

**МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 3 • 1982**

УДК 532.529.5

**ОБТЕКАНИЕ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА СВЕРХЗВУКОВЫМ
ПОТОКОМ ЗАПЫЛЕННОГО ГАЗА**

ГОЛОВАЧЕВ Ю. П., ШМИДТ А. А.

Теоретические исследования сверхзвукового обтекания затупленных тел газом с твердыми частицами проводились в [1–4]. В [1, 2] рассматривалась окрестность передней критической точки, причем в [1] не учитывалось влияние примеси на течение газовой фазы, что ограничивает возможности анализа случаем малых весовых долей частиц в набегающем потоке. Решения двумерной задачи о течении запыленного газа в ударном слое у поверхности сферы были получены в работах [3, 4]. Приведенные результаты расчетов не содержат анализа влияния параметров примеси на поле течения.

В настоящей работе представлены результаты численного исследования течений запыленного газа у всей лобовой поверхности сферы. Рассмотрен широкий диапазон изменения условий обтекания, в котором состояние газовзвеси в ударном слое изменяется от замороженного до равновесного.

При написании системы уравнений, описывающей поведение двухфазной среды, используется феноменологический подход [5]. Замыкание системы уравнений сохранения для смеси газ – твердые частицы производится при помощи соотношений, обобщающих экспериментальные данные.

1. Газовзвесь рассматривается в рамках теории вложенных континуумов [6]. При этом вводятся «фиктивные» плотности газовой фазы и «газа» твердых частиц:

$$\rho = (1-\varphi) \rho^0, \quad \rho_p = \varphi \rho^0 \quad (1.1)$$

где ρ^0 , ρ_p^0 – истинные плотности газовой фазы и материала частиц соответственно, φ – объемная доля примеси.

Предполагается, что примесь состоит из сферических частиц одного диаметра d , концентрация которых достаточно мала для того, чтобы можно было не учитывать их непосредственное взаимодействие. Для условий, представляющих практический интерес, можно пренебречь также влиянием броуновских эффектов [7]. Таким образом, единственным давлением в рассматриваемой двухфазной среде является давление газовой фазы. При небольших сверхзвуковых скоростях и малых концентрациях свободных носителей заряда в газовой фазе можно не учитывать процессы межфазного обмена массой и электрическим зарядом. Не учитывается также теплопроводность материала твердой фазы, поскольку, согласно оценкам [8], время тепловой релаксации внутри частицы примеси много меньше любого из характерных времен двухфазного течения. Влияние вязкости и теплопроводности несущего газа принимается во внимание только при взаимодействии с частицами твердой фазы.

Сделанные предположения позволяют записать основную систему уравнений сохранения массы, импульса и энергии для двухскоростного и двухтемпературного континуума в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \mathbf{V}) = 0, \quad \frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \nabla (\rho_p \mathbf{V}_p) = 0 \quad (1.2)$$

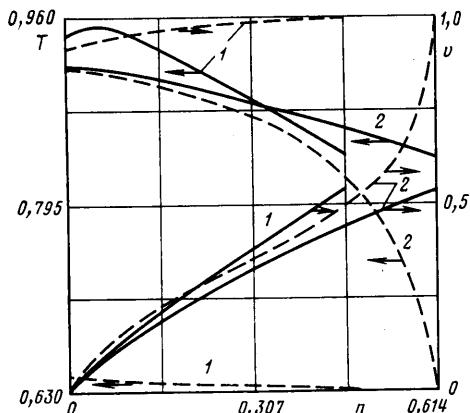
$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla p - \mathbf{F}_{gp}, \quad \rho_p \frac{d\mathbf{V}_p}{dt} = \mathbf{F}_{gp} \quad (1.3)$$

$$\rho \frac{dE}{dt} = -\nabla(p\mathbf{V}) - \mathbf{F}_{gp}\mathbf{V}_p - Q_{gp}, \quad \rho_p \frac{de_p}{dt} = Q_{gp} \quad (1.4)$$

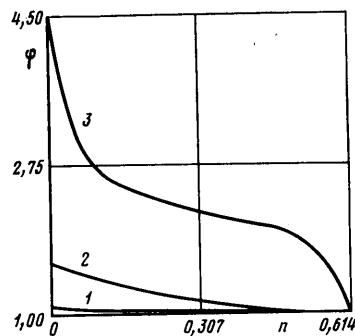
$$\mathbf{F}_{gp} = -\varphi \nabla p + \frac{3\varphi\rho C_d(\mathbf{V}-\mathbf{V}_p)|\mathbf{V}-\mathbf{V}_p|}{4d}, \quad Q_{gp} = \frac{6\varphi\lambda \text{Nu}(T-T_p)}{d^2} \quad (1.5)$$

$$E = c_v T + \frac{V^2}{2}, \quad e_p = c_p^\circ T_p, \quad p = \rho^\circ R T \quad (1.6)$$

Здесь \mathbf{V} , \mathbf{V}_p , T , T_p — скорости и температуры газовой и твердой фаз; c_v , c_p° — теплоемкость газа при постоянном объеме и теплоемкость материала частиц; p — давление газовой фазы; \mathbf{F}_{gp} , Q_{gp} — члены, учитывающие межфазный обмен импульсом и энергией; C_d — коэффициент сопротивления движению частиц в газе; Nu — число Нуссельта, λ — коэффициент теплопроводности газовой фазы.



Фиг. 1



Фиг. 2

При отсутствии взаимодействия между частицами примеси давление определяется уравнением состояния совершенного газа. В выражении для \mathbf{F}_{gp} первое слагаемое соответствует воздействию на частицы поля давления (сила Архимеда), а второе связано со скоростной неравновесностью между фазами. В смеси газа и твердых частиц большой плотности это слагаемое определяется главным образом вязким сопротивлением (см., например, [5]). Выражение для Q_{gp} записано с учетом только конвективного теплообмена между фазами, поскольку радиационным теплообменом для рассматриваемого диапазона температур можно пренебречь.

Для замыкания системы (1.2)–(1.6) необходимо иметь зависимости вида $C_d = C_d(\text{Re}, M, \text{Kn}, \text{Pr}, \dots)$ и $\text{Nu} = \text{Nu}(\text{Re}, M, \text{Kn}, \text{Pr}, \dots)$, которые могут быть получены на основании обобщения экспериментальных данных. Здесь Re , M , Kn , Pr — числа Рейнольдса, Маха, Кнудсена и Прандтля соответственно. Выбор подходящих аппроксимаций обусловлен диапазоном газодинамических и термодинамических параметров рассматриваемого течения. В расчетах используются аппроксимации работы [9].

2. Расчетная область ограничена отошедшей ударной волной, осью симметрии, поверхностью тела и некоторой поверхностью S , целиком расположенной в сверхзвуковой части потока. Значения параметров газа за отошедшей ударной волной находятся из обычных соотношений Ренкина – Гюгонио, поскольку время прохождения

частицами области ударной волны в рассматриваемых условиях много меньше времен межфазной релаксации. На оси течения используются условия симметрии, на поверхности тела – условие непротекания. Границные условия для фазы частиц требуются только на фронте отошедшей ударной волны. Из-за указанного выше различия характерных времен параметры фазы частиц сразу за ударной волной принимаются равными их значениям в набегающем потоке.

В соответствии с принципом установления для получения стационарного решения исходные уравнения (1.2)–(1.4) интегрируются по времени от заданного начального поля искомых функций. Используется неявная конечно-разностная схема, аналогичная [10]. Для перехода на новый временной слой применяются итерации, в каждой из которых сначала находится решение уравнений для газовой фазы, а затем для фазы частиц.

В рассматриваемой постановке задачи не учитываются процессы взаимодействия частиц с обтекаемой поверхностью, изучение которых является самостоятельной проблемой. Заметим лишь, что полученные здесь результаты могут быть использованы для оценки потоков массы, импульса и энергии к поверхности тела.

3. Ниже представлены некоторые результаты расчетов обтекания сферического затупления радиуса 0,43 м газом с отношением удельных теплоэмкостей 1,4. Число Прандтля принималось равным 0,7, а коэффициент вязкости зависящим от температуры по закону $\mu \sim \sqrt{T}$. Плотность материала частиц принималась равной $3,7 \cdot 10^3$ кг/м³, теплоемкость – $1,25 \cdot 10^3$ Дж/кг·К.

Большинство результатов получено на равномерной сетке с параметрами $M \times N = 11 \times 21$, где M – число нормалей к поверхности тела, N – число расчетных узлов на каждой нормали. Контрольные расчеты с различным числом и расположением узлов сетки показали, что точность полученных решений находится в пределах нескольких процентов.

На фиг. 1–5 приняты следующие обозначения: s – расстояние от передней критической точки вдоль поверхности тела, n – расстояние от поверхности тела по нормали к ней, ε – отход ударной волны. Индексами w и ∞ обозначены величины на поверхности тела и в набегающем потоке. Все линейные размеры отнесены к радиусу затупления, составляющие скорости – к скорости набегающего потока V_∞ , плотности – к плотности набегающего потока ρ_∞ , давление – к $\rho_\infty V_\infty^2$, температуры – к $V_\infty^2/2R$, объемная доля частиц – к ее значению в набегающем потоке Φ_∞ .

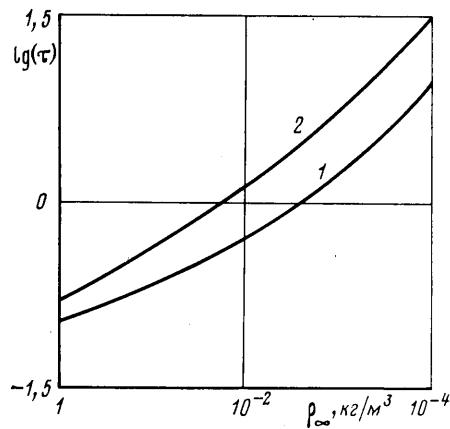
На фиг. 1 представлены профили температур и скоростей фаз на оси симметрии при числе Маха $M_\infty = 1,5$, диаметре частиц $d = 5 \cdot 10^{-6}$ м, объемной доле $\Phi_\infty = 10^{-6}$ и различных плотностях набегающего потока. Сплошные кривые – параметры газовой фазы, штриховые – фазы частиц. Кривые 1 и 2 соответствуют $\rho_\infty = 1,176 \cdot 10^{-3}$ и $1,176$ кг/м³. В последнем случае вследствие малости весовой доли частиц профили температуры и скорости газа совпадают с рассчитанными для чистого газа. Увеличение весовой доли примеси в набегающем потоке приводит к существенному изменению профилей температуры и скорости газовой фазы, а также толщины ударного слоя. Появление максимума в распределении температуры газа (кривая 1) объясняется наличием двух конкурирующих процессов: диссиляции кинетической энергии частиц в газе и межфазного теплообмена. При $\rho_\infty = 1,176 \cdot 10^{-3}$ кг/м³ в ударном слое происходит заметное изменение и параметров твердой фазы, однако межфазная неравновесность как по скоростям, так и по температурам сохраняется. Увеличение плотности набегающего потока газа приводит к установлению равновесия.

На фиг. 2 для тех же значений M_∞ , Φ_∞ и d показано распределение объемной доли частиц на линии торможения при различных плотностях ρ_∞ : $1,176 \cdot 10^{-3}$; $8 \cdot 10^{-3}$ и $1,176$ кг/м³ (линии 1–3). С возрастанием ρ_∞ процесс межфазного обмена импульсом в ударном слое интенсифицируется и происходит образование пристеночного слоя с повышенной концентрацией частиц. Это отмечалось в [2].

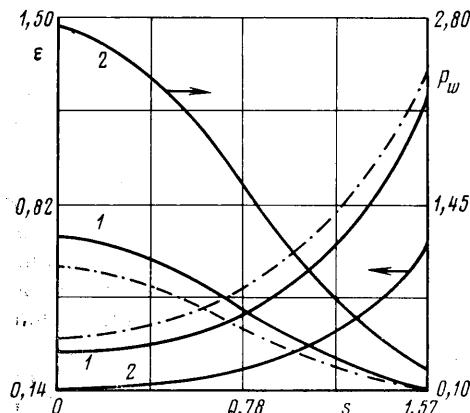
Отношения времен межфазной релаксации импульса и температуры к среднему времени прохождения частицей ударного слоя на оси симметрии представлены на фиг. 3 в зависимости от ρ_∞ кривыми 1 и 2. Приведенные результаты позволяют выделить режимы равновесного и неравновесного течений.

На фиг. 4 показано изменение толщины ударного слоя и давления на поверхности сферы для $M_\infty = 2$, $\rho_\infty = 1,176 \cdot 10^{-3}$ кг/м³, $d = 5 \cdot 10^{-6}$ м и различных значений объемной доли примеси в набегающем потоке: 1 — $\phi_\infty = 10^{-6}$, 2 — $\phi_\infty = 10^{-5}$. Штрихпунктирными линиями показаны результаты расчета для чистого газа. Видно существенное увеличение давления на всей поверхности тела и уменьшение отхода ударной волны при наличии в набегающем потоке твердых частиц.

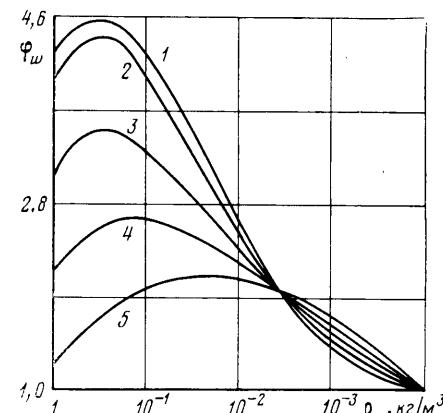
На фиг. 5 показано изменение объемной доли частиц на поверхности тела в зависимости от плотности ρ_∞ на различных нормальях $s = \text{const}$. Кривые 1—5 соответствуют $s = 0; 0,349; 0,873; 1,222$ и $1,571$. Наличие максимума на кривых $\varphi_w = \varphi_w(\rho_\infty)$ объясняется уменьшением длины ре-



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

лаксационной зоны и увеличением эффективности межфазного обмена импульсом при увеличении ρ_∞ . Примечательно, что все кривые, приведенные на фиг. 5, пересекаются в одной точке, что указывает на возможность равномерного распределения плотности частиц по поверхности сферического затупления.

ЛИТЕРАТУРА

- Храмов Н. Е. Окрестность критической точки тупого тела в двухфазной гиперзвуковой струе.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 4, с. 169—172.
- Васильков А. П. Окрестность критической точки затупленного тела в гиперзвуковом двухфазном потоке.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 5, с. 121—129.
- Golovachov Yu. P., Lunkin Yu. P., Myrrin V. F., Schmidt A. A. Supersonic motion of bodies in dusty gas.— Acta Astronautica, 1980, v. 7, № 3, p. 575—584.

4. Рычков А. Д., Щербакова И. В. Расчет обтекания затупленных тел сверхзвуковым двухфазным потоком с отошедшей ударной волной.— В кн.: Аэрогазодинамика. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1979, с. 3–7.
5. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
6. Рахматуллин Х. А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред.— ПММ, 1956, т. 20, № 2, с. 184–195.
7. Фукс Н. А. Механика аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 352 с.
8. Двухфазные течения в соплах ракетных двигателей.— Военр. ракетной техники, 1974, № 7, с. 46–72.
9. Carlson D. J., Hoglund R. F. Particle drag and heat transfer in rocket nozzles.— AIAA Journal, 1964, v. 2, № 11, p. 1981–1984.
10. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течения газа около тупых тел. Т. 1. М.: Наука, 1970. 287 с.

Ленинград

Поступила в редакцию
1.IX.1980