

УДК 533.6.011

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ
С УЧЕТОМ ИЗЛУЧЕНИЯ МЕТОДОМ КРУПНЫХ ЧАСТИЦ**

**БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ О. М., ДАВЫДОВ Ю. М., СКОТНИКОВ В. П.,
ФОМИН В. Н.**

В последнее время проводятся интенсивные разработки методов решения задач радиационной газовой динамики (см., например, [1-7]). Это связано с тем, что при полетах в атмосфере с гиперзвуковыми скоростями температура в ударном слое может достигать значений, превышающих 10^6 К. В этом случае перенос тепла излучением вносит существенный вклад в суммарный теплообмен. При повышении скоростей полета роль излучения в переносе тепла возрастает и в дальнейшем становится преобладающей.

В настоящей работе метод крупных частиц [8] развит для расчета течений с излучением около затупленных тел, в том числе при распределенном вдуве с поверхности тела в ударный слой, что моделирует абляцию теплозащитного покрытия под действием сильного радиационного нагрева.

Приводятся результаты систематических расчетов обтекания затупленных тел различной формы потоком излучающего воздуха и их сравнения с данными других методов.

1. При рассмотрении течений с излучением в приложении к задаче гиперзвукового обтекания затупленных тел можно пренебречь плотностью радиационной энергии, радиационным давлением и рассеянием лучистой энергии. Тогда исходная система уравнений в декартовой системе координат x, y имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho_t + (\rho u)_x + (\rho v)_y &= 0 \\ (\rho u)_t + (P + \rho u^2)_x + (\rho uv)_y &= 0, \quad (\rho v)_t + (\rho uv)_x + (P + \rho v^2)_y = 0 \\ (\rho E)_t + [(P + \rho E)u]_x + [(P + \rho E)v]_y + Q &= 0 \\ P = P(\rho, I), \quad I = E - (u^2 + v^2)/2, \quad Q = \text{div } \mathbf{q} \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\mathbf{q} = \int_0^{4\pi} \int_0^\infty I_\nu \Omega d\Omega d\nu, \quad \frac{\partial I_\nu}{\partial l} = k_\nu' (B_\nu - I_\nu)$$

$$B_\nu = 2h\nu^3 c^{-2} [\exp(h\nu/kT) - 1]^{-1}, \quad T = T(\rho, I)$$

Здесь ρ — плотность газа, u и v — компоненты скорости вдоль осей x и y соответственно, P — давление, E и I — удельные полная и внутренняя энергии, Q — дивергенция вектора лучистого теплового потока \mathbf{q} , I_ν — спектральная интенсивность излучения, ν — частота, Ω — телесный угол, l — направление излучения, k_ν' — коэффициент поглощения с учетом вынужденного испускания, B_ν — функция Планка, h — постоянная Планка, c — скорость света, k — постоянная Больцмана, T — температура.

Для построения разностной схемы используем расщепление исходной системы уравнений (1.1) на две вспомогательные: систему уравнений эйлера этапа

$$\begin{aligned} \rho_t &= 0, \quad \rho u_t + P_x = 0, \quad \rho v_t + P_y = 0 \\ \rho E_t + (Pu)_x + (Pv)_y + \delta Q &= 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

и систему уравнений лагранжевого и заключительного этапов

$$\begin{aligned} \rho_i + (\rho u)_x + (\rho v)_v = 0, \quad (\rho u)_i + (\rho u^2)_x + (\rho uv)_v = 0 \\ (\rho v)_i + (\rho uv)_x + (\rho v^2)_v = 0 \\ (\rho E)_i + (\rho Eu)_x + (\rho Ev)_v + (1 - \delta)Q = 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь δ — параметр расщепления: при $\delta=1$ излучение учитывается на эйлеровом этапе, а при $\delta=0$ — на лагранжевом и заключительном этапах.

Введем равномерную сетку с сеточными параметрами Δx , Δy , Δt вдоль осей x , y , t соответственно. Значение функции f в точке $x_i = (i-1/2)\Delta x$, $y_j = (j-1/2)\Delta y$, $t^n = n\Delta t$ обозначим через $f_{i,j}^n$.

Уравнение для полной энергии в (1.2) аппроксимируем следующим образом:

$$\begin{aligned} E_{i,j}^{n+1/2} = E_{i,j}^n - (P_{i+1/2,j}^n u_{i+1/2,j}^n - P_{i-1/2,j}^n u_{i-1/2,j}^n) \Delta t / (\Delta x \rho_{i,j}^n) - \\ - (P_{i,j+1/2}^n v_{i,j+1/2}^n - P_{i,j-1/2}^n v_{i,j-1/2}^n) \Delta t / (\Delta y \rho_{i,j}^n) - \delta Q_{i,j}^n \Delta t / \rho_{i,j}^n \quad P_{i+1/2,j}^n = (P_{i+1,j}^n + P_{i,j}^n) / 2 \end{aligned}$$

Для аппроксимации остальных уравнений из систем (1.2) и (1.3) воспользуемся разностной схемой метода крупных частиц [8] (при этом член с Q в уравнении для полной энергии в (1.3) аппроксимируется, как и на эйлеровом этапе).

Для расчета осесимметричных течений с излучением разностная схема конструируется аналогичным образом.

Газодинамические граничные условия ставятся, как и в случае течения идеального газа, без учета излучения [8]. Для расчета обтекания затупленных тел в исходной прямоугольной системе координат использовалась новая трактовка дробных ячеек [9, 10]. При этом граничные условия на теле моделировались с помощью их разностных аппроксимаций, а затем производился сквозной счет по формулам для целых ячеек. Термодинамические функции равновесного воздуха определялись из явных аппроксимаций $P=P(\rho, I)$, $T=T(\rho, I)$, отличие которых от таблиц [11] менее 5% в достаточно широком диапазоне давлений и температур.

2. Учет излучения производился в приближениях объемного высвечивания и плоского слоя. В первом случае

$$Q = 4\pi \int_0^\infty k_\nu' B_\nu d\nu$$

Во втором случае, считая, что излучение со стороны ударной волны и поверхности тела в ударный слой не поступает, решение уравнения переноса лучистой энергии запишем в виде

$$q = 2\pi \int_0^\infty d\nu \int_0^\Delta dx' B_\nu(x') k_\nu'(x') E_2 \left(\left| \int_x^{x'} k_\nu''(x'') dx'' \right| \right) \text{sign}(x-x')$$

$$E_s(t) = \int_1^\infty m^{-s} \exp(-mt) dm$$

Здесь Δ — толщина слоя излучающего газа, а E_s ($S=1, 2, 3, 4$) — интегроэкспоненциальные функции [12].

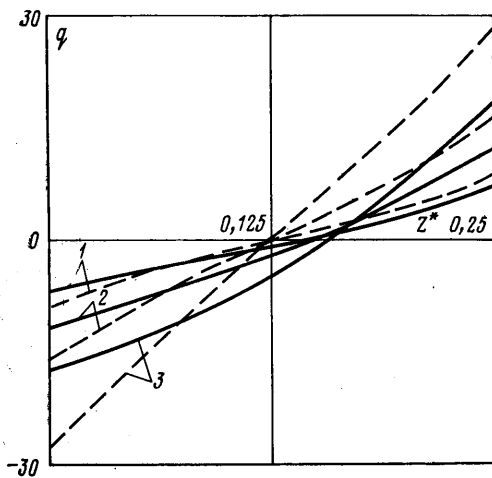
Коэффициенты поглощения воздуха k_ν' брались из [13] и аппроксимировались так же, как и в [1].

3. По изложенному алгоритму метода крупных частиц были проведены систематические расчеты обтекания затупленных тел различной формы (сфера, цилиндрический торец, плоский уступ) потоком равновесно дис-

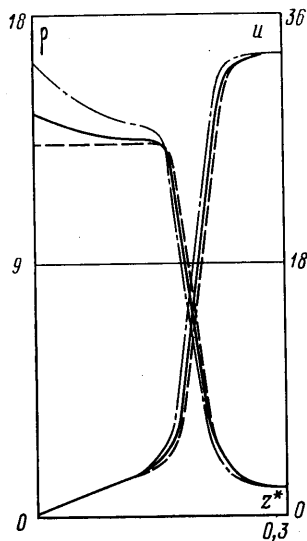
соцированного, ионизированного и излучающего воздуха в широком диапазоне начальных условий.

На приведенных ниже фигурах и в таблицах давление дано в атмосферах, температура T — в 10^3 К, лучистый тепловой поток q — в 10^3 ккал/м²·с, плотность газа и компоненты скорости отнесены к плотности и скорости звука c_∞ набегающего потока. Сплошной линией обозначаются результаты, полученные методом крупных частиц с учетом излучения в приближении плоского слоя, штрихпунктирной — в приближении объемного высвечивания, штриховой — без учета излучения.

Расчеты проводились с учетом излучения на эйлеровом этапе, т. е. при $\delta=1$, так как в этом случае получаются меньшие немонотонности решения за фронтом ударной волны.



Фиг. 1



Фиг. 2

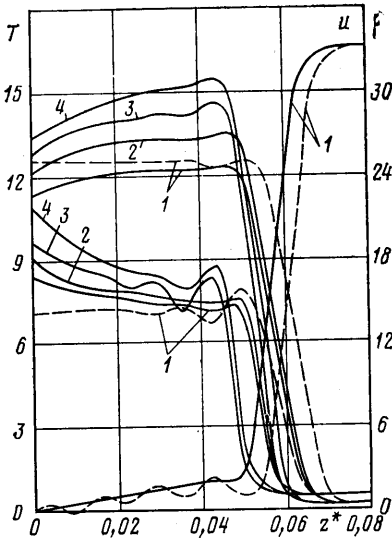
На фиг. 1 изображено распределение лучистого теплового потока q вдоль оси симметрии цилиндрического торца при его осесимметричном обтекании на высоте $H=40$ км в атмосфере Земли и числа Маха $M=33$ в зависимости от безразмерной величины $z^*=z/R$: кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям радиуса цилиндрического торца $R=0,1; 0,25; 0,5$ м. Видно, что учет излучения приводит к уменьшению лучистого теплового потока на поверхности тела.

Таблица 1

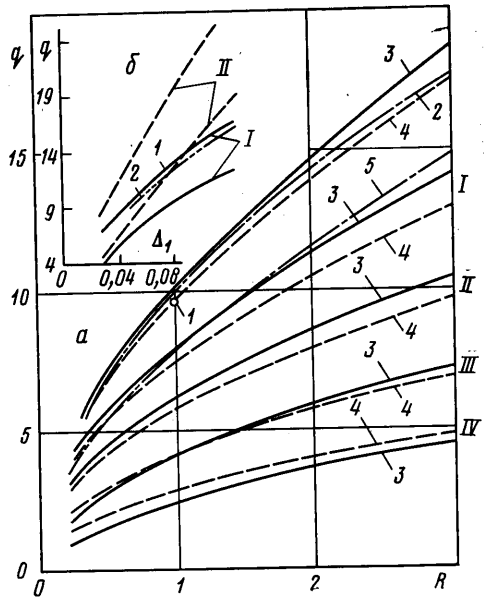
Радиус R, м	Данные	z^*									
		0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75	0,85	0,95
0,1	С излучением	6,72	6,67	6,55	6,44	6,29	6,01	5,72	5,41	4,81	4,13
	Без излучения	8,74	8,73	8,69	8,45	8,15	7,82	7,30	6,77	6,11	4,96
0,25	С излучением	11,3	11,2	11,0	10,7	10,4	10,0	9,43	8,73	7,81	6,61
	Без излучения	16,2	16,2	16,1	15,8	15,2	14,5	13,4	12,3	10,7	8,73
0,5	С излучением	17,0	16,9	16,8	16,5	15,9	15,2	14,2	13,1	11,8	9,92
	Без излучения	28,0	28,0	27,6	27,2	26,1	24,7	22,8	20,5	17,7	14,5

В табл. 1 представлено изменение лучистого теплового потока q по лобовой поверхности цилиндрического торца в зависимости от безразмерной величины $r^*=r/R$ ($H=40$ км, $M=33$). Расчеты показали, что относительное распределение q/q^* , где q^* — лучистый тепловой поток в критической точке, по лобовой поверхности практически не зависит от радиуса.

На фиг. 2 показаны профили плотности ρ и осевой составляющей скорости u вдоль прямой, параллельной оси симметрии на расстоянии $r^*=0,95$ от нее (радиус цилиндрического торца $R=0,1$ м, $H=40$ км, $M=33$).



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 3 представлено распределение плотности ρ , температуры T и скорости u на оси симметрии при обтекании сферы радиуса $R=1$ м на высоте $H=40$ км: кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют значениям числа Маха $M=33, 36, 39, 42$.

Из фиг. 3 следует, что с увеличением скорости набегающего потока повышается плотность в ударном слое, температура за ударной волной и на поверхности тела. Отметим немонотонное изменение отхода ударной волны с увеличением скорости (см. также [5]).

На фиг. 4, а показана величина лучистого теплового потока q , поступающего в критическую точку сферы ($H=40$ км, $M=33$) в зависимости от ее радиуса R : 1 — данные [1], 2 — [2], 3 — данные настоящей работы, 4 — [4], 5 — [14]. Здесь же для сферы ($M=33$) приводятся данные [4] и настоящей работы на высотах: I — 42,5 км, II — 45 км, III — 47,5 км, IV — 50 км.

На фиг. 4, б представлена зависимость лучистого теплового потока в критической точке затупленного тела ($H=40$ км, $M=33$) от величины Δ_1 : I — цилиндрический торец ($\Delta_1=R/4$), 2 — плоский уступ ($\Delta_1=R/2$).

Для других высот и скоростей полета лучистый тепловой поток в критической точке сферы, рассчитанный различными методами, приводится в табл. 2 (1 — данные настоящей работы, 2 — данные работы [4], 3 — [2]).

Из результатов расчетов, приведенных на фиг. 4, а и в табл. 2, видно хорошее соответствие данных настоящей работы и данных других авторов.

4. Как известно, при гиперзвуковом обтекании затупленного тела в плотных слоях атмосферы под действием интенсивного лучистого теплового потока лобовая поверхность тела подвержена мощному нагреву и вследствие этого разрушению. Продукты разрушения теплозащитного покрытия, поступающие в ударный слой, существенно изменяют теплообмен вблизи поверхности.

Таблица 2

Высота, км число Маха	Данные	Радиус R, м		
		0,3	1,0	3,0
$H=30$	1	13,7	33,7	61,3
$M=33$	2	15,5	30,8	62,8
$H=35$	1	7,5	17,2	33,5
$M=33$	2	9,1	17,3	32,8
$H=40$	1	13,5	25,0	45,5
$M=36$	2	13,7	23,6	37,8
	3	16,2	26,8	40,4
$H=40$	1	24,5	45,0	73,0
$M=39$	2	28,2	46,8	71,4
	3	34,6	52,6	70,7
$H=40$	1	45,0	77,5	129
$M=42$	2	49,1	80,4	121
	3	56,7	83,5	103
$H=42,5$	1	8,0	16,0	30,5
$M=36$	2	10,3	17,5	27,7

При малых величинах лучистого теплового потока имеет место слабый вдув и смешивание паров теплозащитного покрытия с воздухом происходит в пограничном слое. Расчеты, проведенные для этого случая в [15], показали, что собственное излучение паров теплозащитного покрытия может превалировать над их экранирующим действием, результатом чего является увеличение радиационного потока, поступающего к обтекаемому телу.

При больших лучистых тепловых потоках возникают режимы сильного вдува, при котором продукты разрушения теплозащитного покрытия оттесняют пограничный слой от поверхности тела [16, 17]. При этом вблизи поверхности тела слой паров теплозащитного покрытия можно считать невязким, а узкий слой смеси паров и газа внешнего потока обычно моделируется контактной поверхностью («двухслойная модель») [16, 17]. В условиях сильного вдува конвективный поток пренебрежимо мал, а на поверхность тела падает лишь радиационный поток [4].

Процесс абляции теплозащитного покрытия можно моделировать распределенным вдувом газа, термодинамические и оптические свойства которого совпадают со свойствами воздуха [4]. Это особенно относится к режимам сильного вдува, когда с увеличением скорости вдува лучистый тепловой поток, поступающий к поверхности тела, не уменьшается и, кроме того, не зависит от характера теплозащитного покрытия [17].

Рассмотрим осесимметричное обтекание цилиндрического торца при различных радиусах торца и скоростях вдува. По лобовой поверхности

зададим равномерный вдув с параметрами ρ_w , I_w , u_w ($v_w=0$). Параметры ρ_w , I_w подбирались таким образом, чтобы давление P_w было равно давлению в критической точке в отсутствие вдува (4,5 атм). При этом $T_w=6400$ К.

На фиг. 4, б показана зависимость лучистого теплового потока, поступающего в критическую точку, от величины $\Delta_1=R/4$, где R — радиус цилиндрического торца (кривые I соответствуют течению со скоростью вдува $u_w=0,2c_\infty$, II — без вдува; сплошные кривые соответствуют расчетам с учетом излучения, штриховые — без учета излучения). Видно, что вдув приводит к уменьшению лучистого теплового потока на поверхности тела.

На фиг. 5 изображено распределение лучистого теплового потока в ударном слое и слое вдуваемого газа по оси симметрии при скорости вдува $u_w=0,2c_\infty$ (кривые 1, 2, 3 соответствуют $R=0,1$; 0,25; 0,5 м). Отчетливо видно понижение контактной поверхности, достигнутой которой лучистый тепловой поток уменьшается из-за частичного поглощения его коротковолновой составляющей (поглощение будет полным при сильном вдуве) [16, 17].

Ниже приведен лучистый тепловой поток в критической точке в зависимости от скорости вдува при $R=0,5$ м:

$u_w(c_\infty)$	0,0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4
q	17,0	15,5	14,0	12,5	12,1	12,0

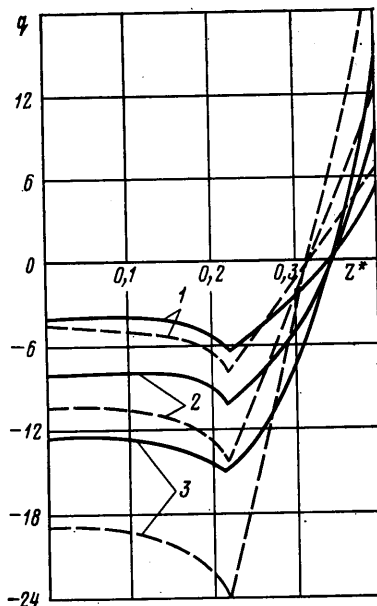
С увеличением скорости вдува лучистый тепловой поток уменьшается, асимптотически сверху стремясь к $q=12 \cdot 10^3$ ккал/м²·с, в то время как формула [17] для длинноволновой составляющей лучистого теплового потока дает величину $q=14 \cdot 10^3$ ккал/м²·с.

Отметим, что в работах [16, 17] делается предположение о схеме течения (принята двухслойная модель с ударной волной и контактной поверхностью, где ставятся граничные условия). В отличие от [16, 17] при решении задач со вдувом методом крупных частиц расчет производится без априорной информации о структуре течения (по сути дела используется лишь общепринятый учет излучения в приближении плоского слоя): ударная волна и контактная поверхность не выделяются, а выстраиваются в процессе решения.

Результаты расчетов и сравнения их с данными других методов позволяют сделать вывод о возможности успешного применения разностных схем метода крупных частиц для решения задач обтекания затупленных тел с учетом переноса излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский О. М., Фомин В. Н. Расчет течений излучающего газа в ударном слое. — Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1969, т. 9, № 2, с. 397–412.
2. Биберман Л. М., Бронин С. Я., Лагарьков А. Н. Радиационно-конвективный теплообмен при гиперзвуковом обтекании затупленного тела. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 5, с. 112–123.



Фиг. 5

3. Белоцерковский О. М., Осегрова С. Д., Фомин В. Н., Холодов А. С. Гиперзвуковое обтекание затупленных тел потоком излучающего газа.— *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1974, т. 14, № 4, с. 992–1003.
4. Румынский А. Н., Чуркин В. П. Обтекание затупленных тел гиперзвуковым потоком вязкого излучающего газа.— *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1974, т. 14, № 6, с. 1553–1570.
5. Численное исследование современных задач газовой динамики. М.: Наука, 1974. 397 с.
6. Давыдов Ю. М., Скотников В. П., Фомин В. Н. Исследование течений излучающего газа методом «крупных частиц».— В кн.: 4-я Всесоюз. конф. по радиационному теплообмену: Тез. докл. Киев: Наукова думка, 1978, с. 18.
7. Давыдов Ю. М., Скотников В. П., Фомин В. Н. Исследование обтекания затупленных тел с учетом селективного излучения методом крупных частиц.— В кн.: 4-я Всесоюз. конф. «Динамика излучающего газа»: Тез. докл. М.: 1980, с. 33.
8. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Нестационарный метод «крупных частиц» для газодинамических расчетов.— *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1971, т. 11, № 1, с. 182–207.
9. Давыдов Ю. М. Расчет обтекания тел произвольной формы методом «крупных частиц».— *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1971, т. 11, № 4, с. 1056–1063.
10. Давыдов Ю. М., Скотников В. П. Метод «крупных частиц»: вопросы аппроксимации, схемной вязкости и устойчивости. М.: ВЦ АН СССР, 1978. 72 с.
11. Таблицы термодинамических функций воздуха. М.: Изд-во АН СССР, 1957. 302 с.; 1959; М.: ВЦ АН СССР, 1962.
12. Пагурова В. И. Таблицы интегроэкспоненциальной функции $E_\nu(x) = \int_1^\infty e^{-xu} u^{-\nu} du$.
М.: ВЦ АН СССР, 1959. 152 с.
13. Оптические свойства горячего воздуха. М.: Наука, 1970. 320 с.
14. Брыкин М. В. Аэродинамический нагрев затупленных тел при движении в атмосфере Земли в условиях сильного радиационно-конвективного взаимодействия и абляции: Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. физ.-мат. наук. М.: ИВТ АН СССР, 1979. 17 с.
15. Карасев А. Б., Кондранин Т. В. Влияние продуктов уноса массы на теплообмен при разрушении графита в излучающей воздушной плазме.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1971, № 1, с. 23–31.
16. Стулов В. П., Мирский В. Н. Течение излучающего газа около затупленного тела при интенсивном испарении.— *Теплофизика высоких температур*, 1976, т. 14, № 1, с. 112–119.
17. Биберман Л. М., Бронин С. Я., Брыкин М. В., Мнацаканян А. Х. Влияние газообразных продуктов разрушения теплозащитного покрытия на теплообмен в окрестности критической точки затупленного тела.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1978, № 3, с. 129–136.

Москва

Поступила в редакцию
1.XII.1980