

УДК 532.526.5

ОБ ОТРЫВНОМ ОБТЕКАНИИ ПОТОКОМ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ КРЫЛА БЕСКОНЕЧНОГО УДЛИНЕНИЯ С НАПЛЫВОМ

ЗУБЦОВ А. В., СУДАКОВ Г. Г.

Исследуется стационарное обтекание потоком несжимаемой идеальной жидкости прямоугольного крыла бесконечного удлинения, имеющего наплыв на переднюю кромку. Наплыв представляет собой треугольную пластину малого удлинения. Предполагается, что отрыв потока происходит только с боковых кромок напыла. Получено асимптотическое решение задачи при $\alpha=O(\theta)$, $\theta=O(1)$, где θ — полуугол при вершине напыла, α — угол атаки. Приводятся результаты численного расчета.

Крылья многих современных самолетов имеют в своей корневой части наплыв на переднюю кромку, который, как правило, представляет собой поверхность малого удлинения. В полете на боковых кромках напыла образуется достаточно устойчивая вихревая пелена, которая оказывает существенное влияние на аэродинамические характеристики крыла. Отрывное обтекание потоком несжимаемой идеальной жидкости системы крыло — наплыв исследовано в работе [1] с помощью численного метода дискретных вихрей. В настоящей работе для решения задачи используется метод сращиваемых асимптотических разложений, который по сравнению с прямым численным методом позволяет получить дополнительную информацию качественного характера об особенностях исследуемого течения.

1. Постановка задачи. Рассматривается стационарное обтекание потоком идеальной жидкости системы крыло — наплыв, представляющей собой плоскую поверхность и состоящей из пластины бесконечного удлинения и напыла треугольной формы в плане с углом при вершине 2θ (фиг. 1). Поток набегаёт на систему крыло — наплыв под углом атаки α . Единицы измерения длины и скорости выбраны так, что скорость набегающего потока и длина хорды крыла равны единице.

Предполагается, что $\theta=O(1)$, $\alpha=O(\theta)$, $l=O(1)$ (l — длина напыла). Необходимо найти потенциал ϕ , удовлетворяющий трехмерному уравнению Лапласа, условию непротекания на поверхности крыла и напыла, граничным условиям на пелене — отсутствие скачка давления и нормальной к пелене составляющей скорости, а также условию Чаплыгина — Жуковского на боковых кромках напыла и задней кромке крыла. Решение задачи будем искать в виде асимптотического ряда по малому параметру θ .

2. Асимптотическое решение задачи. Рассмотрим течение в области Ω_1 с характерными размерами порядка единицы и независимыми переменными x_1, y_1, z_1 . При $\theta \rightarrow 0$ наплыв в Ω_1 вырождается в отрезок оси x_1 ($-l \leq x_1 \leq 0$), поэтому в этой области получаем задачу о безотрывном обтекании бесконечной пластины. Ее решение представляется в виде

$$u^{(1)} - iv^{(1)} = \cos \alpha - i \sin \alpha (1 - \sigma_1^{-1})^{1/2}, \quad w^{(1)} = 0 \quad (2.1)$$

Здесь $u^{(1)}, v^{(1)}, w^{(1)}$ — составляющие скорости течения, $\sigma_1 = x_1 + iy_1$. Решение (2.1) не удовлетворяет граничным условиям на поверхности напыла и пелене, поэтому необходимо отдельно рассмотреть течение в окрестности напыла (область Ω_2) с поперечными размерами порядка θ .

В области Ω_2 (фиг. 2) введем новые независимые переменные $x_2 = x_1, y_2 = y_1/\theta, z_2 = z_1/\theta$. Сращивание решений в областях Ω_1 (2.1) и Ω_2 позволя-

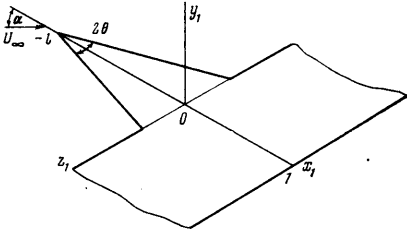
ет получить граничные условия для потенциала $\varphi^{(2)}$ в Ω_2 при $\sqrt{y_2^2+z_2^2} \rightarrow \infty$:

$$\varphi^{(2)} \sim \cos \alpha x_2 + \theta \alpha (1-x_2^{-1})^{1/2} y_2, \quad -l \leq x_2 < 0 \quad (2.2)$$

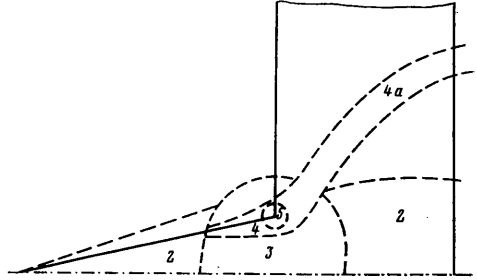
Условие (2.2) определяет вид двухчленного асимптотического разложения для φ в Ω_2 :

$$\varphi^{(2)} = x_2 + \theta^2 \varphi_1^{(2)}(x_2, y_2, z_2, \alpha/\theta)$$

Функция $\varphi_1^{(2)}$ удовлетворяет двумерному уравнению Лапласа по переменным y_2, z_2 . Анализируя граничные условия на вихревой пелене и по-



Фиг. 1



Фиг. 2

верхности наплыва, приходим к выводу, что определение характеристик течения в области Ω_2 эквивалентно решению нестационарной задачи об отрывном обтекании расширяющейся пластины, в которой роль времени играет координата x_2 . Эта задача сводится к решению нелинейного интегродифференциального уравнения, описывающего эволюцию вихревой пелены [2, 3]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_2}{\partial x_2}(\Gamma_2, x_2) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{-(l+x_2)}^{l+x_2} \frac{\gamma(z_2, x_2) dz_2}{z_2 - \zeta_2(\Gamma_2, x_2)} + \\ &+ \frac{1}{2\pi i} \int_{k_{1,2}} \frac{d\Gamma_2'}{\zeta_2(\Gamma_2', x_2) - \zeta_2(\Gamma_2, x_2)} - i \frac{\alpha}{\theta} \sqrt{\frac{1-x_2}{-x_2}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь $\zeta_2 = \zeta_2(\Gamma_2, x_2)$ — уравнение для конфигурации вихревой пелены $k_{1,2}$ на комплексной плоскости $\sigma_2 = z_2 + iy_2$, $\Gamma = \theta^2 \Gamma_2$ — циркуляция вихревой пелены, $\theta \gamma$ — плотность циркуляции присоединенных вихрей.

С помощью методов, разработанных в теории крыла малого удлинения [4], уравнение (2.3) может быть проинтегрировано численно на участке $-l \leq x_2 < 0$. Точка $x_2 = 0$ является особой для уравнения (2.3). Нетрудно видеть (например, из (2.2)), что в некоторой окрестности $x_2 = 0$ возмущения продольной и поперечных составляющих скорости становятся величинами одного порядка.

Это обстоятельство требует рассмотрения новой области Ω_3 с характерными размерами $x_1 \sim y_1 \sim z_1 \sim \theta$, в которой возмущенное течение имеет существенно трехмерный характер. В области Ω_3 (окрестность стыка наплыва с пластиной на фиг. 2) введем новые независимые переменные $x_3 = x_1/\theta$, $y_3 = y_1/\theta$, $z_3 = z_1/\theta$.

Из условия сращения решений в областях $\Omega_1 - \Omega_3$ получаем вид

асимптотического разложения в Ω_3

$$\varphi^{(3)} = \theta x_3 + \theta^{1/2} \varphi_1^{(3)}(x_3, y_3, z_3, \alpha/\theta) \quad (2.4)$$

Функция $\varphi_1^{(3)}$ является решением трехмерного уравнения Лапласа. Из (2.4) и граничного условия на пелене (непрерывность нормальной к пелене составляющей скорости) следует, что вихревая пелена, сформировавшаяся в Ω_2 , проходит область Ω_3 в первом приближении без изменения своей конфигурации.

Так как в Ω_3 возмущение скорости есть величина $O(\theta^{1/2})$, а вихревая пелена индуцирует скорости $O(\theta)$, то определение $\varphi_1^{(3)}$ сводится к решению задачи о безотрывном обтекании окрестности стыка наплыва с пластиной. В соответствии с линейной теорией крыла имеем

$$\frac{\partial \varphi_1^{(3)}}{\partial z_3} - i \frac{\partial \varphi_1^{(3)}}{\partial y_3} \sim \frac{a(x_3)}{\sqrt{\sigma_3 \pm l}}, \quad |\sigma_3 \pm l| \rightarrow 0 \quad (2.5)$$

где $a(x_3)$ — функция, определяемая в результате решения линейной задачи в Ω_3 , $\sigma_3 = z_3 + iy_3$. Из соотношения (2.5) следует, что условие Чаплыгина — Жуковского на боковых кромках наплыва в Ω_3 не выполняется, поэтому необходимо рассмотреть подобласть Ω_4 области Ω_3 (фиг. 2), где вихревая пелена оказывает существенное влияние на характеристики течения. Пусть характерные размеры Ω_4 имеют порядок: $x_1 \sim \theta$, $y_1 \sim \Delta z_1 = z_1 \pm \theta l \sim \theta^n$, $n > 1$.

Из (2.5) следует, что порядок величины поперечных составляющих скорости, индуцированных поверхностью крыла в Ω_4 , — $O(\theta^{1-n/2})$. Угол наклона вихревых нитей есть величина $O(\theta^{n-1})$. Из условия, что обе величины имеют одинаковый порядок, получаем $n = 4/3$. Пусть далее циркуляция вихревой пелены, генерируемой в Ω_4 , есть величина $O(\theta^m)$. Тогда для скорости, индуцированной вихревой пеленой, справедлива оценка $\Gamma / |\Delta z_1 + iy_1| = O(\theta^{m-n})$. Приравнявая порядки скоростей, индуцированных крылом и пеленой, получим $m = 5/3$. Итак, определились переменные в Ω_4 : $x_4 = x_1/\theta$, $y_4 = y_1/\theta^{4/3}$, $z_4 = (z_1 \pm \theta l)/\theta^{4/3}$, и вид двухчленного разложения для φ

$$\varphi^{(4)} = \theta x_4 + \theta^{5/3} \varphi_1^{(4)}(x_4, y_4, z_4, \alpha/\theta)$$

Функция $\varphi_1^{(4)}$ удовлетворяет двумерному уравнению Лапласа по переменным y_4, z_4 , а также соответствующим граничным условиям на поверхности наплыва и пелене. Эта задача эквивалентна двумерной задаче о нестационарном отрывном обтекании полупластины, причем роль времени играет координата x_4 . Пусть $\mu_4 = \sqrt{\sigma_4}$ — конформное преобразование плоскости $\sigma_4 = z_4 + iy_4$ с разрывом по лучу $[0, \infty)$ действительной оси на верхнюю полуплоскость. Тогда уравнение (2.3) имеет вид

$$2\bar{\mu}_4 \frac{\partial \mu_4}{\partial x_4} = \frac{1}{2\mu_4} \left[a(x_4) + \frac{1}{2\pi i} \left(\int_{k_4} \frac{d\Gamma_4'}{\mu_4(\Gamma_4', x_4) - \mu_4} - \int_{\bar{k}_4} \frac{d\Gamma_4'}{\bar{\mu}_4(\Gamma_4', x_4) - \mu_4} \right) \right] \quad (2.6)$$

где $\Gamma_4 = \Gamma/\theta^{5/3}$, $\mu_4 = \mu_4(\Gamma_4, x_4)$ — уравнение для конфигурации вихревой пелены k_4 в плоскости μ_4 .

Необходимо отметить, что в Ω_4 генерируется вихревая пелена с циркуляцией $O(\theta^{5/3})$, в то время как на остальной части наплыва (область Ω_2) циркуляция вихревой пелены — $O(\theta^2)$.

Сращивание решений в Ω_2 и Ω_4 позволяет определить асимптотику

функции $a(x_1)$

$$x_1 \rightarrow -\infty, \quad a(x_1) \rightarrow \alpha \theta^{-1} (l/2)^{1/2} (-x_1)^{-1/2}$$

При $(-x_1) \rightarrow \infty$ решение (2.6) автомодельно

$$\mu_4(\Gamma_1, x_1) = \left(\frac{\alpha}{\theta} \sqrt{\frac{l}{2}} \right)^{1/2} (-x_1)^{1/6} \omega \left(\frac{(-x_1)^{1/6} \Gamma_1}{(\alpha/\theta \sqrt{l/2})^{1/3}} \right)$$

Отсюда следует, что при $x_2 \rightarrow -0$ (граница областей Ω_2 и Ω_3) полная циркуляция вихревой пелены $\Gamma^* \sim (-x_1)^{-1/2}$.

Из работы [5] следует, что при $(-x_1) \rightarrow 0$, $a(x_1) \sim C(-x_1)^{-\lambda}$, где C — некоторая константа, а $\lambda \approx 0,20$. Это позволяет представить решение уравнения (2.6) при $(-x_1) \rightarrow 0$ в автомодельном виде

$$\mu_4(\Gamma_1, x_1) = (-x_1)^{(1-\lambda)/3} \omega(\Gamma_1 (-x_1)^{(4\lambda-1)/3}) \quad (2.7)$$

Исследование (2.7) показывает, что при $(-x_1) \sim y_1 \sim z_1 \sim \theta^{1/(1+2\lambda)}$ возмущения продольной и поперечной составляющих скорости становятся одного порядка, т. е. отрывное течение приобретает существенно трехмерный характер (область Ω_5 (фиг. 2)). В области Ω_5 потенциал течения в первом приближении представляется в виде $(\varphi_1^{(5)})$ удовлетворяет трехмерному уравнению Лапласа)

$$\varphi^{(5)} = \theta^r \varphi_1^{(5)}(x_5, y_5, z_5, \alpha/\theta) \\ r = 2(1+\lambda)(1+2\lambda)^{-1}, \quad x_5 = x_1/\theta^r, \quad y_5 = y_1/\theta^r, \quad z_5 = (z_1 \pm \theta l)/\theta^r$$

В Ω_5 прирост циркуляции вихревой пелены является величиной $O(\theta^r)$, т. е. намного меньше величины циркуляции, рожденной в Ω_4 .

Перейдем к выводу асимптотических уравнений, описывающих конфигурацию вихревой пелены в областях Ω_3 и Ω_4 при $x_1 > 0$. Как было указано выше, пелена, сформировавшаяся в Ω_2 ($-l \leq x_1 < 0$) и имеющая циркуляцию $O(\theta^2)$, проходит через область Ω_3 в первом приближении без изменения своей конфигурации. В области Ω_4 при $x_1 > 0$, так же как и при $x_1 < 0$, справедлив закон плоских сечений. При этом уравнение для конфигурации вихревой пелены имеет вид

$$\frac{\partial \zeta_4}{\partial x_1} = \frac{1}{2\pi i} \int_{h_1} \frac{d\Gamma_1'}{\zeta_4(\Gamma_1', x_1) - \zeta_4} - \frac{1}{2\pi i} \int_{h_1'} \frac{d\Gamma_1'}{\bar{\zeta}_4(\Gamma_1', x_1) - \zeta_4} \quad (2.8)$$

$$\zeta_4|_{x_1=+0} = \lim_{x_1 \rightarrow -0} \zeta_4$$

Уравнение (2.8) имеет два интеграла движения

$$I_1 = \text{Im} \int_{h_1} \zeta_4(\Gamma_1, x_1) d\Gamma_1 = \text{const} \quad (2.9)$$

$$I_2 = \text{Real} \int \int_{h_1, h_1'} \ln \frac{\zeta_4(\Gamma_1, x_1) - \zeta_4(\Gamma_1', x_1)}{\bar{\zeta}_4(\Gamma_1, x_1) - \zeta_4(\Gamma_1', x_1)} d\Gamma_1 d\Gamma_1' = \text{const}$$

Из (2.9) следует, что при $x_1 \rightarrow \infty$ вертикальный и горизонтальный поперечные размеры участка вихревой пелены с циркуляцией $O(\theta^{5/3})$ по порядку величины остаются неизменными. Поэтому уравнение (2.8) описывает эволюцию этого участка вихревой пелены на всем отрезке $0 \leq x_1 \leq 1$ (область Ω_{4a}). В области Ω_{4a} (фиг. 2) решение уравнения (2.8) содержит слагаемое, которое не зависит от Γ_1 и соответствует боковому скосу участка вихревой пелены с циркуляцией порядка $\theta^{5/3}$, возникающему в резуль-

гате ее взаимодействия с поверхностью крыла. Так как скорость сноса $w \sim \Gamma/y_1 \sim \theta^{1/2}$, то при $x_1 \sim 1$ расстояние между этим участком вихревой пелены и плоскостью симметрии является величиной $O(\theta^{1/2})$. Поэтому функция, определяющая конфигурацию вихревой пелены в области Ω_{4a} , представляется в виде

$$\begin{aligned}\zeta_1(\Gamma, x_1, \theta) &= \theta^{1/2}b(x_1) + \theta^{1/2}\zeta_4(\Gamma_4, x_4) \\ \Gamma_4 &= \Gamma/\theta^{1/2}, \quad x_4 = x_1/\theta, \quad \zeta_4 = z_4 + iy_4, \quad y_4 = y_1/\theta^{1/2} \\ z_4 &= (z_1 \pm \theta^{1/2}b)/\theta^{1/2}\end{aligned}$$

Здесь функция $\zeta_4(\Gamma_4, x_4)$ удовлетворяет уравнению (2.8). Конфигурация участка вихревой пелены с циркуляцией порядка θ^2 определяется при $0 \leq x_1 \leq 1$ решением уравнения, аналогичного (2.8)

$$\overline{\frac{\partial \zeta_2}{\partial x_2}} = \frac{1}{2\pi i} \int_{k_{1,2}} \frac{d\Gamma_2'}{\zeta_2(\Gamma_2', x_2) - \zeta_2} - \frac{1}{2\pi i} \int_{k_{1,2}} \frac{d\Gamma_2'}{\zeta_2(\Gamma_2', x_2) - \zeta_2} \quad (2.10)$$

$$0 \leq x_2 \leq 1, \quad \zeta_2 = z_2 + iy_2, \quad y_2 = y_1/\theta, \quad z_2 = z_1/\theta, \quad \Gamma_2 = \Gamma/\theta^2$$

Таким образом, над пластиной имеются две симметрично расположенные вихревые пелены. В асимптотическом смысле ($\theta \rightarrow 0$) каждая из этих пелен состоит из двух участков. Первый имеет поперечные размеры $O(\theta^{1/2})$ и циркуляцию $O(\theta^{1/2})$, второй — поперечные размеры $O(\theta)$ и циркуляцию $O(\theta^2)$. Эти участки разнесены друг от друга в направлении оси z_1 на расстояние порядка $\theta^{1/2}$.

При $x_1 > 1$ в областях, являющихся естественным продолжением зон Ω_2 и Ω_{4a} , возникает свободная вихревая пелена k_3 , берущая начало от задней кромки пластины, и плотность циркуляции которой при $x_1 = 1 + 0$ совпадает с интенсивностью продольных присоединенных вихрей на пластине при $x_1 = 1 - 0$. Вихревая пелена k_3 позволяет выполнить условие Чаплыгина — Жуковского на задней кромке пластины.

При $x_1 > 1$ и $\theta \rightarrow 0$ геометрия вихревых пелен описывается уравнением

$$\overline{\frac{\partial \zeta_2}{\partial x_2}} = \frac{1}{2\pi i} \int_{k_{1,2,3}} \frac{d\Gamma_2'}{\zeta_2(\Gamma_2', x_2) - \zeta_2} - i \frac{\alpha}{\theta} \sqrt{\frac{x_1 - 1}{x_1}} \quad (2.11)$$

в области Ω_2 и уравнением

$$\overline{\frac{\partial \zeta_4}{\partial x_4}} = \frac{1}{2\pi i} \int_{k_{3,4}} \frac{d\Gamma_4'}{\zeta_4(\Gamma_4', x_4) - \zeta_4} \quad (2.12)$$

в области Ω_{4a} .

Уравнения (2.11), (2.12) имеют интеграл движения

$$I_3 = \text{Real} \int_{k_{1,2,3}} \zeta_2(\Gamma_2, x_2) d\Gamma_2 = \text{const}$$

$$I_4 = \text{Real} \int_{k_{3,4}} \zeta_4(\Gamma_4, x_4) d\Gamma_4 = \text{const}$$

смысл которого состоит в том, что при $x_1 > 1$ компонента центра тяжести свободных вихревых пелен $k_1 + k_2 + k_3$ и $k_3 + k_4$ не зависит от координаты x_1 .

Зная вид асимптотических разложений в областях $\Omega_2 - \Omega_4$, можно получить высшие приближения во внешней области Ω_1 . В соответствии с (2.1) трехчленное разложение для потенциала в области Ω_1 без учета

влияния наплыва имеет вид

$$\varphi^{(1)} = x_1 + \alpha \varphi_1^{(1)}(x_1, y_1) + \alpha^2 \varphi_1^{(2)}(x_1, y_1)$$

где $\varphi_{1,2}^{(1)}$ удовлетворяет двумерному уравнению Лапласа (безотрывная задача об обтекании бесконечной пластины). Во внешних переменных x_1, y_1, z_1 внутренние области Ω_2, Ω_4 представляют собой отрезки оси x_1 , на которых высшие приближения решения в Ω_1 должны иметь заданные особенности. Так, области Ω_2 соответствует отрезок диполей ($-l \leq x_1 \leq 0$) с интенсивностью $O(\theta^3)$ и луч квадрупольей ($0 \leq x_1 < \infty$) с интенсивностью $O(\theta^4)$. Областям Ω_4 и Ω_{4a} соответствует луч квадрупольей ($0 \leq x_1 < \infty$) с моментом $O(\theta^{10/3})$. Вследствие этого потенциал в Ω_1 имеет следующее разложение (с учетом влияния наплыва):

$$\begin{aligned} \varphi^{(1)} = & x_1 + \alpha \varphi_1^{(1)}(x_1, y_1) + \alpha^2 \varphi_2^{(1)}(x_1, y_1) + \\ & + \theta^3 \varphi_3^{(1)}(x_1, y_1, z_1, \alpha/\theta) + \theta^{10/3} \varphi_4^{(1)}(x_1, y_1, z_1, \alpha/\theta) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Здесь функции $\varphi_{3,4}^{(1)}$ удовлетворяют трехмерному уравнению Лапласа, условию непротекания на поверхности пластины, условию Чаплыгина — Жуковского на задней кромке и имеют заданные особенности на луче ($-l \leq x_1 < \infty$).

В соответствии с (2.13) приращение коэффициента подъемной силы за счет высших приближений решения в Ω_1 имеет вид

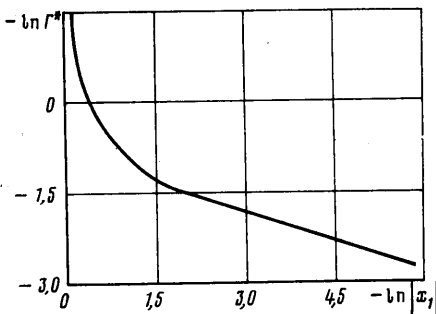
$$\Delta C_y = C_1(\alpha/\theta)\theta^3 + C_2(\alpha/\theta)\theta^{10/3} \quad (2.14)$$

Анализ решений в области Ω_2 при $-l \leq x_1 \leq 0$ и в области Ω_4 при $x_1 \leq 0$ приводит к выводу, что $\Delta C_y|_{\Omega_2, \Omega_4} \sim \theta^3$. Аналогично при $0 \leq x_1 \leq 1$ (область следа над крылом) наличие вихревой пелены (области Ω_2 и Ω_{4a}) вызывает возмущение давления $\Delta C_p|_{\Omega_2} \sim \theta^2$ и

$\Delta C_p|_{\Omega_{4a}} \sim \theta^{2/3}$, но прямым интегрированием C_p можно показать, что соответствующее $\Delta C_y|_{\Omega_2, \Omega_{4a}} = 0$ при $0 \leq x_1 \leq 1$.

Таким образом, формула (2.14) выражает закон подобия ΔC_y по переменным α, θ , из которого следует вывод: отрыв потока с боковых кромок наплыва оказывает существенное влияние на распределение давления по поверхности крыла и в меньшей степени влияет на изменение коэффициента подъемной силы крыла.

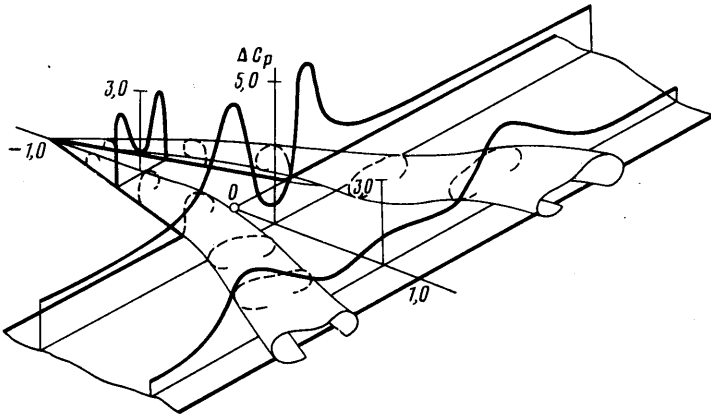
3. Алгоритм численного решения и результаты расчетов. Проведенный анализ позволяет, с одной стороны, выяснить наиболее характерные особенности отрывного обтекания потоком идеальной жидкости крыла бесконечного размаха с наплывом на его переднюю кромку, с другой — построить достаточно простой алгоритм численного решения задачи. Показано, что при $\theta \ll 1$ возникает несколько характерных областей течения, в каждой из которых исходные уравнения движения допускают существенные упрощения. В итоге оказывается, что в первом приближении решение исходной задачи сводится к решению ряда более простых задач, которые могут быть решены в рамках линейной теории крыла конечного удлинения и нелинейной теории крыла малого удлинения. В соответ-



Фиг. 3

ствии с этим численное решение рассматриваемой задачи проводится следующим образом.

На первом этапе решается линейная задача о безотрывном обтекании системы наплыв — прямоугольное крыло большого удлинения (в расчетах удлинение выбиралось равным 10). Эта задача решалась методом дискретных вихрей с неравномерным (по косинусу) разбиением базовой плоскости как по хорде, так и по размаху [6]. При этом определялся коэффициент $a(x_1)|_{\lambda=10}$ ($-l \leq x_1 < 0$) при сингулярном члене для составляющих скорости в окрестности боковых кромок наплыва, который затем пересчи-



Фиг. 4

тывался на крыло бесконечного удлинения по формуле $a|_{\lambda=\infty} = a|_{\lambda=10} C_v|_{\lambda=\infty} / C_v|_{\lambda=10}$.

На втором этапе решалась задача для конфигурации вихревой пелены (уравнения (2.3), (2.6), (2.8), (2.10)). При этом в двумерной задаче об отрывном обтекании расширяющейся пластины (области Ω_2, Ω_4 ($-l \leq x_1 < 0$)) скорость на бесконечности модифицировалась таким образом, чтобы коэффициент $a^*(x_1)$ при особенности решения в окрестности кромки, соответствующего безотрывному обтеканию этой пластины, совпадал с величиной $a(x_1)|_{\lambda=\infty}$, найденной на первом этапе решения. Такой прием позволяет получить композитное решение в областях Ω_2, Ω_4 , решая только уравнение (2.3) на всем участке $-l \leq x_1 < 0$.

Уравнения (2.3), (2.8), (2.10) интегрировались с помощью метода дискретных вихрей [4]. Ядро вихревой пелены аппроксимировалось системой вихрь — разрез. Уравнения для следа над крылом (2.8), (2.10) решались одновременно без разделения на области Ω_2 и Ω_4 . Таким образом, на втором этапе путем численного интегрирования двумерных уравнений строится композитное решение для конфигурации вихревой пелены на участке $-l \leq x_1 \leq 1$. Полученное решение позволяет построить распределенные характеристики исследуемого течения в областях $\Omega_2 - \Omega_4$.

На фиг. 3, 4 представлены некоторые результаты численных расчетов. В п. 2 было показано, что на границе областей Ω_2 и Ω_3 решение автомодельно и полная циркуляция вихревой пелены $\Gamma^* \sim (-x_1)^{-1/2}$ при $(-x_1) \rightarrow 0$. Эта асимптотическая зависимость подтверждается результатами численных расчетов, представленных на фиг. 3 ($\alpha=5^\circ, \theta=10^\circ, l=1$). На фиг. 4 представлены результаты расчетов распределения давления на поверхности крыла и конфигурации вихревой пелены для случая $\alpha=10^\circ, \theta=17^\circ, l=1$. Как и следовало ожидать, за линией стыка наплыва с пластиной происходит увеличение пиков разрежения давления.

В заключение авторы выражают искреннюю признательность Г. П. Свищеву за постановку задачи и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский С. М., Ништ М. И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.: Наука, 1978. 351 с.
2. Никольский А. А. Законы подобия для трехмерного стационарного отрывного обтекания тел жидкостью и газом.— Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 1, с. 1–7.
3. Никольский А. А. Нелинейный закон подобия для отрывного обтекания идеальным газом прямоугольного крыла со сверхзвуковой скоростью.— Уч. зап. ЦАГИ, 1972, т. 3, № 6, с. 10–17.
4. Судаков Г. Г. Расчет отрывного течения около тонкого треугольного крыла малого удлинения.— Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 2, с. 10–18.
5. Medan R. T. Aerodynamic loads near cranks, apexes and tips of thin, lifting wings in incompressible flow.— AGARD CP, 1977, № 204, 48 p.
6. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К. Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях. М.: Наука, 1975, 424 с.

Москва

Поступила в редакцию
1.IX.1980