

УДК 532.525.2:533.6.011.5+541.124

ЛАМИНАРНОЕ СМЕШЕНИЕ ПЛОСКИХ НЕРАСЧЕТНЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩИХ СТРУЙ

БУНГОВА Т. А., ЛАВРОВ А. В., ХАРЧЕНКО С. С.

Исследуется влияние поперечного градиента давления на смешение реагирующих струй фтора и водорода. Реальная картина моделируется системой упрощенных уравнений Навье – Стокса. Проведено сравнение с расчетами на основе полных уравнений Навье – Стокса и уравнений пограничного слоя. Анализируются особенности скачков уплотнения в условиях сильного тепловыделения в слое смешения и их влияние на коэффициент усиления.

Расчетно-теоретическое исследование истечения реагирующих струй при наличии поперечного градиента давления необходимо при анализе физико-химических процессов в реактивных двигателях [1–3] при расчете параметров непрерывных химических лазеров (НХЛ) [4–6]. В последнем случае учет поперечного градиента давления важен в связи с тем, что максимальные характеристики лазера достигаются, когда давление в струе окислителя отлично от давления в струе горючего [4]. Кроме того, как отмечается в [5], из-за сложности соответствующих экспериментов равенство давлений в соседних соплах никогда практически не достигается.

Число работ, посвященных численному моделированию реагирующих нерасчетных струй, невелико [7, 8]. В то же время известно значительное число работ, посвященных исследованию истечения не реагирующих струй в затопленное пространство или в слутный поток как на основе решения системы уравнений Навье – Стокса [9, 10], так и с использованием упрощенной системы уравнений Навье – Стокса [10–13]. В последнем случае, как известно, при условии, что течение во всей рассматриваемой области является сверхзвуковым, система уравнений является эволюционной по продольной координате и допускает послышное решение. Сравнение результатов расчетов с использованием полной и упрощенной систем уравнений Навье – Стокса [10] свидетельствует о том, что для сверхзвуковых течений обе методики дают близкие результаты.

Вследствие этого исследование нерасчетного истечения реагирующих струй в рамках упрощенной системы уравнений Навье – Стокса предпочтительнее, если в потоке отсутствуют зоны рециркуляции или их влияние несущественно, так как в этом случае расчеты проводятся быстрее и с большей точностью вследствие возможности применения более мелких сеток. Отметим также, что для численного моделирования особенностей картины течения в режимах теплового запаривания [14] необходимо использовать алгоритмы, учитывающие распространение возмущений вверх по потоку в резонаторе и соплах.

1. При численном моделировании процессов в резонаторе НХЛ предполагается, что существует бесконечная система плоских струй горючего H_2 и окислителя $F+F_2+He(N_2)$. Для описания течения в области, ограниченной плоскостями симметрии двух соседних струй, используются уравнения неразрывности, движения в проекции на оси x и y , энергии, диффузии и состояния [12, 15]:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u h) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v h) = u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial y} \right) +$$

$$+ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\mu}{Pr} \sum_{i=1}^N h_i (Le_i - 1) \frac{\partial c_i}{\partial y} \right] \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u c_i) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v c_i) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{Le_i}{Pr} \frac{\partial c_i}{\partial y} \right) + w_i \quad (1.5)$$

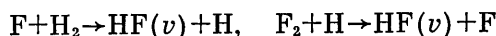
$$p = \rho \frac{R}{m} T \quad (1.6)$$

$$D_i = (1 - \beta_i) \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{\beta_j}{D_{ij}} \right)^{-1} \quad (1.7)$$

Здесь u и v — проекции вектора скорости на оси x и y соответственно, ρ — плотность смеси, p — давление, μ — коэффициент динамической вязкости, c_i — массовая концентрация i -го компонента, h — энтальпия смеси, Pr , Le_i — число Прандтля и эффективные числа Льюиса соответственно, h_i — удельная энтальпия i -го компонента, R — универсальная газовая постоянная, m — молекулярный вес смеси, N — число химических компонентов смеси, D_i — эффективный коэффициент диффузии i -го компонента, β_i — относительная объемная концентрация, D_{ij} — бинарный коэффициент диффузии. Для вычисления вязкости и теплопроводности смеси используются формулы Уилки и Мэйсона — Саксена [16, 17].

Расчеты течения в пограничном слое, проведенные [18] с использованием как (1.7), так и соотношений Стефана — Максвелла, дали близкие результаты. Кроме того, соотношение (1.7) использовалось в [6].

Совокупность учитываемых химических реакций, процессов колебательно-колебательного обмена и колебательно-поступательной релаксации молекулы HF и соответствующие константы скоростей заимствованы из [14, 19, 20]. Были учтены реакции накачки



где v — номер колебательного уровня молекулы HF, $v=1, 2, \dots, 7$, рекомбинация атомарного фтора и водорода, колебательно-колебательный обмен между молекулами HF в различных колебательных состояниях и колебательно-поступательная дезактивация HF на различных компонентах смеси.

Начальные и краевые условия для системы уравнений (1.1)–(1.7) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} x=0, \quad 0 \leq y < y_1, \quad f=f_{10}, \quad v=0 \\ x=0, \quad y_1 < y \leq y_E, \quad f=f_{E0}, \quad v=0 \\ x=0, \quad y=y_1, \quad f=0,5(f_{10}+f_{E0}), \quad v=0 \\ x>0, \quad y=0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \quad v=0 \\ x>0, \quad y=y_E, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \quad v=0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

здесь f — любая из функций u , p , h , c_i ; индекс I относится к струе окислителя, индекс E — к струе горючего, индекс 0 обозначает начальное сечение.

Для аппроксимации (1.1)–(1.6) использовалась неявная двухслойная шеститочечная конечно-разностная схема второго порядка точности по поперечной координате, аналогичная [21, 22]. Порядок точности по продольной координате определяется параметром s (см. [21]), равен двум при $s=0,5$ и единице при $s=1,0$.

Граничные условия (1.8) аппроксимируются со вторым порядком точности. Получившаяся система линейных алгебраических уравнений решается методом

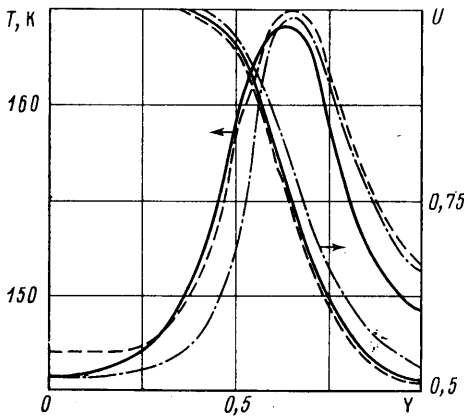
прогонки с итерациями. Давление определяется из уравнения состояния. Расчеты проводились на сетке с 41 узлом поперек области интегрирования, $\Delta x = -2\Delta y$, и на каждом расчетном шаге осуществлялись итерации до тех пор, пока не будет выполнено условие $|(f_k^{q+1} - f_k^q)/f_k^q| \leq 2 \cdot 10^{-4}$, где q — номер итерации.

2. Для варианта с равными давлениями в струях топлива и окислителя было проведено сравнение результатов расчетов без учета химических реакций, полученных с помощью данной методики, системы уравнений пограничного слоя (узкого канала) [15] и полной системы уравнений Навье — Стокса [6]. Исследование

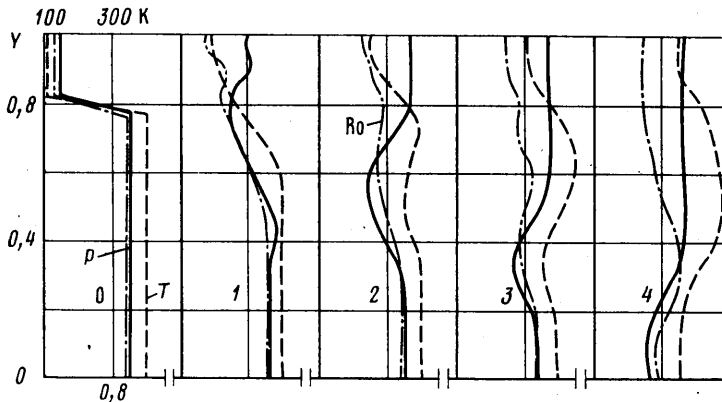
проведено для струй с параметрами:

$y_I = 2,76$ мм; $u_{I0} = 2000$ м/с; $c_{I0}(F) = 0,1$; $c_{I0}(F_2) = 0,3$; $c_{I0}(He) = 0,6$; $p_{I0} = 500$ Па; $y_E = 5$ мм; $u_{E0} = 1000$ м/с; $T_{E0} = T_{I0} = 150$ К; $c_{E0}(H_2) = 0,25$; $c_{E0}(He) = 0,75$.

Результаты сравнения представлены на фиг. 1 (сплошная кривая — расчет по методике данной работы, штриховая — [15], штрихпунктирная — [6], $x = 50$ мм, $Y = y/y_E$). Как видно из фигуры, распределения тем-



Фиг. 1



Фиг. 2

пературы и скорости хорошо согласуются с данными, полученными в соответствии с методикой, развитой в [15]. Некоторые различия с результатами работы [6] можно объяснить тем, что в ней используется грубая сетка и, кроме того, не приведены данные по молекулярным по-

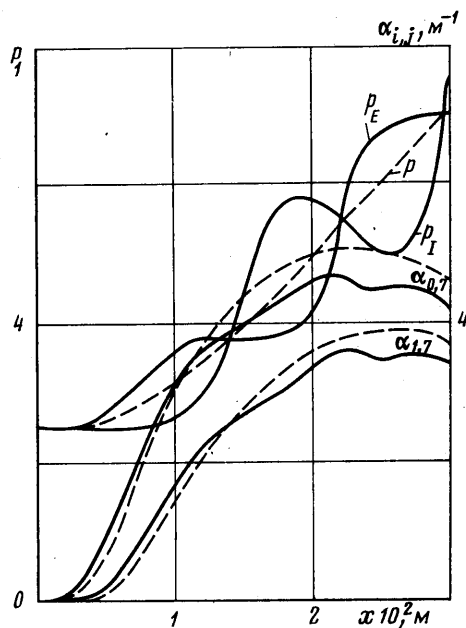
стоянным ε_i/k , σ_i и теплоемкостям c_{pi} . Сравнение с расчетами [6] при учете химических реакций не проводилось, ибо в [6] отсутствуют данные по химической кинетике.

Исследование нерасчетного смешения с $p_{E0}/p_{I0}=0,167$ проведено для струй с параметрами: $y_I=2$ мм; $u_{I0}=1800$ м/с; $c_{I0}(F)=0,4$; $c_{I0}(N_2)=0,9$; $p_{I0}=310$ Па; $y_E=2,5$ мм; $u_{E0}=2100$ м/с; $T_{E0}=100$ К; $c_{E0}(H_2)=1$.

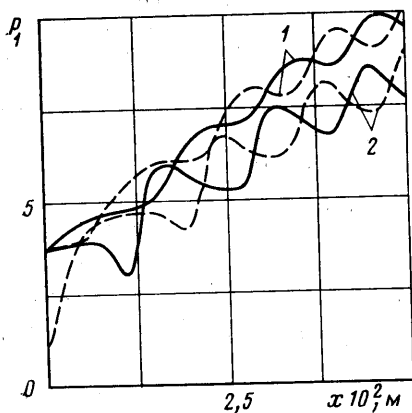
Представленные на фиг. 2 ($X=x/y_E$; $P=p_E/p_{I0}$; $Ro=\rho_E/\rho_{I0}$; $0-X=0$, $1-X=1$, $2-X=2$, $3-X=3$, $4-X=4$) эпюры давлений, температур и плотностей свидетельствуют о том, что скачки уплотнения проявляются как области больших поперечных градиентов давления и температуры. Для данного случая число Рейнольдса, рассчитанное по значениям параметров в начальном сечении струи, составляет $Re=1290$, поэтому полученное «размазывание» ударной волны (фиг. 2) обусловлено в основном численными эффектами и в меньшей степени молекулярной вязкостью (см. также [24]).

Расчет смешения химически реагирующих газов проводился для струй с параметрами: $p_{I0}=p_{E0}=777$ Па; $u_{E0}=2500$ м/с; $T_{E0}=100$ К; $c_{E0}(H_2)=1$; $u_{I0}=2820$ м/с; $T_{I0}=158$ К; $c_{I0}(F)=0,402$; $c_{I0}(F_2)=0,085$; $c_{I0}(He)=0,513$. Исходные данные для струи F+He получены для случая, когда степень разбавления в камере газогенератора $\beta=10$ (см. [23]), $P_0=0,2$ МПа, $T_0=1400$ К, степень раскрытия сопла составляет $A/A_* = 10$.

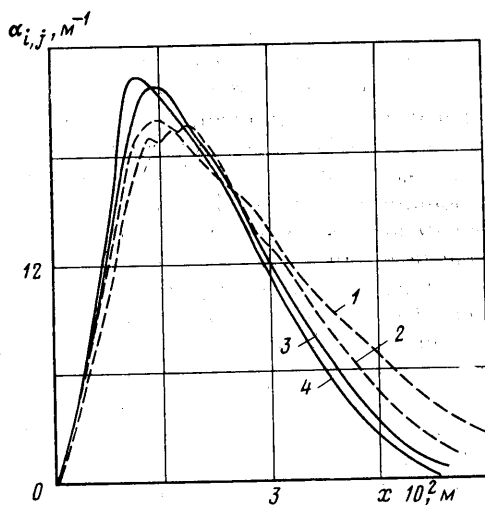
Как видно из фиг. 3 (сплошная линия — упрощенные уравнения



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

Навье — Стокса, штриховая — уравнения пограничного слоя [15], $P_1 = p/\rho_{10}u_{10}^2$, даже в расчетном режиме истечения струй вследствие значительного тепловыделения в слое смешения из-за химических реакций возникают слабые косые скачки уплотнения, которые отражаются от осей симметрии струй. Об этом свидетельствуют колебания давления на осях, амплитуда которых $(p_E - p_I)/p_I$ достигает 25%. Расчет, проведенный с замороженными химическими реакциями, показал, что в этом случае колебания давления на осях струй не превышают 2–3%.

Полученные результаты полностью согласуются с экспериментальными данными по смешению реагирующих струй [14]. Вниз по потоку наблюдается уменьшение периода ромбовидной структуры косых скачков (фиг. 3), что связано с повышением температуры газа и соответствующим понижением числа Маха. Кроме того, видно, что распределение p_E и p_I симметрично относительно p . Однако учет поперечного градиента давления приводит к некоторому различию в значениях среднего коэффициента усиления α_{ij} , полученных с помощью упрощенных уравнений Навье — Стокса и с использованием методики работы [15]. Аналогичные эффекты наблюдаются и при более высокой температуре в газогенераторе $T_0 = 2000$ К, и больших степенях разбавления $\beta = 20$. Таким образом, уравнения пограничного слоя не обеспечивают численного моделирования существенных особенностей перемешивания интенсивно реагирующих сверхзвуковых потоков газа.

На фиг. 4 представлены распределения p_E (сплошная линия), p_I (пунктир) для струй с теми же параметрами, что и для варианта, представленного на фиг. 2, но $p_{E0} = p_{I0} = 1$ (кривые 1), $p_{E0}/p_{I0} = 1/3$ (кривые 2). Особенность нерасчетного режима заключается в том, что амплитуда колебаний давления довольно быстро уменьшается от начального значения 1 до 0,15–0,20, в то время как для варианта с равными давлениями амплитуда развивающихся колебаний давления составляет 0,10–0,15. Таким образом, скачки уплотнения, обусловленные начальной разностью давлений, сравнительно быстро затухают и амплитуда колебаний определяется в основном тепловыделением в слое смешения, что соответствует экспериментальным наблюдениям [14].

При использовании в качестве разбавителя азота наряду с представленными результатами проводились расчеты для вариантов с $p_{E0}/p_{I0} = 1/6, 3/2$. Распределение среднего по сечению коэффициента усиления для значений вращательного квантового числа j , соответствующего максимальному коэффициенту усиления, при различных давлениях $p_{E0} = 50, 103, 310, 465$ Па (кривые 1–4 соответственно) приведено на фиг. 5. Наблюдаемые в расчете области слабого волнообразного изменения коэффициента усиления связаны с прохождением ударной волны через слой смешения. Аналогичный эффект наблюдался при численном исследовании НХЛ, представленном в работе [7]. Приведенные выше начальные данные для расчетов соответствуют режимным параметрам эксперимента [4], полученная в расчете длина области положительного усиления примерно соответствует найденному в эксперименте оптимальному положению зеркал резонатора. Как видно из фиг. 5, повышение p_{E0} приводит к росту коэффициента усиления и уменьшению зоны положительного усиления. Однако оптимальное значение p_{E0} может быть найдено только после расчета энергетических характеристик лазера.

Таким образом, полученные в работе результаты свидетельствуют о том, что использование упрощенной системы уравнений Навье — Стокса позволяет рассчитывать динамику ударных волн при нерасчетном смешении плоских струй и исследовать образование и развитие слабых косых скачков уплотнения при смешении расчетных химически реагирующих струй газов.

Авторы выражают благодарность Г. Н. Волчковой, Ю. П. Головачеву, В. А. Поспелову, М. Х. Стрельцу, М. Л. Шуру за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Jensen D. E., Wilson A. S.* Prediction of rocket exhaust flame properties.— *Combustion and Flame*, 1975, v. 25, № 1, p. 43—55.
2. *Дубов Н. А.* К расчету двумерного смещения и горения двух спутных струй в канале заданной формы при конечных скоростях химических реакций.— *Тр. ЦАГИ*, 1971, вып. 1306, 28 с.
3. *Drummond J. P.* Numerical investigation of the perpendicular injector flow field in hydrogen fueled scramjet.— *AIAA Pap*, 1979, № 1482, 12 p.
4. *Spencer D. J., Mirels H., Jacobs T. A.* Comparison of HF and DF continuous chemical lasers: I. Power.— *Appl. Phys. Lett.*, 1970, v. 16, № 1, p. 384—385.
5. *Hendricks W. L., Kurzins S. C., Mikatarian R. R.* Comparison between LAMP theoretical predictions and experimental spectroscopic and chemical laser performance.— *AIAA Pap.*, 1977, № 656, 7 p.
6. *Koithari A. P., Anderson J. D., Jones E.* Navier—Stokes solutions for chemical laser flows.— *AIAA Journal*, 1977, v. 15, № 1, p. 92—100.
7. *Ramshaw J. D., Mjolsness R. C., Farmer O. A.* Numerical method for two-dimensional steady-state chemical laser calculations.— *J. Quantitative spectroscopy and Radiative Transfer*, 1977, v. 17, № 2, с. 149—164.
8. *Головичев В. И., Яник А. А.* Численное моделирование газодинамических и кинетических процессов в быстроточных лазерных системах диффузионного типа.— В кн.: Исследование рабочего процесса газодинамических и химических лазеров. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. мех., 1979, с. 84—145.
9. *Ковалев Б. Д., Мышенков В. И.* Расчет вязкой сверхзвуковой струи, истекающей в затопленное пространство.— *Уч. зап. ЦАГИ*, 1978, т. 9, № 2, с. 9—18.
10. *Ковалев Б. Д., Мышенков В. И.* Расчет вязкой сверхзвуковой струи, истекающей в спутный поток.— *Уч. зап. ЦАГИ*, 1978, т. 9, № 3, с. 125—130.
11. *Бондарев Е. Н., Горина А. Н.* Решение задачи о сверхзвуковой ламинарной нерасчетной струе в спутном потоке разностным методом.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1968, № 4, с. 114—118.
12. *Бондарев Е. Н., Лисичко И. Д.* Распространение недорасширенной гурбулентной струи в спутном сверхзвуковом потоке.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1974, № 4, с. 36—41.
13. *Иванов М. Я., Крайко А. Н.* К численному решению задачи о нерасчетном истечении сверхзвуковой струи вязкого газа в спутный сверхзвуковой поток.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, 1975, т. 6, № 2, с. 32—51.
14. *Handbook of chemical lasers* / Ed. Bott J. F., Gross R. W. N. Y.: Wiley, 1976, 744 p.
15. *Лавров А. В., Поспелов В. А.* Смещение плоских ламинарных струй релаксирующего газа с учетом излучения.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1978, № 3, с. 137—142.
16. *Wilke C. R.* Diffusional properties of multicomponent gases.— *Chem. Engng. Progr.*, 1950, v. 46, № 2, p. 95—104.
17. *Голубев И. Ф.* Вязкость газов и газовых смесей. М.: Физматгиз, 1959. 375 с.
18. *Булатская Т. Ф.* Ламинарный пограничный слой в многокомпонентной смеси газов на боковой поверхности тела.— В кн.: Вычислительные методы и программирование. М.: Изд-во МГУ, 1965, с. 115—129.
19. *Гузев И. П., Кормер С. Б., Львов Л. В., Пунин В. Т., Силицын М. В., Станкевич Э. А., Урлин В. Д.* Измерение константы рекомбинации атомарного фтора.— *Квантовая электроника*, 1976, т. 3, № 9, с. 2043—2047.
20. *Bott J. F., Heidner R. F.* The vibrational deactivation of HF ($v=3$) and HF ($v=2$) by H atoms.— *J. Chem. Phys.*, 1977, v. 66, № 7, p. 28—78.
21. *Пасконов В. М.* Стандартная программа для решения задач пограничного слоя.— В кн.: Численные методы газовой динамики. М.: Изд-во МГУ, 1963, с. 110—116.
22. *Шенников В. В.* Расчет ламинарного пограничного слоя вдоль образующей сублимирующего тела вращения.— *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1965, т. 5, № 1, с. 139—144.
23. *Крутова В. Г., Ораевский А. Н., Степанов А. А., Щеглов В. А.* Численный анализ химического лазера непрерывного действия диффузионного типа при произвольной степени диссоциации молекулярного фтора.— *Квантовая электроника*, 1976, т. 3, № 9, с. 1919—1931.
24. *Кузнецова Л. В., Павлов Б. М.* О расчетах течений вязкого газа в струях и соплах.— В кн.: Тр. 4-го Всесоюз. семинара по численным методам механики вязкой жидкости, Рига, 1972. Новосибирск, 1973, с. 17—25.