

УДК 532.542:536.252

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ТЕЧЕНИЯ НА НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ КРУГЛОЙ ТРУБЫ ПРИ СМЕШАННОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

ХОЛЩЕВНИКОВА Е. К.

Известно, что при входе газа в трубу через плавное очерченное сопло и числах Рейнольдса  $2300 < Re \leq 10^5$  на начальном участке трубы образуется ламинарный пограничный слой, постепенно переходящий в турбулентный. Такой пограничный слой получил название смешанного или переходного.

Детальное экспериментальное исследование гидродинамики течения без теплообмена на входном участке трубы в указанном диапазоне чисел  $Re$  выполнено в [1]. Переходный пограничный слой характеризуется немонотонностью изменения параметров по длине. Картина течения дополнительно усложняется при наличии теплообмена в случае переменных свойств газа. Имеется несколько экспериментальных работ по теплообмену для такого пограничного слоя, относящихся в основном к течению жидкостей с большой вязкостью (типа масел). Библиографию по этому вопросу можно найти в [2]. Однако систематического исследования влияния различных воздействий на характеристики развивающихся течений с теплообменом проведено не было.

Для расчета теплообмена в указанных условиях, как правило, используются эмпирические критериальные зависимости для развитых течений с поправочными коэффициентами, учитывающими изменение параметров на начальном участке.

Разрабатываемые в последнее время дифференциальные модели турбулентности позволяют описывать течения с переходом от ламинарного режима к турбулентному (см., например, [3–5]).

В данной работе дифференциальное уравнение для турбулентной вязкости [4] с эмпирическими коэффициентами, выбранными из условий наилучшего совпадения с экспериментом в [5], использовано для численного исследования течения с теплообменом на начальном участке круглой трубы при различных значениях температурного фактора, а также при наличии шероховатости.

**1. Система уравнений, модель турбулентности.** Рассмотрим дозвуковое течение сжимаемого вязкого газа в круглой трубе в приближении пограничного слоя. Основные уравнения могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial \rho u r}{\partial x} + \frac{\partial \rho v r}{\partial r} = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \rho (\varepsilon + \nu) r \frac{\partial u}{\partial r} \right] \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \rho \left( \frac{\varepsilon}{Pr_t} + \frac{\nu}{Pr} \right) r \frac{\partial H}{\partial r} \right] + \\ + \frac{K}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \rho \left[ \left( 1 - \frac{1}{Pr_t} \right) \varepsilon + \left( 1 - \frac{1}{Pr} \right) \nu \right] r \frac{\partial u^2/2}{\partial r} \right\}, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$x = \frac{x^\circ}{R^\circ}, \quad r = \frac{r^\circ}{R^\circ}, \quad u = \frac{u^\circ}{u_1^\circ}, \quad v = \frac{v^\circ}{u_1^\circ}, \quad H = \frac{H^\circ}{H_1^\circ}, \quad h = \frac{h^\circ}{h_1^\circ}$$

$$\rho = \frac{\rho^\circ}{\rho_1^\circ}, \quad p = \frac{p^\circ}{\rho_1^\circ u_1^{\circ 2}}, \quad \nu = \frac{\nu^\circ}{u_1^\circ R^\circ}, \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon^\circ}{u_1^\circ R^\circ}, \quad K = \frac{u_1^{\circ 2}}{H_1^\circ} \quad (1.4)$$

Здесь градусом помечены размерные величины, индексом 1 — параметры на оси канала во входном сечении,  $R$  — радиус трубы,  $H$  — энтальпия торможения,  $h$  — статическая энтальпия,  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $\varepsilon$  — турбулентная вязкость. Остальные обозначения общеприняты.

Для замыкания уравнений, описывающих осредненное движение в турбулентных потоках, будем использовать дифференциальное уравнение для турбулентной вязкости в форме [4], а эмпирические коэффициенты  $\kappa$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$  и  $\xi$ , входящие в это уравнение, будем определять по формулам работы [5]

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \rho (\kappa \varepsilon + \nu) r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + \\ &+ \alpha \rho \varepsilon \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| \left[ 1 - \frac{\gamma \rho \varepsilon (\beta \varepsilon + \nu)}{S^2} \right] + \xi \varepsilon u \frac{\partial \rho}{\partial x} \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} \kappa &= 2, \quad \gamma = 12, \quad \beta = 0,34, \quad \xi = 1 \\ \alpha &= 0,28 \left( \frac{\varepsilon}{7\nu} \right)^{0,71} \left( \frac{\varepsilon}{7\nu} \leq 1 \right); \quad \alpha = 0,28 \left( \frac{\varepsilon}{7\nu} > 1 \right) \\ S^2 &= S_0^2 + 0,4S_0 k_s + 0,004k_s^2, \quad S_0 = R - r \end{aligned}$$

Здесь  $k_s$  — эквивалентный размер песочной шероховатости; для гладких стенок  $S = S_0$  — расстояние от стенки до рассматриваемой точки.

Кроме приведенных уравнений для газов следует добавить уравнение состояния и учесть зависимость вязкости от температуры

$$p = \rho RT, \quad \frac{\mu}{\mu_0} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{n_\mu} \quad (1.6)$$

Для воздуха в интервале температур от 100 до 1000К  $n_\mu \approx 0,7$ ,  $\mu_0 = 17,18 \cdot 10^{-6}$  Па·с при  $T_0 = 273$ К.

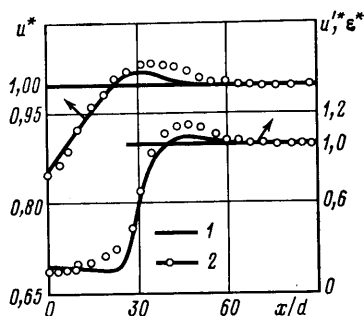
Для решения системы уравнений (1.1)–(1.5) в начальном сечении канала должны быть заданы профили  $u(r)$ ,  $H(r)$  и  $\varepsilon(r)$ . В качестве граничных используются следующие условия:

$$\begin{aligned} r=R: \quad u_w = v_w = 0, \quad H_w = \text{const}, \quad \varepsilon_w = 0 \quad (k_s = 0) \\ (\partial \varepsilon / \partial r)_w = 0 \quad (k_s \neq 0) \\ r=0: \quad v = 0, \quad \partial u / \partial r = \partial H / \partial r = \partial \varepsilon / \partial r = 0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

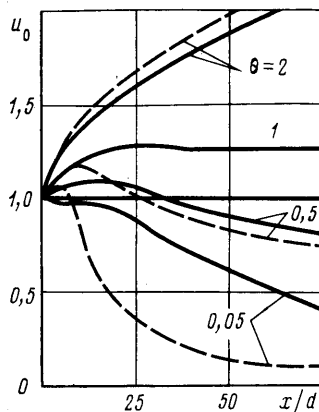
Условие  $v=0$  на оси канала служит для определения градиента давления в канале методом пристрелки.

Параметрами задачи являются  $k_s$ ,  $Pr$ ,  $Pr_t$ , энтальпийный фактор  $\theta = h_w/h_1$  и число Рейнольдса, определенное по данным на входе в канал  $Re_R = u_1^\circ R^\circ / \nu_1^\circ$  (влияние числа Рейнольдса сказывается на значениях безразмерных  $\nu$  и  $\varepsilon$ ). При проведении расчетов для турбулентного числа Прандтля будем использовать значение  $Pr_t = 0,87$ .

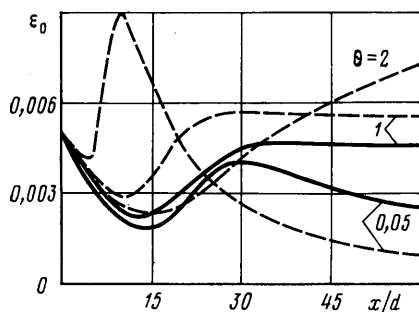
Система уравнений (1.1)–(1.6) с граничными условиями (1.7) решалась численно с помощью неявной конечно-разностной схемы и с использованием итерационного процесса (см., например, [6]). Расчеты проводились на ЭВМ БЭСМ-6. Время счета 100 калибров в случае гладких стенок составляет ~5 мин, а в случае шероховатых стенок ~20 мин. Шаг по  $x$  может быть переменным и выбирается из условий сохранения расхода (погрешность по расходу ~1%) и сходимости итераций. Шаг по  $r$  у стенки задается пропорционально величине  $1/Re_R$ , а затем возрастает по закону



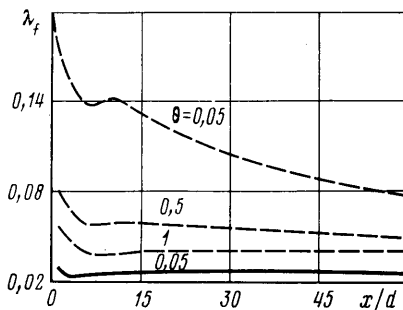
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

геометрической прогрессии — этим обеспечивается попадание нескольких расчетных узлов в область ламинарного подслоя при любых числах Рейнольдса при общем числе точек в слое  $\sim 50-70$ .

**2. Сопоставление расчетных данных с результатами экспериментов для течения без теплообмена.** Для проверки работоспособности дифференциальной модели турбулентной вязкости было проведено сравнение расчетных данных с экспериментальными результатами, полученными для плавного профилированного входа в диссертации Ю. П. Трубакова<sup>1</sup>. Расчеты проводились при  $Re = u_1^0 d^2 / \nu_1^0 = 2,85 \cdot 10^5$  и однородных начальных профилях скорости и турбулентной вязкости  $u_1(r) \equiv 1$ ,  $\varepsilon_1(r) \equiv \text{const} = 6 \cdot 10^{-4}$ .

На фиг. 1 показано изменение скорости  $u^* = u_0^0 / u_{0\infty}^0$  (левая шкала) и турбулентной вязкости  $\varepsilon^* = \varepsilon_0^0 / \varepsilon_{0\infty}^0$  (правая шкала) на оси по длине трубы. Значения  $u_0^0$  и  $\varepsilon_0^0$  обезразмерены по параметрам стабилизированного течения  $u_{0\infty}^0$  и  $\varepsilon_{0\infty}^0$ . Расчетные кривые проведены сплошными линиями 1, экспериментальные данные показаны значками 2. В экспериментах измеряется не турбулентная вязкость, а пропорциональная ей величина — интенсивность пульсаций продольной скорости  $u'' = \sqrt{\langle u'^2 \rangle} / \langle u'^2 \rangle$ , которая и приведена на графике. Интенсивность турбулентности на входе в трубу  $\sqrt{\langle u'^2 \rangle} / \langle u \rangle$  составляла  $\sim 0,7\%$ . Из фиг. 1 видно, что имеется некоторое количественное отличие расчетных и экспериментальных данных, однако

<sup>1</sup> Трубаков Ю. П. Экспериментальное исследование турбулентного потока на входных участках круглых труб: Дис. на соискание уч. ст. канд. техн. н., М.: МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1979.

основные эффекты, характеризующие развитие течения на начальном участке при смешанном пограничном слое, обнаруживаются и в расчете. Эти эффекты состоят в следующем: параметры по длине трубы изменяются немонотонно; максимум интенсивности турбулентности сдвинут относительно максимума осредненной скорости на величину  $\sim 15$  калибров. В сечении, соответствующем максимуму осевой скорости, происходит смыкание пограничных слоев. В этом же сечении наполненность профиля скорости наименьшая. Последующее уменьшение  $u_0$  связано с уплощением профиля скорости вследствие перехода образовавшегося в начале трубы ламинарного пограничного слоя в турбулентный.

Отмеченные особенности течения на начальном участке трубы не получались в расчетах, проводившихся ранее с использованием алгебраических моделей турбулентности [7]. Автору известна интересная работа В. Г. Луцника и А. Е. Якубенко<sup>2</sup>, в которой с помощью трехпараметрической дифференциальной модели турбулентности достаточно точно рассчитаны характеристики течения несжимаемой жидкости на входном участке круглой трубы. Учитывая сказанное, представляется целесообразным использовать дифференциальную модель турбулентной вязкости для качественного исследования развивающихся течений с теплообменом.

**3. Гидродинамические характеристики потока при течении с теплообменом.** Расчеты течений с теплообменом в п. 3 и 4 проводились при однородных начальных профилях на входе при следующих значениях параметров:

$$u_1(r) \equiv 1, H_1(r) \equiv 1, \varepsilon_1(r) \equiv \text{const} = \varepsilon_1 = 5 \cdot 10^{-3}, \text{Pr} = 0,7$$

$$k_s = 0; 0,0335, \theta = 0,05 - 2, \text{Re} = 2 \cdot 10^4$$

Задание величины 0,7 для числа Прандтля соответствует выбору воздуха в качестве рабочего тела; принятое значение  $\varepsilon_1$  близко к значению турбулентной вязкости на оси канала при развитом течении без теплообмена и  $\text{Re} = 2 \cdot 10^4$ ; при  $\theta < 1$  газ охлаждается, при  $\theta > 1$  нагревается. Определим коэффициент сопротивления по плотности газа при среднемаховой температуре  $T_j$  и средней массовой скорости  $\langle \rho^\circ u^\circ \rangle = G^\circ / F^\circ$  ( $G^\circ$  — расход,  $F^\circ$  — площадь поперечного сечения)

$$\lambda_j = \frac{8 \tau_w^\circ \rho_j^\circ}{(\langle \rho^\circ u^\circ \rangle)^2}$$

Изменение по длине скорости на оси канала  $u_0$ , турбулентной вязкости на оси канала  $\varepsilon_0$  и коэффициента сопротивления  $\lambda_j$  показано на фиг. 2—4. На всех фигурах сплошные кривые относятся к течению в трубе с гладкими стенками, а штриховые кривые — к течению в трубе с шероховатыми стенками при  $k_s = 0,0335$ .

Проанализируем результаты расчета. При охлаждении дозвуковой поток тормозится, а его плотность увеличивается. В то же время образование пограничных слоев на стенках входного участка трубы приводит к возрастанию скорости на оси. Вследствие этого  $u_0$  изменяется по  $x$  немонотонно, проходя через максимум (фиг. 2). Особенно заметны максимумы на кривых  $u_0(x)$  в случае шероховатых стенок, так как трение приводит к ускорению дозвукового потока и усиливает эффект, связанный с нарастанием пограничных слоев. При нагревании дозвуковой поток ускоряется, все воздействия направлены в одну сторону, и скорость на оси трубы монотонно возрастает. Скорость на оси канала при течении без теплообмена в случае шероховатых стенок на  $\sim 4\%$  больше, чем в случае гладких

<sup>2</sup> Луцник В. Г., Якубенко А. Е. Расчет турбулентного течения несжимаемой жидкости на входном участке круглой трубы. М.: Ин-т механики МГУ, отчет № 2083, 1978.

стенок. Расчеты показали, что при охлаждении и течении без теплообмена наполненность профилей скорости меняется немонотонно, а при нагревании — монотонно.

Турбулентная вязкость на оси канала также изменяется на входном участке трубы крайне немонотонно (фиг. 3). При начальном значении  $\epsilon_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  ядро с однородным профилем скорости не может обеспечить достаточного порождения турбулентности, поэтому вначале  $\epsilon_0$  убывает. Затем по мере нарастания пограничных слоев  $\epsilon_0$  увеличивается, при  $\theta \leq 1$  проходит через максимум и стремится к своему асимптотическому значению, убывая при охлаждении и возрастая при нагревании. Изменение  $\epsilon_0$  при  $\theta = 2$  на гладкой стенке подобно изменению  $\epsilon_0$  на шероховатой стенке, но уровень  $\epsilon_0$  несколько ниже: при  $x/d = 60$  отличие составляет  $\sim 20\%$ .

Зависимость  $\lambda_f(x/d)$  характеризуется наличием минимума на начальном участке трубы (фиг. 4). В случае гладких стенок диапазон изменения  $\lambda_f$  невелик: при  $x/d = 60$   $\lambda_f$  изменяется от 0,0254 при  $\theta = 0,05$  до 0,0287 при  $\theta = 2$ . Нагревание шероховатой стенки при  $\theta = 2$  приводит к уменьшению  $\lambda_f$  по сравнению с  $\lambda_f$  при течении без теплообмена ( $\theta = 1$ ) на входном участке трубы на  $\sim 30\%$ . Уменьшение вязкости потока при охлаждении приводит к уменьшению трения и коэффициента сопротивления на основном участке трубы. При нагревании трение и коэффициент сопротивления соответственно возрастают. Интересно отметить, что влияние шероховатости на  $\lambda_f$  проявляется значительно сильнее при охлаждении, чем при нагревании. На основном участке трубы кривая  $\lambda_f(x)$  при  $\theta = 0,05$  идет ниже всех остальных кривых при  $k_s = 0$  и выше всех кривых при  $k_s \neq 0$ . Это можно объяснить так: при развитом течении без теплообмена для  $Re = 2 \cdot 10^4$  параметр шероховатости, определяемый по формуле  $u^* k_s^\circ / \nu^\circ$ , при  $x^\circ / R^\circ = 100$  равен 23,8, что соответствует переходному режиму, когда  $\lambda_f = f(k_s, Re)$ . В случае охлаждения параметр шероховатости равен 390. Это соответствует области полного проявления шероховатости, в которой трение значительно больше. Заметим, что коэффициент сопротивления, рассчитанный для  $Re = 2 \cdot 10^4$  в случае развитого изотермического течения на шероховатой стенке, отличается от экспериментальных данных И. Никурадзе [8] на  $\sim 5\%$ . Использование уравнения для турбулентной вязкости для режимов с полным проявлением шероховатости может дать завышение  $\lambda_f$  по сравнению с опытными данными примерно на 25–33%.

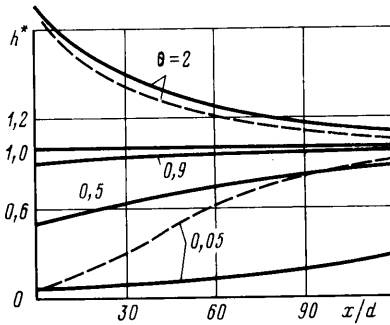
**4. Влияние интенсивности теплообмена на тепловые характеристики потока.** Расчеты показали, что тепловые пограничные слои смыкаются быстрее, чем динамические: на длине  $\sim 15d$  при  $k_s = 0$  и  $\sim 5-10d$  при  $k_s \neq 0$ . В случае шероховатых стенок процесс выравнивания температур идет значительно интенсивнее, чем при гладких стенках. Об этом свидетельствует изменение по длине величины  $h^*$ , равной отношению энтальпии на стенке  $h_w$  к среднemasсовой энтальпии потока  $h_f$  (фиг. 5). При  $k_s \neq 0$  и  $x/d = 120$  значения  $h^*$  при  $\theta = 0,05-2$  отличаются от единицы не более чем на 10%, а при  $k_s = 0$  это отличие намного больше:  $h^* \approx 0,3$  при  $\theta = 0,05$ .

На фиг. 6 приведено изменение по длине параметра Нуссельта, определенного следующим образом:

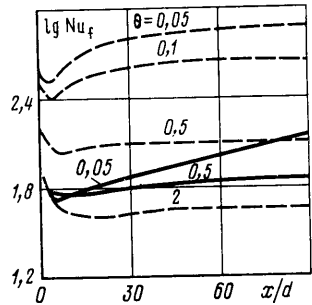
$$Nu_f = \frac{q_w^\circ d^\circ Pr}{(h_f^\circ - h_w^\circ) \mu_f^\circ}$$

Здесь  $q_w$  — тепловой поток в стенку, а  $\mu_f$  — динамическая вязкость, определенная по среднemasсовой энтальпии  $h_f$ . Аналогичное определение числа Нуссельта принято использовать при расчете теплообмена для газов с переменными физическими свойствами (см., например, [2]). Шеро-

ховатость стенок приводит к увеличению  $Nu_f$ . При нагревании ( $\theta=2$ ) отличие в значениях  $\lg Nu_f$  для каналов с гладкими и шероховатыми стенками составляет  $\sim 5\%$ . При охлаждении влияние шероховатости оказывается значительно сильнее: при  $\theta=0,05$  и  $x/d=90$   $Nu_f$  при  $k_s \neq 0$  в 5 раз больше, чем при  $k_s=0$ . Принято считать, что наступила тепловая стабилизация течения, если  $Nu=\text{const}$ . При слабом охлаждении и не очень сильном нагревании параметр  $Nu_f$  выходит на стабилизированное значение на умеренных длинах: длина тепловой стабилизации для  $\theta=0,9$  и 2 при турбулентном режиме течения и  $k_s=0$  составляет  $40-60d$ . При силь-



Фиг. 5



Фиг. 6

ном охлаждении и при сильном нагревании ( $\theta \approx 11$ ) [9] тепловой стабилизации на обозримых длинах нет. Ускорение выравнивания температур на шероховатых стенках приводит к более быстрому выходу  $Nu_f$  на константу. Практически  $Nu_f$  выходит на постоянное значение тогда, когда разница температур в потоке не велика и свойства мало изменяются по сечению. Заметим, что при  $x \geq 35d$  и для гладких и для шероховатых стенок все газодинамические параметры потока изменяются монотонно. Поэтому возрастание  $Nu_f$  при турбулентных режимах течения и при  $x > 35d$  следует объяснять не образованием смешанного пограничного слоя, а изменением физических свойств газа.

Анализ профилей температуры, полученных в результате расчета, показал, что наполненность профилей на начальном участке трубы изменяется немонотонно. Кроме того, необходимо обратить внимание на тот факт, что изменение профиля безразмерной относительной температуры  $(T-T_w)/(T_0-T_w)$  происходит на значительно больших длинах, чем длина смыкания тепловых пограничных слоев ( $\sim 15d$ ).

Вид зависимостей  $\lambda_f=f(x)$  и  $Nu_f=f(x)$  качественно согласуется с соответствующими кривыми, полученными экспериментально [2, 10]. В работе [11] было получено удовлетворительное количественное совпадение расчетных и экспериментальных данных по коэффициентам трения и теплообмена ( $c_f$  и  $St$ ) для области развитой турбулентности. Расчеты проводились с помощью той же методики, что и в настоящей работе.

Таким образом, с помощью дифференциальной модели турбулентности удалось провести качественный анализ сложного развивающегося течения с теплообменом на входном участке круглой трубы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Субботин В. И., Ушаков П. А., Трубаков Ю. П., Габрианович Б. Н., Левченко Ю. Д. Средненные характеристики турбулентного потока воздуха на входном участке круглой трубы. Обнинск, 1975. 37 с.
2. Петузов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. М.: Атомиздат, 1974. 407 с.

3. Глушко Г. С. Переход к турбулентному режиму течения в пограничном слое плоской пластины при различных масштабах турбулентности набегающего потока. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 3, с. 68.
4. Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н. Турбулентные течения при воздействии объемных сил и неавтомоделности. М.: Машиностроение, 1975. 94 с.
5. Холщевникова Е. К. Исследование развитого течения несжимаемой проводящей жидкости в круглой трубе с помощью уравнения для турбулентной вязкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 5, с. 60.
6. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971. 552 с.
7. Левченко Ю. Д., Трубаков Ю. П. Гидродинамика турбулентного потока жидкости на входном участке круглых труб. Обнинск, 1976. 30 с.
8. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
9. Олоничев И. С. Численный расчет теплообмена и сопротивления трения при турбулентном течении в трубе газа с переменными физическими свойствами. — Инж.-физ. ж., 1973, № 4, т. 24, с. 730.
10. Петухов Б. С., Краснощеков Е. А. О теплообмене в начальном участке трубы при смешанном пограничном слое. — В кн.: Теплопередача и тепловое моделирование. М.: Изд-во АН СССР, 1959, с. 187.
11. Холщевникова Е. К. Турбулентное течение воздуха в круглой трубе при высоких температурах. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2, с. 162.

Москва

Поступила в редакцию  
1.VIII.1980