

УДК 532.54:538.4

## **РАСЧЕТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕЧЕНИЯ С РАЗЛИЧНЫМ УРОВНЕМ ТОЧНОСТИ ОПИСАНИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ**

**БИТЮРИН В. А., ЖЕЛНИН В. А., САТАНОВСКИЙ В. Р.**

Проводится сопоставление двух гидравлических моделей течения в канале МГД-генератора. В более простой модели (модель М1) для учета поперечных неоднородностей потока, связанных с пограничными слоями на стенках канала, используются критериальные соотношения с поправочными коэффициентами [1]. Значения поправочных коэффициентов подбираются в процессе сопоставления результатов расчета с экспериментальными данными. Накопленный к настоящему времени опыт такого сопоставления [2, 3] показывает, что для многих течений удается подобрать поправочные эмпирические коэффициенты, обеспечивающие вполне удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных интегральных характеристик течения. При этом некоторые эмпирические константы являются весьма консервативными по отношению к изменению режима течения и конструкции канала, тогда как другие могут сильно зависеть от режима течения.

Тот факт, что модель М1 опирается на эмпирические коэффициенты, некоторые из которых к тому же зависят от режима течения, затрудняет применение этой модели для прогнозирования новых классов течений.

В настоящее время предложены гидравлические модели более высокого уровня, включающие решение двумерных уравнений пограничного слоя для учета поперечных неоднородностей [4]. Такой подход (модель М2) позволяет в рамках приближения плоского пограничного слоя и выбранной модели турбулентности учесть влияние на поперечные неоднородности градиента давления, ponderomotorной силы и т. д., учет которых в модели М1 эффективно осуществляется подбором поправочных коэффициентов.

Ниже приводятся результаты сопоставления расчетов по моделям М1 и М2. В процессе сопоставления поправочные коэффициенты в модели М1 подбираются таким образом, чтобы согласовать полученное в модели М1 распределение статического давления по длине канала с рассчитанными в модели М2. Для течения с МГД-взаимодействием согласование проводится также по распределению холловского потенциала и полной электрической мощности, снимаемой с канала. Такая процедура сопоставления аналогична сопоставлению с опытными данными, описанному в [2, 3]. Однако в отличие от реального эксперимента расчет по модели М2 дает полную информацию о структуре течения. Поэтому оказывается возможным провести сопоставление распределений, которые обычно не измеряются в эксперименте (например, распределение скорости в ядре потока и т. д.), и выявить влияние различных факторов на поправочные коэффициенты.

1. Гидравлическое приближение основывается на квазиодномерных уравнениях, выражающих законы сохранения массы, импульса и энергии для осредненных в плоскости поперечного сечения канала величин [5]. Так как система гидравлических уравнений в общем виде является незамкнутой, то для ее конкретного применения необходимо задать связи между различными средними по поперечному сечению величинами, трение и тепловую поток на стенках канала, а также силовое и энергетическое воздействие электромагнитного поля на поток.

В гидравлических моделях М1 и М2, которые рассматриваются в данной работе, для задания связей между средними по поперечному сечению величинами используются безразмерные профильные функции скорости  $\Psi_s$  и полной энтальпии  $\Psi_h$ . Иначе говоря, предполагается, что

$$u=u_0(x)\Psi_u(x, y, z), \quad H=H_0(x)\Psi_H(x, y, z), \quad P=P(x)$$

где  $u$  — продольная скорость,  $H$  — полная энтальпия,  $P$  — статическое давление, индекс 0 относится к величинам на оси канала. В данной работе считается, что поперечные неоднородности связаны только с пограничными слоями на стенках канала.

В модели М1 профильные функции задаются на основе степенных законов распределения скорости и полной энтальпии в пограничном слое с показателем степени  $1/n=1/7$ , [1]. Толщины пограничных слоев  $\delta$ , необходимые для задания профильных функций, а также безразмерный коэффициент трения  $c_f$  и число Стантона  $St$  рассчитываются при помощи критериальных соотношений

$$\delta=k_\delta 0,37x^* Re_x^{-0,2}, \quad c_f=k_\xi 0,058 Re_x^{-0,2} \quad (1.1)$$

$$St=k_\alpha 0,029 Re_x^{-0,2} Pr^{-1/3}$$

где числа Рейнольдса  $Re_x$  и Прандтля  $Pr$  берутся по определяющей температуре  $(T_0+T_w)/2$  ( $T_0, T_w$  — температура газа в ядре потока и на стенках соответственно);  $x^*=x+x_0$ , причем  $x_0$  выбирается таким образом, чтобы пограничные слои на входе в канал имели заданную толщину. В данной работе предполагалось, что толщина пограничного слоя на входе в канал  $\delta_1=0,01$  м.

В соотношения (1.1) введены поправочные коэффициенты  $k_\alpha, k_\delta, k_\xi$  для учета отличия реального режима течения от стандартных условий (безградиентное обтекание гладкой пластины в отсутствии МГД-взаимодействия).

В модели М2 используются безразмерные профильные функции, толщины пограничных слоев и безразмерные коэффициенты трения и числа Стантона, полученные в результате решения двумерных уравнений плоского пограничного слоя, которое согласовано с решением гидравлических уравнений для канала в целом по распределению статического давления (подход  $G$  в [4]).

Для расчета электродинамических параметров используется осредненный в плоскости поперечного сечения обобщенный закон Ома [4], дополненный соотношениями, которые учитывают особенности конструкции (рассматривается рамочный канал) и режима нагружения канала, а именно

$$\langle E_y \rangle = -E_x \operatorname{ctg} \gamma + \Delta V / 2a, \quad I = (\langle j_x \rangle - \operatorname{ctg} \gamma \langle j_y \rangle) F \quad (1.2)$$

$$\langle f \rangle = \frac{1}{F} \iint_F f(x, y, z) dy dz$$

где  $E_x, E_y, j_x, j_y$  —  $x$ - и  $y$ -компоненты напряженности электрического поля и плотности тока соответственно,  $\gamma$  — угол наклона рамок к оси канала,  $I$  — полный нагрузочный ток,  $\Delta V$  — приэлектродное падение потенциала,  $F$  — площадь поперечного сечения канала,  $2a$  — расстояние между электродными стенками. Знаком  $\langle \rangle$  обозначены средние по поперечному сечению величины.

При заданных распределениях индукции магнитного поля  $B(x)$  и тока нагрузки  $I(x)$  электродинамические соотношения для средних величин оказываются замкнутыми и можно найти средние по сечению электромагнитные силу  $f_{ex}$  и мощность  $N$

$$f_{ex} = \langle j_y \rangle B, \quad N = \langle j_x \rangle E_x + \langle j_y \rangle \langle E_y \rangle$$

Таким образом, гидравлическая модель М1 полностью замкнута. В модели М2 необходимо еще задать распределения тока и электрического поля в пограничных

слоях. Для этого используются предположения, на которых основано осреднение обобщенного закона Ома [4, 5]

$$E_x = E_x(x), \quad E_y = E_y(x, y), \quad j_y = j_y(x, z) \quad (1.3)$$

По известным величинам  $B$ ,  $E_x$ ,  $\langle j_y \rangle$  и распределениям проводимости  $\sigma(x, y, z)$ , параметра Холла  $\beta(x, y, z)$  и скорости  $u(x, y, z)$  можно при помощи обобщенного закона Ома для локальных величин восстановить плотность тока  $j_{y0}$  и напряженность электрического поля  $E_{y0}$  на оси канала. Затем, учитывая (1.3), получаем соотношения (1.4) и (1.5) для пограничных слоев на электродной и изоляционной стенках соответственно

$$j_y = j_{y0}(x), \quad E_x = E_x(x), \quad j_x = \sigma(x, y)E_x - \beta(x, y)j_{y0} \quad (1.4)$$

$$E_y = j_{y0}[1 + \beta^2(x, y)] / \sigma(x, y) + u(x, y)B - \beta(x, y)E_x$$

$$E_y = E_{y0}(x), \quad E_x = E_x(x)$$

$$j_y = \sigma(x, z)[E_{y0} - u(x, z)B + \beta(x, z)E_x][1 + \beta^2(x, z)]^{-1}$$

$$j_x = \sigma(x, z)E_x - \beta(y, z)j_y \quad (1.5)$$

Строго говоря, соотношения (1.4), (1.5) описывают распределения электродинамических параметров в областях вдали от углов идеально секционированного канала, в котором ток не может стекать на боковые (изоляционные) стенки. Однако в [6] показано, что при низкой температуре боковых стенок (именно такой случай рассматривается в данной работе) стекающий на них ток мал и распределения токов и полей близки к распределениям, задаваемым (1.4), (1.5).

2. Рассмотрим сначала результаты сопоставления моделей М1 и М2 для дозвукового течения без МГД-взаимодействия. Расчеты проводились для геометрии канала  $P$  Установки У-25 [7] при заданном расходе  $m = 20$  кг/с, полной энтальпии на входе в канал  $H_{01} = 5,09 \cdot 10^6$  Дж/кг и статическом давлении на выходе  $P_2 = 0,93$  ат. Было принято, что стенки канала гладкие и имеют температуру  $T_w = 1800$  К. Во всех расчетах использованы реальные свойства продуктов сгорания природного газа в обогащенном кислородом (40%) воздухе. Граничные условия для расчета пограничного слоя описаны в [4].

Распределение  $P(x)$ , полученное в модели М2 для этих условий (см. [4]), характеризуется сильным уменьшением давления от значения  $P_1 = 1,125$  ат до минимального значения  $P(x = 1 \text{ м}) = 0,72$  ат с последующим плавным возрастанием до значения  $P_2$ .

Значения поправочных коэффициентов  $k_\alpha = k_\delta = k_\xi = 1$  в модели М1 позволяют получить близкое к модели М2 распределение  $P(x)$  (максимальное отличие при  $x = 1$  м составляет 3%) и практически совпадающие распределения среднемассовых скорости  $u_m(x)$  и полной энтальпии  $H_m(x)$ . При этом распределения скорости в ядре потока  $u_0(x)$ , полученные в моделях М1 и М2, имеют отличие, не превышающее 10%, а распределения полной энтальпии в ядре  $H_0(x)$  — меньше 2%.

В [4] показано, что при гидравлическом описании течения в канале без МГД-взаимодействия полная энтальпия в ядре  $H_0$  может изменяться по длине канала, причем изменение обусловлено раскрытием и углами канала. В данном случае для модели М2 влияние этих факторов не превосходит 1%. В модели М1 изменение  $H_0$  вызвано также тем, что при наличии градиента давления задаваемые формулами (1.1) характеристики пограничного слоя не удовлетворяют интегральным соотношениям импульса и энергии.

На фиг. 1 представлены коэффициент трения  $c_f$  (кривая 1), число Стантона  $St$  (кривая 2) и толщина пограничного слоя  $\delta$  (кривая 3), рассчитанные в модели М2 и отнесенные к соответствующим величинам, рассчитанным по соотношениям (1.1) при значениях поправочных коэффициентов  $k_\alpha = k_\delta = k_\xi = 1$ . На фиг. 1 ясно видно, что локальные характеристики пограничного слоя существенно отличаются от точных (рассчитанных по модели М2).

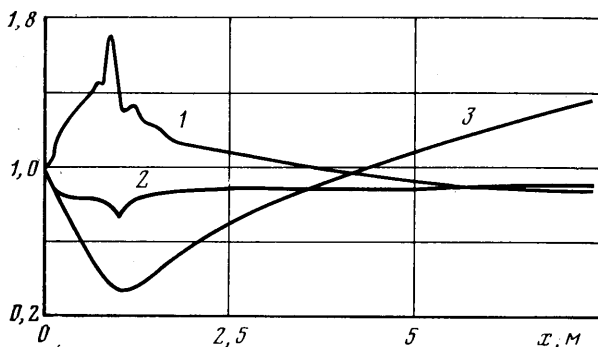
Проанализируем причины того, что существенные погрешности при задании локальных характеристик пограничного слоя в модели М1 весьма

слабо влияют на результаты расчета течения в целом. Для этого удобно воспользоваться гидравлическими уравнениями, записанными в следующем виде:

$$\rho_m u_m F \alpha_G = m, \quad \alpha_G = \rho_0 \alpha_1^2 / \rho_m \alpha_2$$

$$\frac{1}{F} \frac{d}{dx} (m u_m) = - \frac{dP}{dx} + f_w + f_{ex}, \quad \frac{1}{F} \frac{d}{dx} (m H_m) = q_w + N \quad (2.1)$$

В этих уравнениях потоки массы, импульса и энергии выражены через среднемассовые скорость  $u_m$ , полную энтальпию  $H_m$  и плотность  $\rho_m = \rho(H_m, u_m, P)$ . Параметры в ядре потока связаны со среднемассовыми



Фиг. 1

величинами соотношениями

$$u_0 = u_m \frac{\alpha_1}{\alpha_2}, \quad H_0 = H_m \frac{\alpha_1}{\alpha_3}, \quad \alpha_1 = \frac{\langle \rho u \rangle}{\rho_0 u_0}, \quad \alpha_2 = \frac{\langle \rho u^2 \rangle}{\rho_0 u_0^2}, \quad \alpha_3 = \frac{\langle \rho u H \rangle}{\rho_0 u_0 H_0} \quad (2.2)$$

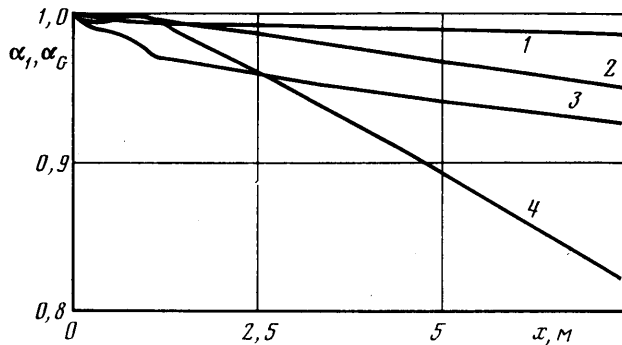
и используются для расчета силы трения  $f_w$ , теплового потока  $q_w$  и электромагнитных членов  $f_{ex}$  и  $N$ .

Как следует из (2.1), влияние поперечных неоднородностей на среднемассовые параметры определяется главным образом величиной  $\alpha_G$ . Представленные на фиг. 2 зависимости коэффициентов неоднородности  $\alpha_G$  (кривая 1 — модель М1, 2 — М2) и  $\alpha_1$  (кривая 3 — модель М1, 4 — М2) показывают, что отличие величин  $\alpha_G$  в моделях М1 и М2 значительно меньше, чем отличие других коэффициентов неоднородности (зависимости коэффициентов  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$  от  $x$  аналогичны зависимостям  $\alpha_1(x)$ , приведенным на фиг. 2).

Для рассматриваемой геометрии канала изменение давления в значительно большей степени связано с изменением площади поперечного сечения, чем с трением на стенках. Поэтому при решении задачи с заданным давлением на выходе на распределение  $P(x)$  влияет в основном интеграл от силы трения по длине канала, а локальные погрешности при расчете силы трения в модели М1 не оказывают заметного влияния на распределение  $P(x)$ . Кроме того, отметим, что погрешность при расчете безразмерных величин  $c_f$  и  $St$  в некоторой степени компенсируется погрешностью при расчете параметров в ядре потока, от которых также зависят размерные величины силы трения и теплового потока. В частности, совпадение распределений  $H_m(x)$ , полученных в моделях М1 и М2, прямо связано с тем фактом, что при расчете  $q_w$  некоторое завышение  $St$  в модели М1 (фиг. 1) компенсируется заниженными значениями параметров в ядре потока.

Как видно из соотношений (2.2), при совпадающих среднемассовых параметрах течения различие параметров в ядре потока определяется различием коэффициентов неоднородности  $\alpha_i$  ( $i=1, 2, 3$ ), которые определяются толщиной пограничного слоя и видом профильных функций. Сравнение поведения относительной толщины пограничного слоя на фиг. 1 и коэффициентов неоднородности  $\alpha_1$  на фиг. 2 выявляет влияние профилей. Например, при  $x=4,5$  м толщины пограничных слоев в моделях М1 и М2 совпадают и меньшее значение  $\alpha_1$  для модели М2 связано с меньшей наполненностью профиля скорости по сравнению с законом «одной седьмой».

Найденные при решении двумерных уравнений пограничного слоя безразмерные профили скорости  $\omega=u/u_0$  и относительной энтальпии  $\theta=(H-h_w)/(H_0-h_w)$  за-



Фиг. 2

висят от распределения статического давления по длине канала  $P(x)$ . На входном участке канала под воздействием сильного ускоряющего градиента давления профиль скорости  $\omega$  становится более наполненным, а затем под воздействием тормозящего градиента давления наполненность профиля скорости уменьшается, причем во второй половине канала профиль скорости меняется слабо и приблизительно соответствует степенному закону с показателем степени  $1/n \approx 1/4,5$ . Деформация профиля относительной энтальпии  $\theta$  имеет противоположный характер. В области ускорения потока профиль относительной энтальпии  $\theta$  становится менее наполненным, а в области торможения потока — более наполненным.

Таким образом, результаты проведенного сопоставления показывают, что согласование распределений  $P(x)$  может быть достигнуто при значительных локальных погрешностях в определении характеристик пограничного слоя. При этом распределения среднемассовых скорости и полной энтальпии также оказываются хорошо согласованными. Несоответствие характеристик пограничного слоя, заложенных в модель М1, характеристикам, полученным при решении двумерных уравнений пограничного слоя в модели М2, приводит к некоторому рассогласованию параметров в ядре потока.

3. Перейдем теперь к анализу течения с МГД-взаимодействием. Расчеты проводились применительно к геометрии и особенностям конструкции рамочного канала РМ установки У-25 [8]. Расчетная область состояла из сопла, в котором предполагалось отсутствие МГД-взаимодействия, и собственно МГД-канала.

Были приняты следующие граничные условия:  $m=40$  кг/с,  $H_{01}=5,09 \cdot 10^6$  Дж/кг,  $P_2=1,04$  ат,  $T_{we}=1800$  К,  $T_{wt}=700$  К, где  $T_{we}$ ,  $T_{wt}$  — температуры электродных и изоляционных стенок, которые считались гладкими.

Распределения индукции магнитного поля  $B(x)$  ( $B=2T$  на большей части длины канала) и нагрузочного тока  $I(x)$  задавались в соответствии с реальным экспериментом, в котором была получена электрическая мощность около 9 МВт. В расчете по модели М2 было принято  $\Delta V=0$ .

Рассматриваемое течение является типичным для работы канала РМ в номинальном режиме и характеризуется плавным уменьшением давле-

навления (в расчете по модели M2 от значения 1,35 ат до значения  $P_2$ ) и среднemasовой скорости (от значения 750 м/с до значения 500 м/с).

Расчет по модели M1 с поправочными коэффициентами  $k_\alpha = k_\delta = k_\varepsilon = 1$  и приэлектродным падением потенциала  $\Delta V = 0$  дает распределение средних параметров, слабо отличающихся от модели M2. Например, кривые, выражающие зависимости  $P(x)$  и  $u_m(x)$  в обеих моделях имеют подобную форму, причем кривая  $P(x)$ , отвечающая модели M1, лежит несколько ниже (до 4%), а кривая  $u_m(x)$  — несколько выше (до 3%), чем соответствующие кривые, отвечающие модели M2. Распределения средней по сечению плотности тока  $\langle j_y \rangle(x)$ , полученные в моделях M1 и M2, практически совпадают, а продольное электрическое поле  $E_x$  и холловский потенциал  $\phi(x)$  в модели M1 на 10% больше, чем в модели M2. Соответственно и полная электрическая мощность в модели M1 (9,71 МВт) на 10% больше, чем в модели M2 (8,86 МВт).

На фиг. 3, 4 приведены характеристики пограничных слоев, полученные в этих расчетах. На фиг. 3, а представлены коэффициенты неоднородности  $\alpha_G$  (кривая 1 — модель M1, 2 — M2) и  $\alpha_1$  (кривая 3 — модель M1, 4 — M2), а на фиг. 3, б — величина  $H_m/H_0 = \alpha_3/\alpha_4$  (кривая 1 — модель M1, 2 — M2). Поведение величины  $u_m/u_0 = \alpha_2/\alpha_1$  в обеих моделях аналогично поведению  $\alpha_1(x)$  и не приводится. На фиг. 4 даны рассчитанные в модели M2 и отнесенные к соответствующим величинам модели M1 коэффициенты трения  $c_f$  (кривые 1, 2) и числа Стантона  $St$  (кривые 3, 4) на электродной (кривые 1, 3) и изоляционной (кривые 2, 4) стенках.

Из приведенных данных видно, что МГД-взаимодействие сильно влияет на характеристики пограничного слоя. Это влияние хорошо прослеживается на фиг. 5, где в зависимости от нормальной к стенке координаты, отнесенной к местной толщине пограничного слоя (ось ординат), представлены профили  $\omega$  (сплошные кривые) и  $\theta$  (штриховые кривые) в различных сечениях канала (левые кривые —  $x=0,6$  м, средние —  $x=4$  м, правые —  $x=8$  м).

На электродной стенке (фиг. 5, а) суммарное тормозящее воздействие градиента давления и пондеромоторной силы приводит к уменьшению наполненности профиля скорости вниз по потоку. Профиль относительной энтальпии из-за джоулева тепловыделения в пограничном слое, наоборот, становится более наполненным. Толщина пограничного слоя на электродной стенке увеличивается сильнее, чем предписывает формула (1.1) при  $k_\delta = 1$ . В выходном сечении канала пограничный слой на электродной стенке в модели M2 почти в 2 раза толще, чем в модели M1.

На изоляционной стенке (фиг. 5, б) определяющим фактором является изменение пондеромоторной силы поперек пограничного слоя, что приводит к немонотонности профиля скорости и резкому возрастанию коэффициента трения  $c_f$  (фиг. 4). Немонотонность профиля скорости влияет на толщину вытеснения и толщину потери импульса, которые во второй половине канала становятся отрицательными. При этом коэффициенты неоднородности  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  (фиг. 3, а) растут по длине канала и принимают значения, превосходящие единицу.

Однако существенные отличия характеристик пограничных слоев оказывают весьма слабое влияние на распределения средних величин по длине канала.

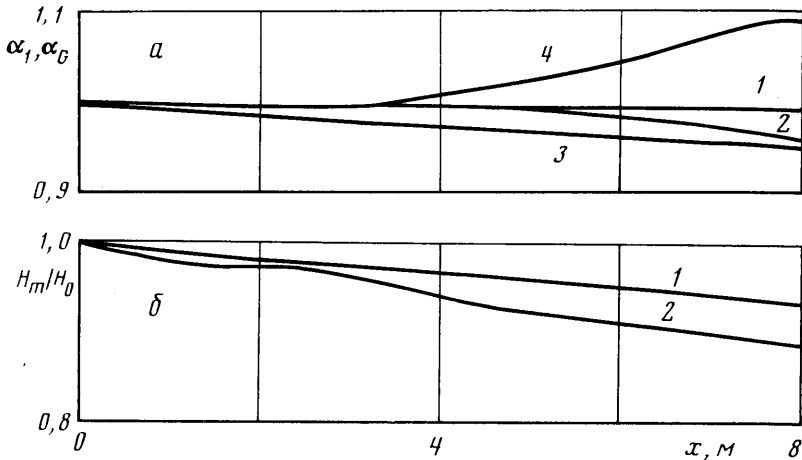
Например, хотя сила трения в модели M2 приблизительно в 2 раза больше, чем в модели M1, рассогласование распределений  $P(x)$  и  $u_m(x)$  мало. Причина этого заключается в том, что, во-первых, величины  $\alpha_G$  для обеих моделей, как и в случае течения без МГД-взаимодействия, близки и, во-вторых, величина силы трения составляет всего лишь ~5% электромагнитной силы  $f_{ex}$ . Поэтому при практически совпадающих распределениях  $\langle j_y \rangle(x)$ , которые полностью определяют силу  $f_{ex}$ , существенное различие сил трения слабо влияет на согласованность распределений  $P(x)$  и  $u_m(x)$ .

Для анализа распределений электродинамических параметров воспользуемся обобщенным законом Ома, записанным в следующем виде:

$$\langle j_y \rangle = \frac{\langle \sigma \rangle}{\kappa (1 + \beta_m^2)} k_1 (\langle E_y \rangle - u_m B k_2 + \beta_m E_x k_3) \quad (3.1)$$

$$\langle j_x \rangle = \langle \sigma \rangle E_x - k_4 \langle j_y \rangle \beta_m, \quad \kappa = \langle \langle \sigma \rangle_z^{-1} \rangle_y \langle \langle \sigma \rangle_z \rangle_y$$

где  $\beta_m$  — параметр Холла, вычисленный по среднemasсовым параметрам,  $k_i$  — безразмерные коэффициенты, зависящие от произведений  $\langle \sigma u \rangle$ ,  $\langle \sigma \beta \rangle$  и т. д.



Фиг. 3

Как показывают расчеты, в первом приближении можно пренебречь отличием коэффициентов  $k_i$  от единицы. Тогда с учетом соотношений (1.2) перепишем (3.1) в виде

$$\langle j_y \rangle = \frac{-\langle \sigma \rangle (u_m B - \Delta V / 2a) + (\beta_m - \text{ctg } \gamma) I / F}{\text{ctg}^2 \gamma + \kappa + \beta_m^2 (\kappa - 1)} \quad (3.2)$$

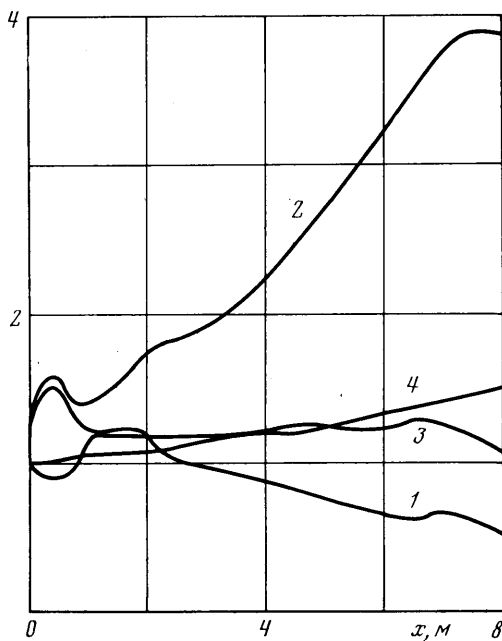
$$E_x = [I / F + (\beta_m + \text{ctg } \gamma) \langle j_y \rangle] / \langle \sigma \rangle$$

Из соотношений (3.2) следует, что при совпадающих распределениях среднemasсовых параметров величина  $\langle j_y \rangle$  определяется распределениями  $\kappa(x)$  и  $\langle \sigma \rangle(x)$ . Отметим, что для справедливости оценки  $k_i \approx 1$  необходимо сохранить в (3.2) среднюю по поперечному сечению проводимость  $\langle \sigma \rangle$ , которая может заметно отличаться от  $\sigma_m = \sigma(H_m, u_m, P)$ , вычисленной по среднemasсовым параметрам. При  $\beta \gg 1$  может стать существенным также отличие  $\beta_m$  от  $\langle \beta \rangle$  и соотношения типа (3.2) примут более сложный вид [5].

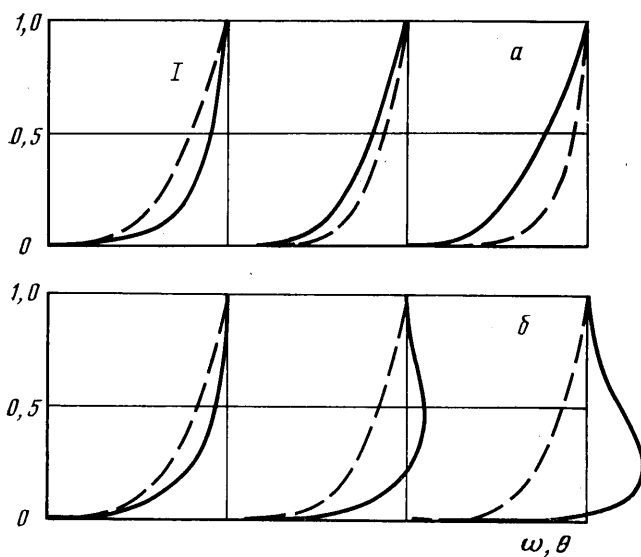
Различие использованных профильных функций приводит к тому, что в модели М1 величина  $\kappa$  меняется по длине канала от 1,01 до 1,03, а в модели М2 — от 1,07 до 1,11. Однако рассогласования распределений  $\langle j_y \rangle(x)$  не происходит, так как различие величин  $\kappa$  компенсируется различием распределений  $\langle \sigma \rangle(x)$ , которые также зависят от профильных функций.

Наконец, как следует из (3.2), при совпадающих  $\langle j_y \rangle(x)$  и различающихся  $\langle \sigma \rangle(x)$  возникает рассогласование распределений  $E_x(x)$  и  $\varphi(x)$ , а также полной электрической мощности, снимаемой с канала.

Для согласования распределений электродинамических величин при близких распределениях средних газодинамических параметров необходимо использовать поправочные величины, содержащиеся в электродинамических соотношениях гидравлической модели, например приэлек-



Фиг. 4



Фиг. 5

тродное падение потенциала  $\Delta V$ . Однако, как видно из соотношений (3.2), привлечение только одной величины  $\Delta V$  не позволяет получить одновременного согласования распределений  $\langle j_v \rangle(x)$  и  $\phi(x)$ . Поэтому в зависимость проводимости от термодинамических параметров вводится поправочный коэффициент  $k_\sigma$  [2]:  $\sigma = k_\sigma f(T, P)$ .

Смысл поправочных величин  $k_\sigma$  и  $\Delta V$  становится понятным, если принять во внимание характер отличия параметров в ядре потока и профильных функций в модели М1 от точных. Действительно, как видно из фиг. 3, б, энтальпия в ядре потока и, следовательно, проводимость  $\sigma_0$  в



модели М1 меньше, чем в модели М2. Поэтому значение  $k_\sigma$ , компенсирующее это отличие, должно быть больше единицы. Тот факт, что падение потенциала вблизи электродной стенки из-за уменьшения проводимости, эффективно описываемое параметром  $\kappa$ , в модели М1 меньше, чем в модели М2, учитывается введением в модель М1 дополнительного приэлектродного падения потенциала  $\Delta V$ .

Как показывают результаты расчетов, значения  $k_\sigma=1,07$ ,  $\Delta V=100$  В позволяют получить совпадение распределений  $\langle j_y \rangle(x)$ ,  $E_x(x)$  и  $\varphi(x)$ . Полученное при этом в модели М1 значение электрической мощности, снимаемой с канала (8,76 МВт), также близко к точному.

Таким образом, набор поправочных величин в модели М1  $k_\alpha=k_\delta=k_\xi=1$ ,  $k_\sigma=1,07$ ,  $\Delta V=100$  В обеспечивает достаточно высокую точность расчета средних параметров течения. Важно подчеркнуть, что эта точность достигается в результате уточнения интегрального влияния характеристик пограничного слоя на течение в целом. При этом локальные характеристики пограничного слоя, а также параметры течения, определяемые этими характеристиками (например, скорость и энтальпия в ядре потока), остаются рассогласованными.

4. Описанные выше результаты сопоставления получены для конкретных модельных течений. Однако на их основе можно высказать некоторые качественные соображения более общего характера, по всей вероятности правильно отражающие основные особенности течений в канале МГД-генератора в случае, когда определяющие параметры этих течений близки к рассмотренным.

Отметим, что возможность согласования распределений средних параметров при использовании поправочных величин, не изменяющихся по длине канала, не является очевидным фактом, в особенности для течений с МГД-взаимодействием. Применимость такого подхода, выявленная при обработке экспериментальных данных на Установке У-25 [2, 3], получила, по мнению авторов, дополнительное обоснование в результате проведенного в данной работе сопоставления.

При этом было выяснено, что слабое влияние на течение в целом существенных локальных отличий модельных характеристик пограничного слоя от точных обусловлено тем, что либо отличие одних величин компенсируется отличием других (например, увеличение  $\kappa$  компенсируется увеличением  $\langle \sigma \rangle$ ), либо параметры, описывающие влияние характеристик пограничного слоя на течение в целом (например,  $\alpha_G$ ), оказываются весьма консервативными по отношению к изменению отдельных характеристик пограничного слоя. Это обстоятельство позволяет эффективно учитывать сложным образом меняющиеся по длине канала отличия точных характеристик пограничного слоя от стандартных при помощи простых поправочных коэффициентов. С другой стороны, совместное влияние характеристик пограничного слоя на средние параметры потока приводит к тому, что поправочные коэффициенты зависят от многих факторов, воздействующих на течение. При этом значения одних поправочных коэффициентов связаны со значениями других. Например, поправочный коэффициент  $k_\sigma$  и приэлектродное падение потенциала  $\Delta V$  в приведенном выше анализе описывают отличие профильных функций и толщины пограничного слоя на электродной стенке в модели М1 от точных, и, очевидно, что полученные выше значения этих величин связаны друг с другом.

Ясно, что перенесение полученных значений поправочных величин на реальный эксперимент требует дополнительного рассмотрения, так как в реальном потоке даже при близком к рассмотренному гидродинамическом режиме могут оказаться существенными совершенно иные факторы, например шероховатость стенок, характер протекания тока через элект-

род, локальная неоднородность концентрации ионизирующей присадки и т. д. Вместе с тем полученная информация может оказаться полезной при анализе зависимости поправочных коэффициентов от режима течения. В частности, относительно поправочного коэффициента  $k_{\xi}$  можно высказать следующие соображения.

Главным фактором, который учитывается при описании пограничного слоя для течений без МГД-взаимодействия в модели М2 по сравнению с критериальными формулами модели М1, является влияние градиента давления. Рассмотренное в данной работе течение является типичным течением в канале МГД-генератора без МГД-взаимодействия, которые встречаются в практике эксплуатации Установки У-25 при выходе на номинальный режим. Опыт обработки экспериментальных данных, полученных на Установке У-25, на основе модели М1 [3] или при помощи близкой к ней модели с однородным каноническим потоком [2], как для течений, аналогичных рассмотренному, так и для других классов течений приводит к значению  $k_{\xi}=2$ . Сопоставление, проведенное в данной работе, позволяет предположить, что значение  $k_{\xi}=2$  едва ли связано с градиентом давления и, по всей вероятности, эффективно описывает шероховатость стенок канала.

Проведенное сопоставление показало, что результаты расчетов по простой модели М1 в целом не сильно отличаются от результатов расчетов по более сложной модели М2. Этот факт, с одной стороны, обосновывает применение модели М1 при обработке эксперимента, связанной с анализом средних параметров потока и для массовых проектно-конструкторских расчетов, а с другой — указывает на то, что использование для этих целей требующей больших затрат машинного времени модели М2 едва ли оправдано.

Модель М2 целесообразно использовать в тех случаях, когда требуется получить дополнительную информацию о структуре течения. При расчетах течений, для которых отсутствуют опытные данные, позволяющие уточнить значения поправочных коэффициентов в модели М1 и границы применимости этой модели, расчет по модели М2 можно использовать как поверочный.

Авторы благодарны Г. А. Любимову и С. А. Медину за внимание к данной работе и ценные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Битюрин В. А., Любимов Г. А. Квазидвумерный анализ течения в канале МГД-генератора. — Теплофиз. высоких температур, 1969, т. 7, № 5, с. 974–986.
2. Битюрин В. А., Желнин В. А., Любимов Г. А., Медин С. А. Сопоставление результатов расчета течения в канале МГД-генератора с экспериментальными данными, полученными на установке У-25. — Теплофиз. высоких температур, 1978, т. 16, № 4, с. 854–867.
3. Bityurin V. A., Vuznikov A. E. et al. Investigation of the «RM» channel on the U-25 Facility — 7th Intern. Conf. on MHD. V. 1. Boston, 1980, p. 3.1–3.10.
4. Битюрин В. А., Желнин В. А., Любимов Г. А., Медин С. А. О гидравлических моделях течения в канале МГД-генератора, основанных на плоских уравнениях плоского пограничного слоя. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 1, с. 67–76.
5. Вагажин А. Б., Любимов Г. А., Регирер С. А. Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Наука, 1970. 672 с.
6. Битюрин В. А., Бураханов Б. М., Желнин В. А., Ковбасюк В. И., Кузнецова Т. Н., Медин С. А. Исследование двумерных электрических эффектов в рамочном МГД-канале. — Теплофиз. высоких температур, 1977, т. 15, № 2, с. 390–398.
7. Исследования на установке У-25. Ч. 3. Основные системы теплового контура и ресурсный канал Р. М., 1975. 124 с. (АН СССР, Ин-т высоких температур. Науч.-техн. отчет № 72).
8. Исследования на установке У-25(5). М., 1977. 56 с. (АН СССР. Ин-т высоких температур. Науч.-техн. отчет № 4).