

УДК 533.6.011.5:519.63

РАСЧЕТ ИСТЕЧЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ ГАЗА В ВАКУУМ ИЗ СОПЛА С КОСЫМ СРЕЗОМ

РОДИОНОВ А. В.

Рассматривается задача сверхзвукового истечения идеального газа из конического сопла с косым срезом в вакуум. Решение ищется в области, включающей часть течения, где проекция вектора скорости газа на ось сопла может быть меньше местной скорости звука и принимать отрицательные значения.

Истечение из сопла с косым срезом в затопленное пространство рассматривалось в работах [1, 2]. Используемый в [1] численный метод позволяет проводить расчеты струй в областях, где осевая составляющая скорости газа является сверхзвуковой.

Для расчета осесимметричных струй в широкой области в работе [3] был предложен подход, основанный на использовании криволинейной разностной сетки. В данной работе аналогичная сетка применяется для решения трехмерной задачи.

1. Исходные дифференциальные уравнения газовой динамики, записанные в криволинейной системе координат (L_1, L_2, L_3) , имеют вид

$$A_1 \frac{\partial X}{\partial L_1} + A_2 \frac{\partial X}{\partial L_2} + A_3 \frac{\partial X}{\partial L_3} = 0 \quad (1.1)$$

$$A_i = \begin{pmatrix} (u_i) & 0 & 0 & a^2 l_{i1}/\kappa & 0 \\ 0 & (u_i) & 0 & a^2 l_{i2}/\kappa & 0 \\ 0 & 0 & (u_i) & a^2 l_{i3}/\kappa & 0 \\ \kappa l_{i1} & \kappa l_{i2} & \kappa l_{i3} & (u_i) & 0 \\ l_{i1} & l_{i2} & l_{i3} & 0 & (u_i) \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \pi \\ \varepsilon \end{pmatrix}$$

Здесь $u = (u_1, u_2, u_3)$ — вектор скорости газа и его составляющие в декартовой системе координат (x_1, x_2, x_3) ; $\pi = \ln p$; $\varepsilon = \ln \rho$; a — скорость звука; κ — показатель адиабаты; $l_{ij} = \partial L_i / \partial x_j$; $l_i = (l_{i1}, l_{i2}, l_{i3})$.

Криволинейная система координат выбирается таким образом, что во всей расчетной области нормальная к поверхности $L_i = \text{const}$ составляющая вектора скорости газа является сверхзвуковой, т. е. выполняется условие

$$(u_i) > a |l_i|$$

Разностная сетка (I, J) на некотором шаге расчета K показана на фиг. 1 линиями постоянных I и J . Декартова система координат расположена так, что Z является нормалью к плоскости среза сопла; YZ — плоскость симметрии; начало координат находится в центре эллипса, образованного кромкой сопла. Все размеры отнесены к величине радиуса сопла r_a на тупой кромке.

В каждой точке разностной сетки криволинейные координаты принимают значения

$$L_1 = K \Delta L_1, \quad L_2 = \frac{(I+J)}{2} \Delta L_2, \quad L_3 = \frac{(I-J)}{2} \Delta L_3$$

где ΔL_i — характерный размер разбиения расчетной области вдоль координатной линии L_i .

Система дифференциальных уравнений (1.1) решается при помощи центральной разностной схемы с пересчетом (типа Лакса — Вендроффа [4]), которая имеет второй порядок точности. Анализ устойчивости разностной схемы приводит к условию

$$\Delta L_1 \leq \frac{(u_1) - a |l_1|}{2} \min \left\{ \frac{\Delta L_2}{|(u_2)| + a |l_2|}, \frac{\Delta L_3}{|(u_3)| + a |l_3|} \right\}$$

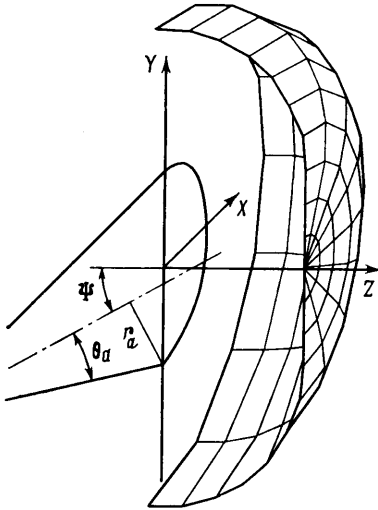
выполнение которого в каждой точке расчетной области обеспечивает устойчивый свет.

Расчет струи ведется от поверхности начальных данных, расположенной на расстоянии 0,02 от среза сопла. При этом предполагается, что на выходе из сопла организуется течение от источника, а плоскость среза является сверхзвуковой, т. е. характеристики, исходящие из кромки, не входят в сопло. На начальном участке счета

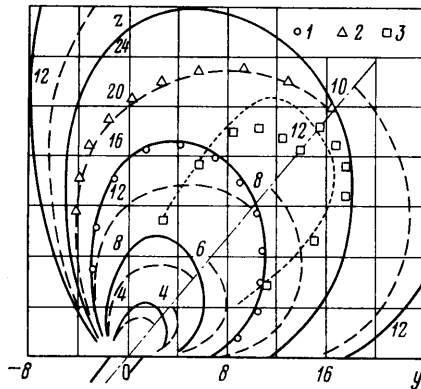
область невозмущенного течения выделяется, что позволяет повысить точность расчетов. На поверхности начальных данных параметры газа определяются по соотношениям Прандтля – Майера.

Представленные ниже расчеты (если не оговорено особо) проведены на разностной сетке $M \times N = 31 \times 25$, где M – число точек в сечении, проходящем через ось Z , а N – число сечений. Время счета одного варианта на ЭВМ ЕС-1040 составляет 2–6 ч. В случае осевой симметрии ($\Psi = 0$) расчет занимает 4–10 мин.

2. На фиг. 2 показаны линии постоянных чисел Маха в плоскости симметрии течения. Сплошные кривые относятся к струе с исходными данными; $M_a = 1,5$ (число Маха на тупой кромке сопла); $\Psi = 40^\circ$; $\theta_a = 1,5^\circ$; $\kappa = 1,4$. Для сравнения штрихами



Фиг. 1



Фиг. 2

нанесены результаты расчетов осесимметричных струй с параметрами на соответствующей кромке сопла. Различие сплошных и штриховых линий отражает влияние косога среза. В плоскости, проходящей через ось сопла и перпендикулярной плоскости симметрии, это влияние проявляется в меньшей степени.

Для оценки точности приведены результаты расчета на разностной сетке $M \times N = 23 \times 17$ (точки 1), а также расчет осесимметричной струи методом [5] (точки 2).

Пунктиром на фиг. 2 проведена линия постоянного числа Маха для аналогичного сопла с $M_a = 4,5$. Видно, что отличие от осесимметричных струй (точки 3) падает с увеличением числа Маха на срезе сопла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Погорелов В. И., Щербанина Г. Б. Особенности истечения сверхзвуковой струи из сопла с косым срезом. – Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 4, с. 105.
2. Погорелов В. И., Щербанина Г. Б. Экспериментальное исследование недорасширенной струи, вытекающей из сопла с косым срезом. – Инж.-физ. ж., 1974, т. 27, № 5, с. 921.
3. Иванов М. Я., Киреев В. И. К расчету сильно недорасширенных сверхзвуковых затопленных струй. – Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1976, т. 16, № 3, с. 750.
4. Рихтмайер Р., Морган К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972. 418 с.
5. Дьяконов Ю. Н., Усков В. И. Расчет сверхзвуковых струй идеального газа методом сеток. – В кн.: Аэродинамика больших скоростей. М., 1970, с. 73.

Москва

Поступила в редакцию
18.VIII.1980