является тонким. В итоге (1) принимает вид

$$\pi r_c^2 u_c^2 \frac{d^2 r_i}{dx^2} + 2\pi p_i r_i = 0 \quad (2)$$

Для вычисления давления спутного потока на границе струи проинтегрируем уравнение для r -составляющей потока импульса поперек ударного слоя в спутном потоке. В предположении тонкого ударного слоя получаем

$$p_i = p_\infty + \frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2 \frac{1}{r_i} \frac{d}{dx} \left(r_i^2 \frac{dr_i}{dx} \right) \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получаем уравнение для положения границы струи

$$\rho_c r_c^2 u_c^2 \frac{d^2 r_i}{dx^2} + \rho_\infty u_\infty^2 \frac{d}{dx} \left(r_i^2 \frac{dr_i}{dx} \right) + 2r_i p_\infty = 0 \quad (4)$$

Строго говоря, данное уравнение справедливо лишь в дальней части области I (фиг. 1), так как вблизи среза сопла в сжатом слое струи сосредоточена лишь малая часть газа, а вне области I сжатые слои (в струе и в спутном потоке) не являются тонкими. Однако оно правильно предсказывает условия подобия положения границы струи.

Для определения решения уравнения (4) необходимо задать два граничных условия. Первое условие очевидно

$$r_i = r_c \quad (x=0) \quad (5)$$

В качестве второго условия зададим начальный угол наклона границы струи

$$\frac{dr_i}{dx} = \operatorname{tg} \theta_{0i} \quad (x=0) \quad (6)$$

Поскольку рассматривается случай $R \gg r_c$, начальные условия должны характеризовать начальное поведение границы струи в масштабе всей струи. При $R \gg r_c$ газ вблизи среза сопла расширяется почти свободно, как в вакуум, причем при $r \gg r_c$ разлет принимает инерционный характер [1, 8]. Поэтому начальный угол наклона границы струи в масштабе всей струи можно определить условием

$$\operatorname{tg} \theta_{0i} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} / u_c \quad (7)$$

где $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ — среднеквадратичная r -составляющая скорости газа по струе на стадии инерционного разлета газа в вакуум.

Определим $\langle v^2 \rangle$. Проинтегрируем уравнение энергии поперек струи. Используя запись, предложенную в [9] для исследования обтекания тонкого тела, и учитывая, что при истечении в вакуум $p_i(x) = 0$, с точностью до малых величин 0 ($\langle u \rangle - u_c$) получаем

$$2\pi \int_0^{r_i} \rho \left(\varepsilon + \frac{v^2}{2} \right) r dr = \pi \rho_c r_c^2 \left(\varepsilon_c + \frac{\langle v_c^2 \rangle}{2} \right)$$

где ε — внутренняя энергия газа. На стадии инерционного разлета, когда ε пренебрежимо мала по сравнению с v^2 , откуда получаем значение величины $\langle v^2 \rangle$. Подстановка ее в (7) дает

$$\operatorname{tg} \theta_{0i} = \sqrt{\frac{2}{\kappa_c(\kappa_c - 1)} \frac{1}{M_c^2} + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_c}$$

Введем масштабы течения в поперечном (R) и продольном (X) направлениях. Масштаб R определяется из сравнения 1-го и 2-го членов в (4), а масштаб X — из граничного условия (6)

$$R = r_c \sqrt{\frac{\rho_c u_c^2}{\rho_\infty u_\infty^2}} \approx r_c \frac{M_c}{M_\infty} \sqrt{\frac{\kappa_c}{\kappa_\infty}} n, \quad X = \frac{R}{\operatorname{tg} \theta_{0i}} \quad (8)$$

Перейдем в (4) — (6) к переменным $\xi = x/X$, $\eta = r/R$. С учетом малости r_c/R в (5) при переходе к новой переменной получаем

$$\frac{d^2 \eta_i}{d\xi^2} + \frac{d}{d\xi} \eta_i^2 \frac{d\eta_i}{d\xi} + \frac{2}{\kappa_\infty K_0^2} \eta_i = 0 \quad (9)$$

$$\eta_i = 0, \quad \frac{d\eta_i}{d\xi} = 1 \quad (\xi = 0)$$

где

$$K_0 = M_\infty \operatorname{tg} \theta_{0i} \quad (10)$$

— гиперзвуковой параметр подобия. Отсюда следует, что в масштабах X и R форма струи подобна, а в качестве критерия подобия выступает комплекс $\sqrt{\kappa_\infty K_0}$.

Как известно, критериями подобия при обтекании тонких аффинно-подобных тел гиперзвуковым потоком газа являются величины κ_∞ и $K = M_\infty \tau$, где τ — относительная толщина тела. При этом нормировка, обеспечивающая сопоставления безразмерных распределений параметров потока, имеет вид [9]

$$\frac{x}{X}, \frac{r}{R}, \frac{u_\infty - u}{u_\infty \tau^2}, \frac{v}{u_\infty \tau}, \frac{\rho}{\rho_\infty}, \frac{p}{\kappa_\infty \rho_\infty M_\infty^2 \tau^2} \quad (11)$$

где X и R — продольный и поперечный масштабы тела, а $\tau = R/X$. В рассматриваемом нами случае роль относительной толщины тела играет величина $\tau_0 = R/X = \operatorname{tg} \theta_{0i}$. Таким образом, получаем, что течение спутного потока в масштабах R и X (8) будет подобно, а критериями подобия будут κ_∞ и K_0 . Нормировка параметров имеет вид (11) с $\tau = \tau_0 = \operatorname{tg} \theta_{0i}$.

Рассмотрим теперь вопрос о подобии течения внутри струи. Будем считать, что $u = u_c$. Перейдем в уравнениях газовой динамики к безразмерным переменным

$$\xi = \frac{x}{X}, \quad \eta = \frac{r}{R}, \quad \frac{v}{u_c \tau}, \quad \frac{\rho}{\rho_c} \left(\frac{R}{r_c} \right)^2, \quad \frac{p}{\kappa_\infty \rho_\infty M_\infty^2 \tau_0^2} \quad (12)$$

где X и R даются выражениями (8), а $\tau_0 = R/X = \operatorname{tg} \theta_{0i}$. Сохраняя для безразмерных параметров потока прежние обозначения, получаем

$$\frac{\partial \rho}{\partial \xi} + v \frac{\partial \rho}{\partial \eta} + \rho \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (v\eta) = 0, \quad \rho \frac{\partial v}{\partial \xi} + \rho v \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\partial p}{\partial \eta} = 0 \quad (13)$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial \xi} + \rho v \frac{\partial h}{\partial \eta} = \frac{\partial p}{\partial \xi} + v \frac{\partial p}{\partial \eta}$$

Рассмотрим сначала течение в ядре струи. Оно происходит также, как при расширении газа в вакуум [1, 3, 8]. Воспользуемся результатами этих работ.

На стадии инерционного разлета последним членом во втором уравнении (13) можно пренебречь, после чего из него следует $v = \eta/\xi$. С учетом этого из первого уравнения получаем $\rho \xi^2 = \varphi(\eta/\xi, \theta_c, \kappa_c)$; вид функции φ определяется течением газа вблизи сопла.

Исследуем частную зависимость φ от θ_c и κ_c . Зависимость плотности от θ_c при $\theta_c^2 \ll 1$ является слабой вообще [2], и, кроме того, она учитывается наличием θ_c в масштабе X . Поэтому, в частности, для выяснения зависимости от κ_c , можно рассмотреть случай $\theta_c = 0$. Учитывая, кроме того, что плотность поперек ядра струи меняется мало [2], рассмотрим ее поведение лишь вдоль оси струи. Представляя

выражение для $\rho_{r=0}$, данное в [8], в переменных (12), получаем

$$\rho_{r=0} = \frac{\kappa_c + 1}{2\kappa_c} \xi^{-2}$$

откуда видно, что зависимость ρ от κ_c также является слабой. Таким образом, можно считать, что распределение скорости и плотности в ядре струи обладают приближенным подобием или, точнее говоря, приближенной автомодельностью.

Давление и энтальпия газа определяются через плотность изоэнтропическими зависимостями, в частности, для энтальпии имеем

$$h = \frac{\kappa_c}{\kappa_c - 1} \frac{1}{\kappa_\infty K_0^2} (2\xi^2)^{1-\kappa_c} \left[\frac{\kappa_\infty}{\kappa_c} \frac{M_\infty^2}{M_c^2} \right]^{\kappa_c} n^{1-\kappa_c} \quad (14)$$

Здесь принято, что $\rho \approx (2\xi^2)^{-1}$. Распределения энтальпии и давления не являются подобными; при этом надо отметить, что на стадии инерционного разлета газа данные величины следует считать просто равными нулю, вследствие чего третье уравнение в (13) тождественно удовлетворяется.

Перейдем теперь к течению в ударном слое (r_s, r_i). Положим, что висячая ударная волна является сильной, так что $\rho_s/\rho_{s+} \approx k$, где $k = (\kappa_c - 1)/(\kappa_c + 1)$. Учитывая приведенные выше выражения для v и ρ в ядре струи, для параметров потока за волной в этом случае получаем (в нормировке (12)):

$$v_{s+} = \frac{\eta_s}{\xi} - \left(\frac{d\eta_s}{d\xi} - \frac{\eta_s}{\xi} \right) (1-k), \quad p_{s+} = \frac{1}{2\xi^2} \left(\frac{dh_s}{d\xi} - \frac{h_s}{\xi} \right)^2 (1-k) \quad (15)$$

$$h_{s+} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\eta_s}{d\xi} - \frac{\eta_s}{\xi} \right)^2 (1-k^2), \quad \rho_{s+} = \frac{1}{2\xi^2} \frac{1}{k}$$

где η_s — координата висячей ударной волны s . Дополнив (15) условием на границе струи

$$v = v_i = \frac{d\eta_i}{d\xi} \quad (\eta = \eta_i(\xi))$$

получаем граничные условия для системы уравнений (13). В результате ее решения определяются распределения параметров потока в ударном слое (r_s, r_i) и положение висячей ударной волны s . Видим, что критериями подобия являются величины κ_∞, κ_c и K_0 .

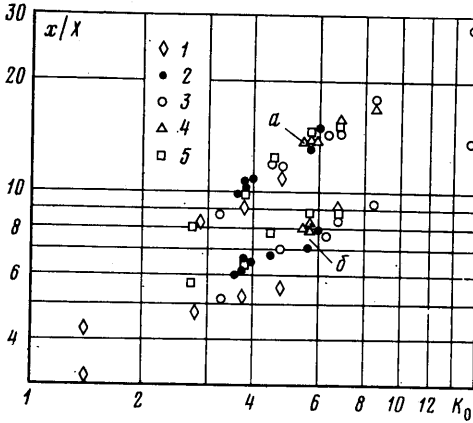
Здесь необходимо заметить следующее. Ввиду предположения, что волна s является сильной, в (15) пренебрегалось значениями p_{s-} и n_{s-} по сравнению с их величинами за волной. Если такого предположения не делать, появляется еще один дополнительный критерий подобия — комплекс определяющих параметров, входящий в (14), $[\kappa_\infty M_\infty^2 / \kappa_c M_c^2]^{\kappa_c} n^{1-\kappa_c}$. При $n \rightarrow \infty$ он стремится к нулю, в результате чего выпадает из числа критериев подобия. Оценим, когда это происходит. Принимая во внимание, что при $\kappa_c - 1 \ll 1$, в первую очередь следует учесть величину n_{s-} , потребуем, чтобы $h_{s-}/h_{s+} \ll 1$. Используя (14) и (15), при $\kappa_c(\kappa_c - 1)M_c^2 \sin^2 \theta_c / 4 \ll 1$ получаем

$$\frac{h_{s-}}{h_{s+}} \approx (-2\xi^2)^{1-\kappa_c} \left(\frac{d\eta_s}{d\xi} - \frac{\eta_s}{\xi} \right)^2 \left(\frac{R}{r} \right)^{2(1-\kappa_c)} \ll 1 \quad (16)$$

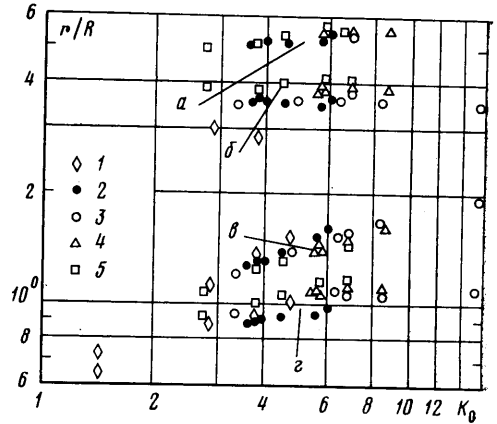
Заметим, что это условие находится в соответствии с принятым выше общим условием $R/r_c \gg 1$, при котором проводилось рассмотрение. Ниже будет дан более конкретный вид неравенства (16).

Течение газа за отраженным скачком будет, очевидно, обладать теми же свойствами подобия, что и течение в ударном слое (r_s, r_i). Это относится и к положению самого отраженного скачка f .

Суммируя результаты рассмотрения для всего течения в целом, получаем, что течение на начальном участке струи подобно, причем при $n \rightarrow \infty$



Фиг. 2



Фиг. 3

(точнее, при соблюдении условия (16)) критериями подобия являются три величины: κ_∞ , κ_c и K_0 (10). Масштабами геометрии течения служат R и X (8), а нормировка, обеспечивающая совпадение безразмерных характеристик потока в зависимости от безразмерных переменных x/X и r/R , имеет вид (11) и (12) для спутного потока и струи соответственно. При этом для положения поверхностей сильного разрыва, определяющих геометрию области течения, имеем

$$\frac{r_\alpha}{R} = \psi_\alpha \left(\frac{x}{X}, \kappa_\infty, \kappa_c, K_0 \right)$$

где индекс α принимает значения i, e, s, f .

Введем в рассмотрение следующие величины, характеризующие геометрию области течения: x_k — длина начального участка, x_p — расстояние от среза сопла до точки отражения висячего скачка от оси струи, r_{sm} — максимальный радиус висячего скачка, r_{im} — максимальный радиус границы струи, r_{ep} и r_{ek} — радиусы ударной волны в спутном потоке при $x=x_p$ и $x=x_k$. На фиг. 2, 3 представлены значения этих величин в масштабах подобия X и R по результатам численных расчетов [2, 3], причем данные приведены для всех более или менее значительно отличающихся друг от друга режимов этих работ. Здесь на фиг. 2 группы точек, отмеченные буквой a , отвечают величине x_k/X , и буквой b — x_p/X ; соответственно на фиг. 3 a — r_{ek}/R , b — r_{ep}/R , β — r_{im}/R , и z — r_{sm}/R . Для всех режимов $\kappa_\infty=1,4$, остальные определяющие параметры меняются в пределах, указанных в табл. 1.

Таблица 1

N	n	κ_c	θ_c	M_c	M_∞
1	10^2	1,4	0–10°	4–5	3–10
2	10^3	1,3–1,4	0–15°	3–5	6,2–8
3	10^4	1,05–1,67	10°	4	10
4	10^5	1,3–1,4	10–15°	4–5	10–15
5	10^7	1,3–1,4	5–15°	4–5	6–15

На фиг. 2, 3 видно, что основным критерием подобия при $\kappa_\infty = \text{const}$ является гиперзвуковой параметр K_0 . Влияние величины κ_c проявляется весьма слабо, и хотя в соответствии с проведенным выше анализом κ_c и следует считать критерием подобия, в основном зависимость геометрии

течения от κ_c , по-видимому, достаточно полно учитывается его присутствием в масштабах R и X (главным образом в X , через $\operatorname{tg} \theta_{0i}$) и в K_0 . Это обстоятельство, а также то, что критерий K_0 объединяет два критерия M_∞/M_c и $M_c \theta_c$, введенных в [3], и отличают результаты данной работы от результатов [3].

Используя данные численных расчетов (фиг. 2, 3), придадим неравенству (16) более конкретный вид. Примем для оценки, что $\eta_s \sim 1$, $d\eta_s/d\xi \ll \eta_s/\xi$, а $\xi \sim 1/2 \xi_p$. Из фиг. 2, кроме того, имеем, что $\xi_p^2 \sim 10K_0$. С учетом этих выражений (16) принимает вид

$$(R/r_c)^{2(\kappa_c-1)} \gg (2,5K_0)^{2-\kappa_c}$$

Из режимов, представленных на фиг. 2, 3, данному неравенству удовлетворяют, строго говоря, только режимы с $n \geq 10^5$ и с $\kappa_c \geq 1,3$ для $n=10^4$. Тем не менее удовлетворительное обобщение результатов численных расчетов имеет место вплоть до $n=10^3$.

Для иллюстрации подобия распределений параметров на фиг. 4, 5 приведены распределения давления для четырех режимов с попарно близкими значениями K_0 в двух подобных сечениях. Первое сечение принадлежит области I (фиг. 1), а второе — области II (примерно возле точки отражения висячего скачка от оси струи). Параметры режимов с указанием сечений приведены в табл. 2.

Таблица 2

N	M_c	κ_c	θ_c	M_∞	n	K_0	x/X (фиг. 4)	x/X (фиг. 5)
1	4	1,3	10°	10	10 ⁵	5,66	1,37	7,9
2	4	1,4	10°	12	10 ⁵	5,67	1,34	7,81
3	4	1,3	10°	12	10 ⁵	6,8	1,25	6,18
4	5	1,3	10°	15	10 ⁷	6,8	1,26	6,07

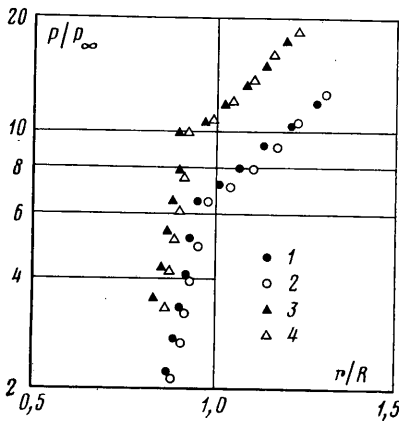
Чтобы выделить распределения давления для близких (равных) K_0 , использована нормировка p/p_∞ вместо $p/(\kappa_\infty p_\infty K_0^2)$ (11), (12). Соответствующие распределения давления вдоль границы струи для каждой пары K_0 согласуются между собой с точностью 3%. Подобие распределений других параметров по сечению — плотности и скорости — имеет примерно тот же порядок точности, что и для распределений давления на фиг. 4, 5. Исключение составляет лишь поведение плотности в узком низкоэнтропийном слое вблизи границы струи [6]. К сожалению, в литературе отсутствуют данные по распределению параметров в поле течения для режимов с близкими K_0 и достаточно сильно отличающимися величинами κ_c . Поэтому нельзя оценить в достаточной мере, насколько сильно влияет величина κ_c на подобие распределений параметров потока, как это было сделано выше для геометрии течения.

При условии

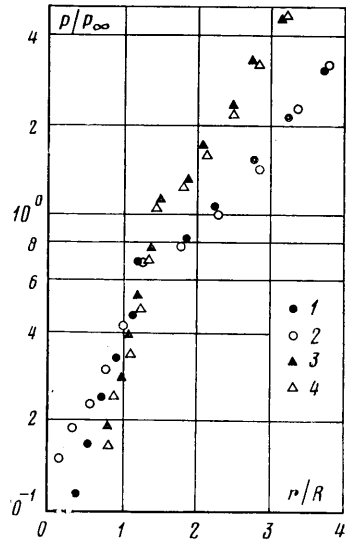
$$\left(\frac{d\eta_i}{d\xi}\right)^2 \gg \frac{1}{\kappa_\infty K_0^2} \quad (17)$$

когда последним членом в дифференциальном уравнении (9) можно пренебречь, зависимость от K_0 положения границы струи в масштабах (8), а также безразмерного давления $p_i/(\kappa_\infty p_\infty K_0^2)$ на границе струи исчезает. В этом случае от K_0 не будут зависеть и распределения параметров потока в поле течения в нормировке (11), (12), а также положения ударных волн s и e . Переходя в неравенстве (17) к размерным величинам, видим, что оно эквивалентно условию $p_i \gg p_\infty$, которое определяет область I на фиг. 1.

Распределения давлений на фиг. 4, относящиеся к сечениям в области I, если вернуться к нормировке $p/(\kappa_\infty p_\infty K_0^2)$, (11), (12), показывают, что зависимость от K_0 действительно слабая (чего нельзя сказать о распределении давлений в области II, фиг. 5). При $(\kappa-1)M_c^2 \gg 1$ масштабы (8)



Фиг. 4



Фиг. 5

представляют собой обобщение соответствующих масштабов работы [6] на случай $\theta_c \neq 0$. Таким образом, получаем, что для области I результаты данной работы приводят к результатам работы [6]. Отметим также, что при $\kappa_c - 1 \ll 1$ масштабы R и X (8) переходят в масштабы R^* и X^* для области I работы [7].

Авторы благодарны А. К. Реброву за полезное обсуждение результатов, Н. В. Станкус за помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Moran J. P. Similarity in High-Altitude Jets. — AIAA Journal, 1967, v. 5, №7, p. 1343–1345.
2. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г., Дьяконов Ю. Н., Егорова Н. И., Мельников Д. А., Росляков Г. С., Усков В. Н. Сверхзвуковые струи идеального газа. Ч. 1. М.: Изд-во МГУ, 1970. 279 с.
3. Ашратов Э. А., Волконская Т. Г., Росляков Г. С., Усков В. И. Исследование сверхзвуковых течений газа в струях. — В кн: Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. Вып. 6. М.: Изд-во МГУ, 1974, с. 241–407.
4. Зак Л. И. Гиперзвуковая струя, истекающая в покоящуюся среду или в спутный сверхзвуковой поток. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 5, с. 72–76.
5. Гусев В. Н., Климова Т. В. К подобию гиперзвуковых струйных течений. — Уч. зап. ЦАГИ, 1972, т. 3, № 6, с. 1–9.
6. Васильков А. П., Мурзинов И. Н. Подобие при истечении сильно недорасширенных струй в спутный гиперзвуковой поток. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 5, с. 129–135.
7. Храмов Г. А., Чекмарев С. Ф. Автомодельное представление структуры газодинамической области при истечении сильно недорасширенной струи газа в спутный гиперзвуковой поток. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 6, с. 94–99.
8. Mirels H., Mullen J. F. Expansion of Gas Clouds and Hypersonic Jets Bonded by a Vacuum. — AIAA Journal, 1963, v. 1, № 3, p. 596–602.
9. Луцев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.

Новосибирск

Поступила в редакцию
28.X.1980