

УДК 532.526

**ПРИМЕНЕНИЕ ТРЕХПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СЕМЕЙСТВА
ЛОКАЛЬНО-ПОДОБНЫХ ПРОФИЛЕЙ СКОРОСТИ К РАСЧЕТУ
ТУРБУЛЕНТНЫХ ОТРЫВНЫХ ЗОН В СЖИМАЕМОМ ГАЗЕ**

СЕРГЕЕВ Ю. Г.

Предлагается метод расчета двумерных передних турбулентных отрывных зон, основанный на использовании интегральных соотношений теории пограничного слоя и интегральных характеристик трехпараметрического семейства локально-подобных профилей скорости. Метод позволяет сквозным образом производить расчет характеристик турбулентного пограничного слоя, в том числе трения и теплообмена, как в присоединенных течениях, так и в отрывных зонах.

В существующих интегральных методах, например в [1-3], для расчета сильно-го взаимодействия в зонах с возвратными токами обычно используется модель течения типа следа, а замыкающие соотношения находятся с помощью соответствующих характеристик ламинарного пограничного слоя [1] или на основании экспериментальных данных [2], или с привлечением простого однопараметрического семейства профилей скорости для течений типа следа [3]. В работе [4] для описания течения в отрывной зоне используется однопараметрическое семейство профилей скорости несжимаемой жидкости, полученное с помощью двухслойной модели турбулентного пограничного слоя.

В настоящей работе во всей области взаимодействия от точки начала взаимодействия до точки выравнивания потока используются профили скорости на твердой стенке с прямыми и обратными токами, полученные на основании локально-подобных решений уравнений турбулентного сжимаемого пограничного слоя.

Для несжимаемого течения на адиабатической стенке локально-подобные профили скорости получены в работе [5].

1. Для получения локально-подобных профилей скорости турбулентного сжимаемого пограничного слоя для градиентных течений на твердой стенке решается задача в рамках полуэмпирической теории турбулентности. Принимается двухслойная модель турбулентного пограничного слоя. Во внутренней области, включающей ламинарный подслой и переходную область (буферный слой), турбулентная вязкость ϵ_1 вычисляется на основе теории Прандтля о пути перемешивания l , а во внешней области пограничного слоя (в турбулентном ядре) используется выражение для постоянной поперек слоя турбулентной вязкости ϵ_2 с учетом коэффициента перемежаемости γ^* [6]:

$$\epsilon_1 = l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|, \quad l = 0,4y \left[1 - \exp \left(-\frac{y}{A} \right) \right], \quad A = 26\nu \left(\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{dP}{dx} \frac{y}{\rho} \right)^{-1/2} \quad (1.1)$$

$$\epsilon_2 = 0,0168u_* \delta_1^* \gamma^*, \quad \delta_1^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{u_*} \right) dy, \quad \gamma^* = \left[1 + 5,5 \left(\frac{y}{\delta} \right)^6 \right]^{-1}$$

Здесь x, y — прямоугольная система координат, u — скорость, ρ — плотность, P — давление, ν — кинематическая вязкость, τ — напряжение трения, δ — толщина пограничного слоя, A — коэффициент затухания пульсаций скорости по мере приближения к стенке, индексы e и w соответствуют параметрам на внешней границе пограничного слоя и на стенке.

Рассматриваются плоские и такие осесимметричные течения, для кото-

рых пограничный слой является тонким ($\delta \ll r$), а радиус r равняется радиусу тела и зависит только от продольной координаты. Для анализа используем обобщенное преобразование Степанова – Манглера, Леви – Лиза

$$\frac{d\xi}{dx} = \rho_e u_e \mu_e \left(\frac{r}{L}\right)^{2j}, \quad \frac{d\eta}{dy} = \frac{\rho_e u_e}{\sqrt{2\xi}} \left(\frac{r}{L}\right)^j \quad (1.2)$$

С учетом преобразования (1.2) и известного закона для вязкости $\mu/\mu_e = (\rho_e/\rho)^{1-n}$ ($n=0,315$) соотношения (1.1) запишутся следующим образом:

$$\varepsilon_1^+ = 0,16 \frac{\rho}{\rho_e} Y^2 |f''| \left(\frac{\rho_e}{\rho}\right)^{n-2} \sqrt{2 \operatorname{Re}_1} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{Y \sqrt{2 \operatorname{Re}_1}}{26} \left(\frac{\rho_e}{\rho}\right)^{n-2} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\left| \frac{f_\omega'' (1-\alpha_e^2)^n}{J_\omega^{*n} \sqrt{2 \operatorname{Re}_1}} \frac{\rho_e}{\rho} - \beta \frac{Y}{\sqrt{2 \operatorname{Re}_1}} \frac{\rho_e}{\rho} \right| \right)^{1/2} \right] \right\}^2 \quad (1.3)$$

$$\varepsilon_2^+ = 0,0168 \left(\frac{\rho_e}{\rho}\right)^{n-2} \Delta_1^* \sqrt{2 \operatorname{Re}_1} \left[1 + 5,5 \left(\frac{Y}{\Delta}\right)^6 \right]^{-1}$$

$$\varepsilon^+ = \frac{\varepsilon}{\nu}, \quad f = \int_0^\eta \frac{u}{u_e} d\eta, \quad J^+ = \frac{J}{J_e}, \quad \beta = 2 \frac{d \ln u_e}{d \ln \xi}$$

$$\alpha_e = \left(\frac{a_e - 1}{a_e}\right)^{1/2}, \quad a_e = 1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_e^2, \quad Y = \int_0^\eta \frac{\rho_e}{\rho} d\eta, \quad \Delta = \int_0^\infty \frac{\rho_e}{\rho} d\eta$$

$$\Delta_1^* = \int_0^\infty \frac{\rho_e}{\rho} (1-f') d\eta, \quad \operatorname{Re}_1 = \frac{\rho_e u_e \xi_1}{\mu_e}, \quad \xi_1 = \xi / \left[\rho_e u_e \mu_e \left(\frac{r}{L}\right)^{2j} \right]$$

Здесь ξ , η – продольная и поперечная координаты в плоскости преобразования, f – функция тока, J – полная энтальпия, M – число Маха, α_e – число Крокко, β – параметр градиента давления, μ – динамическая вязкость, L – характерная длина, r – радиус тела, значения $j=0$ и 1 соответствуют плоскому и осесимметричному течениям, штрихи обозначают дифференцирование по координате η .

Известно, что преобразование Степанова – Манглера не позволяет свести уравнения осесимметричного турбулентного пограничного слоя к их плоской форме. В работе [7] показано, что в области малых продольных градиентов давления расчет тонкого осесимметричного турбулентного пограничного слоя можно производить по формулам плоского слоя, если подходящим образом ввести новую продольную координату. В данной работе используется более общий подход, когда никаких допущений относительно величины градиента давления не делается. В этом случае радиус тела включается в координату ξ_1 , по которой вычисляется число Рейнольдса Re_1 , являющееся одним из независимых параметров при получении локально-подобных профилей скорости.

Применение преобразования (1.2) к осредненным уравнениям турбулентного сжимаемого пограничного слоя позволяет получить уравнения движения и энергии в виде

$$\left[\frac{\rho \mu}{\rho_e \mu_e} (1 + \varepsilon^+) f'' \right]' + f f'' + \beta \left(\frac{\rho_e}{\rho} - f'^2 \right) = 0$$

$$\left\{ \frac{\rho \mu}{\rho_e \mu_e} \left[\left(1 + \varepsilon^+ \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_t} \right) \frac{J^{+'}}{\text{Pr}} + 2\alpha_e^2 \left(1 - \frac{1}{\text{Pr}} \right) f' f'' \right] \right\}' + f J^{+'} = 0 \quad (1.4)$$

Здесь Pr — число Прандтля, Pr_t — турбулентное число Прандтля.

При выводе уравнений (1.4) и для получения локально-подобных профилей скорости и энтальпии предполагалось, что функция тока f и безразмерная энтальпия J^+ зависят только от поперечной координаты η ; параметры в левой части уравнений (1.4) (α_e , β , Re_1), зависящие в общем случае от продольной координаты x , считаются постоянными и равными их местным значениям в данной точке потока.

Решение уравнений (1.4) при граничных условиях $\eta=0$, $f=0$, $f'=0$, $J^+=J_\omega^+$; $\eta \rightarrow \infty$, $f' \rightarrow 1$, $J^+ \rightarrow 1$ позволяет получить искомое трехпараметрическое семейство локально-подобных профилей скорости. Независимыми параметрами такого семейства являются число Маха M_e (или число Крокко α_e), параметр градиента давления β и число Рейнольдса Re_1 . Турбулентная вязкость при этом рассчитывается по соотношениям (1.3). Граница внутренней области пограничного слоя характеризуется равенством $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$.

При расчете течений с теплопередачей появляется дополнительный независимый параметр — энтальпийный фактор J_ω^+ .

По найденным профилям скорости вычисляются следующие характеристики турбулентного пограничного слоя:

$$\begin{aligned} \Delta^* &= \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \right) \frac{\rho_e}{\rho} d\eta, & \Delta^{**} &= \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) \frac{u}{u_e} d\eta \\ \Delta^{***} &= \int_0^\infty \left[1 - \left(\frac{u}{u_e} \right)^2 \right] \frac{u}{u_e} d\eta, & \Phi_1 &= \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho}{\rho_e} \right) \frac{u}{u_e} \frac{\rho_e}{\rho} d\eta \\ \gamma_1 &= \int_0^\infty \frac{u}{u_e} d\eta, & H &= \frac{\delta^*}{\delta^{**}} = \frac{\Delta^*}{\Delta^{**}}, & H_1 &= \frac{\delta^{***}}{\delta^*} = \frac{\Delta^{***}}{\Delta^*} \\ H_2 &= \frac{\Phi}{\delta^*} = \frac{\Phi_1}{\Delta^*}, & H_3 &= \frac{\gamma}{\delta^*} = \frac{\gamma_1}{\Delta^*} \\ \theta &= \frac{2}{\rho_e u_e^3} \int_0^\infty \tau \frac{\partial u}{\partial y} dy = \frac{2}{\sqrt{2} \text{Re}_1} \int_0^\infty \left(\frac{\rho_e}{\rho} \right)^{-n} (1 + \varepsilon^+) f''^2 d\eta \\ C_f &= \frac{2\tau_\omega}{\rho_e u_e^2} = \frac{2f_\omega''}{\sqrt{2} \text{Re}_1} \left(\frac{1 - \alpha_e^2}{J_\omega^+} \right)^n \\ \text{St} &= \frac{q_\omega}{\rho_e u_e (J_t - J_\omega)} = \frac{J_\omega^{+'}}{\text{Pr} \sqrt{2} \text{Re}_1 (1 - J_\omega^+)} \left(\frac{1 - \alpha_e^2}{J_\omega^+} \right)^n \end{aligned}$$

Здесь q_ω — конвективный тепловой поток, J_t — энтальпия торможения, St — число Стантона, C_f — местный коэффициент трения, θ — интеграл диссипации механической энергии.

Связь обычных физических величин δ^* , δ^{**} , δ^{***} , Φ (толщины вытеснения, потери импульса, потери кинетической энергии, потери энергии) и γ (толщина, характеризующая поток массы) [3] с соответствующими характеристиками Δ^* , Δ^{**} , Δ^{***} , Φ_1 , γ_1 , рассчитанными в плоскости ξ , η ,

осуществляется через множитель

$$N = \sqrt{2\xi} \left(\frac{L}{r} \right)^j / \rho_0 u_0$$

Известно, что применение выбранного закона (1.1) для вязкости ϵ_1 приводит к некорректности решения в точке максимума скорости в возвратном течении. В этом случае $du/dy=0$ и $\epsilon_1=0$, т. е. общая эффективная вязкость в окрестности указанной точки быстро уменьшается до ламинарного значения, что противоречит действительности. Однако проверочные расчеты с другими зависимостями для турбулентной вязкости, например с законом для ϵ_1 в форме Лиза [5], где данной особенности не возникает, и сравнение с экспериментальными данными показали, что указанная выше некорректность слабо влияет на интегральные характеристики профиля скорости и в рамках предложенного метода этим влиянием можно пренебречь.

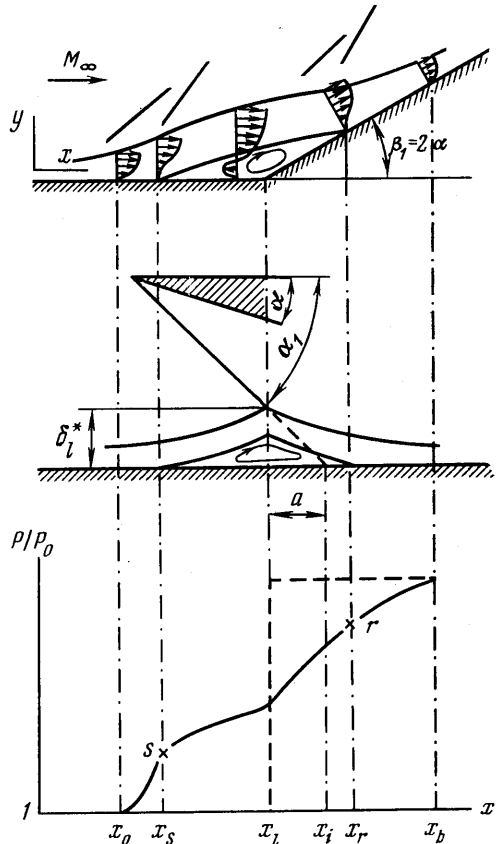
2. Рассматривается свободная двумерная отрывная зона с неизвестным заранее положением точек отрыва и присоединения потока. Задача решается в рамках модели пограничного слоя интегральным методом.

Принятые схемы течения для случая обтекания плоского бесконечного щитка и при взаимодействии падающего скачка уплотнения с пограничным слоем, а также соответствующее распределение давления P вдоль отрывной зоны даны на фиг. 1. Пунктиром показано соответствующее невязкое распределение давления.

Из приведенных схем следует, что расчет отрывной зоны, вызванной взаимодействием падающего скачка уплотнения с пограничным слоем, сводится к расчету обтекания щитка, если $\beta_1=2\alpha$, а длина $a=\delta_i^* \operatorname{ctg} \alpha_1$. Здесь β_1 — угол излома контура, α — угол генератора скачка, α_1 — угол наклона падающего скачка уплотнения, δ_i^* — толщина вытеснения в точке излома контура, определяемая в процессе расчета отрывной зоны.

Прямоугольная система координат x, y выбирается таким образом, что ось x совпадает с контуром тела. Вся область отрывного течения разбивается на три зоны: предотрывную, между точками начала взаимодействия x_0 и отрыва x_s , зону возвратных токов, между точками x_s и прилипания потока x_r , и зону выравнивания, между точками x_r и выравнивания потока x_b .

Предполагается, что во всей области взаимодействия от x_0 до x_b тече-



Фиг. 1

ние может быть описано с помощью интегральных характеристик трехпараметрического семейства локально-подобных профилей скорости для течений на твердой стенке с прямыми и обратными токами как при наличии теплообмена, так и без него.

В качестве основных уравнений используются интегральные соотношения импульсов, кинетической энергии и уравнение взаимодействия в форме Крокко — Лиза:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{\delta^{**}(2+H-M_e^2)}{M_e a_e} \frac{dM_e}{dx} + \frac{\delta^{**}}{r} \frac{dr}{dx} &= \frac{C_f}{2} \\ \frac{d\delta^{***}}{dx} + \frac{\delta^{***}(3+2\varphi/\delta^{***}-M_e^2)}{M_e a_e} \frac{dM_e}{dx} + \frac{\delta^{***}}{r} \frac{dr}{dx} &= \theta \\ \frac{d\delta^*}{dx} &= \operatorname{tg} \nu_1 + \gamma \frac{d \ln(\rho_e u_e)}{dx} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Указанные уравнения содержат восемь неизвестных величин: δ^{**} , M_e , H , C_f , δ^{***} , φ , θ , γ . Угол ν_1 (угол наклона вектора скорости на внешней границе пограничного слоя) определяется расчетом внешнего невязкого течения. При расчете плоских отрывных зон используется, например, соотношение Праудтля — Майера.

Чтобы замкнуть задачу, необходимо выбрать пять дополнительных зависимостей, которые в общем случае могут быть записаны в следующем виде ($\mathbf{F} = \{C_f, \varphi, \theta, \Delta^{***}, \gamma\}$ — вектор):

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}(M_e, \beta^*, \operatorname{Re}_i, J_0^+), \quad \beta^* = \delta^* (\rho_e u_e^2)^{-1} \frac{dP}{dx} \quad (2.2)$$

После выбора замыкающих соотношений решается краевая задача, в процессе решения которой положение точки начала взаимодействия x_0 подбирается таким образом, чтобы ниже по течению от излома контура выполнялись заданные условия, например условия выхода на безградиентное течение:

$$M_e \rightarrow M_1, \quad H \rightarrow H_b \quad (2.3)$$

Здесь M_1 — число Маха, соответствующее невязкому обтеканию, H_b — форм-параметр H при $\beta=0$ и $M_e \approx M_1$.

Расчет отрывной зоны начинается с выбора предполагаемого положения точки x_0 , где известны значения M_{e0} , Re_{e0} , δ_0^* и H_0 . При этом величина M_{e0} должна быть меньше M_∞ на некоторую малую величину (например, на 10^{-2} – 10^{-3}). В противном случае в точке x_0 будет поставлена задача Коши с нулевыми начальными условиями.

После разрешения (2.1) относительно неизвестных производных система уравнений для расчета течения в отрывной зоне запишется следующим образом:

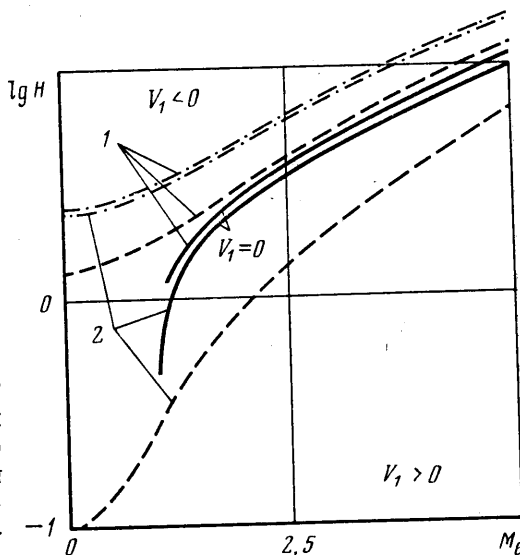
$$\begin{aligned} \frac{d\delta^{*+}}{dx^+} &= \frac{V_2}{V_1}, \quad \frac{dM_e}{dx^+} = \frac{V_3}{V_1}, \quad \frac{dH}{dx^+} = \frac{V_4}{V_1} \\ V_1 &= \frac{\delta^{*+}}{M_e a_e} \left\{ H_1 \left(3 + \frac{2H_2}{H_1} - M_e^2 \right) + H(2+H-M_e^2) \frac{\partial H_1}{\partial H} - \right. \\ &\quad \left. - H_3(M_e^2 - 1) \left(H_1 + H \frac{\partial H_1}{\partial H} \right) + M_e a_e \frac{\partial H}{\partial M_e} \right\} \\ V_2 &= C_f \operatorname{tg} \nu_1 V_1 - \frac{M_e^2 - 1}{M_e a_e} \delta^{*+} H_3 V_4 \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$V_3 = C_1 \theta + \frac{1}{2} C_1 C_1 H^2 \frac{\partial H_1}{\partial H} - C_1 \operatorname{tg} v_1 \left(H_1 + H \frac{\partial H_1}{\partial H} \right) - \\ - \delta^{*+} \left(H_1 + H \frac{\partial H_1}{\partial H} \right) \frac{1}{r^+} \frac{dr^+}{dx^+}$$

$$V_4 = \frac{H(2+H-M_\infty^2)}{M_\infty a_\infty} V_3 + \frac{H}{\delta^{*+}} V_2 - H V_1 \left(\frac{C_1 H C_1}{2\delta^{*+}} - \frac{1}{r^+} \frac{dr^+}{dx^+} \right)$$

$$x^+ = \frac{x}{x_0}, \quad r^+ = \frac{r}{r_0}, \quad \delta^{*+} = \frac{\delta^*}{\delta_0^*}, \quad \delta^{*++} = \frac{\delta^{***}}{\delta_0^*}, \quad C_1 = \frac{x_0}{\delta_0^*}$$

Известно, что при исследовании отрывных течений интегральными методами пограничные слои обычно разделяют на до- и сверхкритические. В рамках теории смещения Крокко — Лиза ламинарные адиабатические слои рассматриваются как докритические ($d\delta^*/dP > 0$), а ламинарные слои на холодных стенках и турбулентные пограничные слои — как сверхкритические ($d\delta^*/dP < 0$). Возникновение сверхкритических течений в данной задаче является характерной особенностью интегральных методов. Соответствующим выбором основных уравнений и замыкающих зависимостей можно существенно расширить диапазон параметров, в котором пограничный слой будет докритическим. Например, использование для расчета отрывной зоны уравнений импульсов и взаимодействия в форме Прандтля и зависимостей для толщины вытеснения и местного коэффициента трения, полученных на основании локально-подобных решений, приводит к тому, что на адиабатической стенке турбулентный пограничный слой будет докритическим до значений $M_\infty \approx 2,6$.



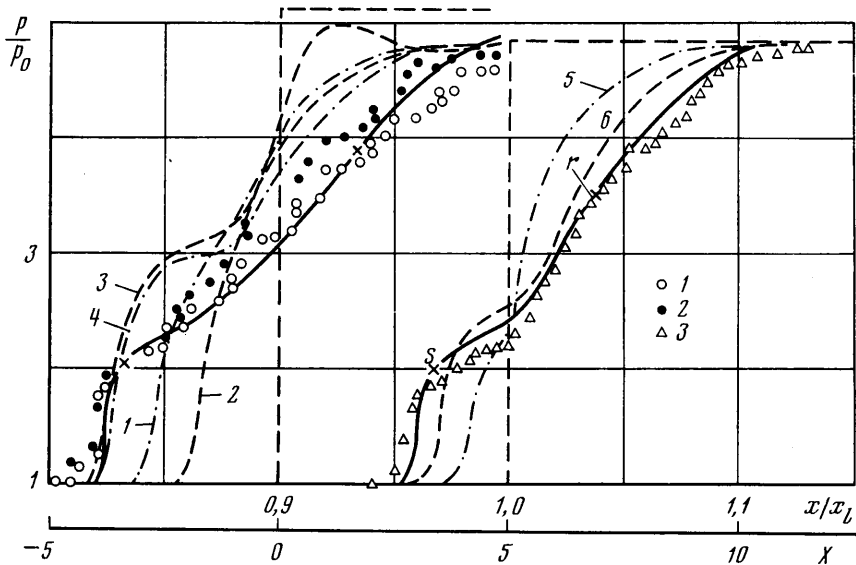
Фиг. 2

Проанализируем систему уравнений (2.4) с целью выделения особых точек. Результаты такого анализа для $Re_1 = 10^7$ частично даны на фиг. 2, где кривые 1 соответствуют случаю адиабатической стенки, а кривые 2 — $T_w^+ = 0,2$. Пунктирными линиями построены зависимости логарифма форм-параметра H от числа Маха для пластины ($\beta = 0$), а штрихпунктирными — для точки отрыва ($f_w'' = 0$). Область, заключенная между этими кривыми, является расчетной при исследовании течения в предотрывной зоне и в зоне выравнивания, а область выше штрихпунктирных линий соответствует течению в зоне возвратных токов. Сплошными кривыми построены особые линии ($V_1 = 0$). В области, лежащей выше этих линий, $V_1 < 0$, а лежащей ниже — $V_1 > 0$. Следует отметить, что даже для адиабатической стенки с учетом погрешности вычислений особые линии могут совпадать с пунктирными кривыми.

Из расчетов, проведенных в широком диапазоне изменения парамет-

ров, следует, что в предотрывной зоне, в точке отрыва и в зоне возвратных токов величина $V_2 < 0$, а $V_3 > 0$. Таким образом, область течения (фиг. 2) выше особых линий соответствует докритическому пограничному слою, а ниже — сверхкритическому. В случае адиабатической стенки вся расчетная зона находится в области докритического пограничного слоя, а при расчетах течений на холодных стенках значительная часть предотрывной зоны будет находиться в области сверхкритического пограничного слоя. В этом случае плавный выход на искомое решение, соответствующее сильному взаимодействию, невозможен, приходится допускать разрыв в параметрах.

Чтобы избежать указанной трудности, выбирается другой путь. Находится дополнительная зависимость для изменения толщины вытес-



Фиг. 3

нения в зоне x_0-x_s , при использовании которой особенностей, связанных со сверх- и докритическим переходом, не возникает при любых значениях температурного фактора.

Для нахождения такой зависимости применяется линейная формула Прандтля — Майера для описания внешнего сверхзвукового потока и уравнение движения для пограничного слоя. Оценивая порядки характерных величин, в зоне x_0-x_s , можно получить:

$$\left(1 - \frac{\delta_0^*}{\delta^*}\right)^{1/2} \sim \Gamma, \quad \Gamma = \frac{(M_{\infty}^2 - 1)^{1/4} u_{\infty}}{\sqrt{C_{f0}} u_{e0}} \left(1 - \frac{u_{\infty}}{u_{e0}}\right)$$

Обработка экспериментальных данных в диапазонах $2 \leq M_{\infty} \leq 9,2$; $1,2 \cdot 10^5 \leq Re \leq 7 \cdot 10^8$; $20^\circ \leq \beta_1 \leq 36^\circ$; $T_0^+ = T_0/T_1 = 1,0; 0,3$ (T_1 — равновесная температура) в виде указанных комплексов позволяет записать искомую зависимость следующей аппроксимационной формулой:

$$\delta^* = \delta_0^* [1 - (a_1 + a_2 \Gamma - a_3 \Gamma^2 + a_4 \Gamma^3)^2]^{-1} \quad (2.5)$$

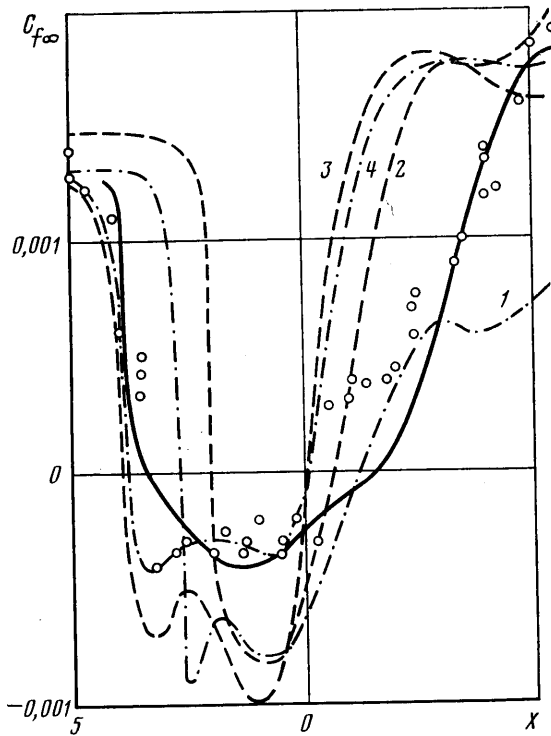
$$a_1 = 0,8555 - 0,25772B + 0,026137B^2 - 0,0008596B^3, \quad B = \lg Re_0$$

$$a_2 = (243,88 - 102,96B + 14,302B^2 - 0,6412B^3)^{-1}$$

$$a_3 = (-47,4449 + 34,161B - 7,0633B^2 + 0,47396B^3)^{-1}$$

$$a_4 = -0,40719 + 0,20502B - 0,029666B^2 + 0,001333B^3$$

Дифференцируя (2.5) и разрешая полученное соотношение, уравнения импульсов и взаимодействия (2.1) (необходимость в использовании уравнения кинетической энергии при этом отпадает) относительно неизвестных производных, получаем искомую систему уравнений для расчета течения в зоне $x_0 - x_s$ (отметим, что длина этой зоны обычно порядка δ_0). Анализ такой системы показывает, что при любых значениях M_∞ , Re



Фиг. 4

и $T_\infty + d\delta^*/dx > 0$, а $dM_\infty/dx < 0$, что является признаком докритического пограничного слоя.

Точки отрыва и присоединения определяются в данном методе как точки, в которых местный коэффициент трения C_f равняется нулю.

Результаты расчетов турбулентных отрывных зон, проведенных с использованием системы уравнений (2.4), замыкающих зависимостей (2.2) и соотношения (2.5) (в предотрывной зоне), построены сплошными линиями на фиг. 3 и 4 в виде распределений давления и коэффициента трения $C_{f\infty} = 2\tau_w/\rho_\infty u_\infty^2$, полученных решением краевой задачи с граничными условиями (2.3). Координата X на фиг. 3 и 4 определяется выражением: $X = (x - x_i)/\delta_0$.

Точками 1 на фиг. 3 даны результаты измерений давления вдоль отрывной зоны, вызванной взаимодействием косога скачка уплотнения с пограничным слоем на стенке канала прямоугольного сечения при $M_\infty = 2,9$; $\alpha = 13^\circ$; $Re_0 = 9,73 \cdot 10^5$; $\delta_0 = 16,94$ мм; $T_\infty = T_1$ [8]. Точками 2 построены результаты повторной серии экспериментов [9], где сделана попытка ис-

ключить влияние трехмерных эффектов. Соответствующее указанным условиям экспериментальное распределение коэффициента трения [10] нанесено точками на фиг. 4. Точки 3 на фиг. 4 соответствуют экспериментальным данным [11], полученным для случая обтекания плоского щитка при $M_\infty = 2,96$; $Re_1 = 10^7$; $\beta_1 = 25^\circ$, $T_0 = T_1$.

Кривые 1—4 на фиг. 3 и 4 построены по результатам расчетов [12], основанных на применении уравнений Навье — Стокса с использованием различных моделей турбулентной вязкости. Кривая 1 соответствует алгебраической модели турбулентности, в которой использована концепция Прандтля о пути перемешивания и закон дефекта скорости в форме Клаузера во внешней области пограничного слоя, т. е. такая же модель, как и в данном методе. Кривая 2 получена для модели турбулентности, в которой применены дифференциальное уравнение для кинетической энергии турбулентности и алгебраическое выражение для линейного масштаба турбулентности. Для получения кривых 3 и 4 использованы по два уравнения в частных производных для описания кинетической энергии турбулентности и для определения масштаба турбулентности, при этом вторая модель (кривая 4) предназначена для расчета пограничного слоя с положительным градиентом давления.

Кривые 5 и 6 на фиг. 3 построены по результатам расчетов [13, 14], основанных на использовании уравнений Навье — Стокса и равновесных алгебраических моделей для турбулентной вязкости.

Проведенные сравнения на фиг. 3 и 4, а также другие многочисленные сравнения с экспериментальными и расчетными данными других авторов (например, с результатами [15], при получении которых осредненные уравнения Навье — Стокса замыкались различными как равновесными, так и релаксационными моделями турбулентности) показывают, что предложенный метод позволяет получать характеристики турбулентных отрывных зон с точностью, не уступающей результатам численных расчетов.

Автор благодарит В. Н. Шманенкова за внимание к работе и Л. В. Гогиша за просмотр и обсуждение рукописи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хангер м.л., Ривз. Результаты исследований сильного взаимодействия в сверхзвуковых оторвавшихся и присоединяющихся потоках, основанные на использовании модели течения типа следа.— Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, № 4, с. 200—212.
2. Антонов А. Н. Расчет взаимодействия турбулентного пограничного слоя с внешним сверхзвуковым потоком на вогнутом угле и на сферической кормовой части тела.— ПМТФ, 1976, № 1, с. 53—61.
3. Гогиш Л. В., Степанов Г. Ю. Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979. 367 с.
4. Шевалери Д. А. де ля, Леблан Р. М. Ф. Усовершенствованный интегральный метод расчета взаимодействия ударной волны с пограничным слоем трансзвукового течения.— Ракетная техника и космонавтика, 1978, т. 16, № 7, с. 151—154.
5. Alber I. E. Similar solutions for a family of separated turbulent boundary layers.— AIAA Pap., 1971, № 203, 15 p.
6. Sebeci T., Smith A. M., Mosinskis G. Calculation of compressible adiabatic turbulent boundary layers.— AIAA Pap., 1969, № 687, 17 p.
7. Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973. 256 с.
8. Reda D. C., Murphy J. D. Shock wave-turbulent boundary layer interactions in rectangular channels.— AIAA Pap., 1972, № 715, 16 p.
9. Reda D. C., Murphy J. D. Shock wave-turbulent boundary layer interactions in rectangular channels. P. 2. The influence of sidewall boundary layers on incipient separation and scale of the interaction.— AIAA Pap., 1973, № 234, 9 p.
10. Мэрги В. С., Роуз В. К. Измерения поверхностного трения в области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем.— Ракетная техника и космонавтика, 1978, т. 16, № 7, с. 35—42.

11. Лоу. Отрыв сверхзвукового турбулентного пограничного слоя.— Ракетная техника и космонавтика, 1974, т. 12, № 6, с. 73—77.
12. Вигас Д. Р., Хорстмен К. К. Сравнительный анализ применимости различных моделей турбулентности для расчета течений с взаимодействием пограничного слоя с ударной волной.— Ракетная техника и космонавтика, 1979, т. 17, с. 17—30.
13. Shang J. S., Hankey W. L. Numerical solution for supersonic turbulent flow over a compression ramp.— AIAA Journal, 1975, № 10, v. 13, p. 1368—1374.
14. Ханг, Маккормак. Численный расчет сверх- и гиперзвуковых течений сжатия около тупого (внутреннего) угла.— Ракетная техника и космонавтика, 1977, т. 15, № 3, с. 150—159.
15. Хорстмен, Сеттлс, Вэс, Богдонов, Ханг. Влияние числа Рейнольдса на характеристики взаимодействия скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем.— Ракетная техника и космонавтика, 1977, т. 15, № 8, с. 120—129.

Москва

Поступила в редакцию
18.VIII.1980