

УДК 532.595.2

ЛАМИНАРНОЕ ПУЛЬСИРУЮЩЕЕ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КАПИЛЛЯРАХ

АСТРАХАН И. М., ГАДИЕВ С. М., КОВАЛЬСКИЙ А. Е.,
РОЗЕНБЕРГ Г. Д.

Проведена экспериментальная проверка возможности применения гипотезы квазистационарности при ламинарном пульсирующем течении вязкой жидкости в капиллярах. Показано, что при заданных параметрах использование гипотезы квазистационарности приводит к удовлетворительному совпадению теории и опыта.

Задача о неустановившемся ламинарном движении вязкой жидкости в трубах обычно сводится к интегрированию системы уравнений [1]

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + 2aw \right), \quad -\frac{\partial p}{\partial t} = \rho c^2 \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1)$$

Здесь $p(x, t)$, $w(x, t)$ — возмущения давления и скорости; ρ — плотность; c — приведенная скорость звука; ν — коэффициент кинематической вязкости; d — диаметр трубы, $a = 16\nu/d^2$.

При выводе уравнений (1) используется гипотеза квазистационарности, т. е. предполагается, что коэффициент гидравлического сопротивления при неустановившемся ламинарном движении вязкой жидкости в трубе имеет такое же значение, как и при установившемся ламинарном движении.

Целью настоящей работы является проверка гипотезы квазистационарности в случае периодических колебаний давления при течении жидкости в трубах малого диаметра — капиллярах. Для исследования пульсирующего ламинарного течения вязкой жидкости в капиллярах была смонтирована специальная установка. Эта установка, схема которой представлена на фигуре, состояла из винтового насоса 1, подводящего трубопровода, прямолинейного измерительного участка, вибратора золотниковой типа 2 с независимым приводом, создающего колебания давления, отводной линии, приемной емкости 3 и расходомера 4. Измерительный участок имел длину 400 мм и диаметр 2,3 или 4 мм. По его длине были установлены три датчика (D_1 , D_2 , D_3) типа ТДД, расстояние между датчиками равнялось 200 м. Показания датчиков регистрировались с помощью светолучевого осциллографа, тарировка датчиков производилась с помощью винтового пресса.

В процессе эксперимента фиксировались показания датчиков D_1 , D_2 , D_3 , частота колебаний давления, создаваемых вибратором, средний расход, температура рабочей жидкости. В качестве рабочей жидкости использовался водный раствор глицерина. Вязкость этого раствора в зависимости от температуры определялась с помощью вискозиметра Оствальда — Пинкевича. Максимальное значение числа Рейнольдса, рассчитанное по среднему расходу, не превышало 20, следовательно, течение жидкости в исследуемых режимах было ламинарным.

В качестве граничных условий для уравнений (1) могут быть использованы значения колебаний давления по концам трубы, т. е. колебания давления, фиксированные датчиками D_1 и D_3 . Таким образом, граничные условия могут быть записаны в виде

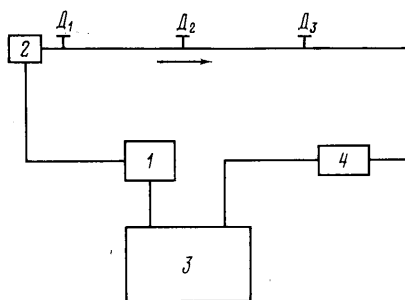
$$x=0, p(0, t) = \varphi(t); \quad x=l, p(l, t) = \psi(t) \quad (2)$$

Здесь $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ — известные периодические функции времени, l — длина трубы.

Зная решение уравнений (1) при граничных условиях (2), можно вычислить величину $p(x, t)$ в сечении, где установлен датчик D_2 , т. е. при $x=l/2$. Анализ проведенного эксперимента заключается в сопоставлении полученных расчетных значений давлений с экспериментальными, зарегистрированными датчиком D_2 .

Представим граничные условия (2) в виде

$$p(0, t) = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t)$$



с помощью винтового пресса.

(3)

$$p(l, t) = \sum_{k=1}^{\infty} (\alpha_k \cos k\omega t + \beta_k \sin k\omega t)$$

Используя решение задачи (1), (3) [2] для давления при $x=l/2$, получаем

$$p\left(\frac{l}{2}, t\right) = \sum_{k=1}^{\infty} (\gamma_k \cos \omega kt + \delta_k \sin \omega kt), \quad A_k = (\gamma_k^2 + \delta_k^2)^{1/2} \quad (4)$$

$$\gamma_k = \frac{1}{2} \Lambda^{-1} \left[(a_k + \alpha_k) \operatorname{ch} \frac{\mu_k l}{2} \cos \frac{\nu_k l}{2} - (b_k + \beta_k) \operatorname{sh} \frac{\mu_k l}{2} \sin \frac{\nu_k l}{2} \right]$$

$$\delta_k = \frac{1}{2} \Lambda^{-1} \left[(a_k + \alpha_k) \operatorname{sh} \frac{\mu_k l}{2} \sin \frac{\nu_k l}{2} - (b_k + \beta_k) \operatorname{ch} \frac{\mu_k l}{2} \cos \frac{\nu_k l}{2} \right]$$

$$\mu_k = a(c\xi_k)^{-1}, \quad \nu_k = k\omega c^{-1}\xi_k, \quad \xi_k = 2^{-1/2} [1 + (1 + 4a^2 k^{-2} \omega^{-2})^{1/2}]^{1/2}$$

$$\Lambda = \operatorname{sh}^2 \frac{\mu_k l}{2} + \cos^2 \frac{\nu_k l}{2}$$

Полученные в результате расшифровки осциллограмм функции $p(0, t) = \varphi(t)$ $p(l, t) = \psi(t)$ раскладывают методом приближенного гармонического анализа в ряды Фурье вида (3), определяют коэффициенты $a_k, b_k, \alpha_k, \beta_k$ и далее по формулам (4) находят γ_k, δ_k и теоретические значения амплитуды колебания давления A_k .

В ходе эксперимента датчик Д₂ дает функцию $p_*(l/2, t)$, которую можно также методом приближенного гармонического анализа разложить в ряд Фурье вида

$$p_*(l/2, t) = \sum_{k=1}^{\infty} (\gamma_{k*} \cos k\omega t + \delta_{k*} \sin k\omega t)$$

вычислить коэффициенты γ_{k*}, δ_{k*} и найти $A_{k*} = \sqrt{\gamma_{k*}^2 + \delta_{k*}^2}$. В случае справедливости гипотезы квазистационарности должны выполняться равенства

$$p(l/2, t) \cong p_*(l/2, t), \quad A_k \cong A_{k*} \quad (5)$$

Если условие (5) не выполняется, то гипотеза квазистационарности несправедлива.

k	$n, \text{ об/м} = 60$	120	300
1	0,938	1,21	0,942
2	0,971	0,944	0,984
3	0,897	1,09	0,945
4	1,51	1,03	0,517
5	1,13	0,77	0,645

В таблице представлены значения A_{k*}/A_k для первых пяти гармоник при различных частотах колебания давления n . Расчеты проводились при $d=4$ мм, $c=1,45 \cdot 10^3$ м/с, $a=100$ с⁻¹; k — порядковый номер гармоники.

Полученные результаты показывают, что при заданных параметрах гипотеза квазистационарности приводит к удовлетворительному совпадению теории и эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чарный И. А. Неуставившееся движение реальной жидкости в трубах. М.: Недра, 1975. 296 с.
2. Розенберг Г. Д., Буяновский И. Н. Уравнения неуставившегося движения вязкой слабосжимаемой жидкости по трубам при учете влияния нестационарности на силу трения. — В кн.: Чарный И. А. Неуставившееся движение реальной жидкости в трубах. М.: Недра, 1975, с. 247–290.

Москва

Поступила в редакцию
15.IX.1980