

УДК 533.6.011

К ВОПРОСУ О СЖАТИИ СФЕРИЧЕСКИХ МИШЕНЕЙ

СВАЛОВ А. М.

На основе теории автомодельных решений исследуются режимы сжатия сферических мишеней, приводящие на конечной стадии к бесконечно большим значениям

интеграла $\langle \rho R \rangle = \int_0^R \rho dr$ и плотности в центре мишени при условии конечной массы сжимаемого вещества и энергии, затраченной на сжатие.

Принимается модель идеальной сжимаемой жидкости с уравнением состояния $p = (\gamma - 1)\rho E$. Необходимо отметить, что принятая модель лишь приближенно описывает реально происходящее движение вещества на конечной стадии сжатия, когда существенными становятся эффекты вырождения, теплопроводности, излучения и др., но в течение значительной доли времени сжатия определяющими являются гидродинамические процессы. К настоящему времени изучены различные схемы сжатия вещества и многие из них основаны на использовании автомодельных решений, подробный анализ которых проведен в [1]. В их числе режим сжатия, предполагающий начальную однородность мишени [2, 3]; к классу автомодельных принадлежат также решения, описывающие сжатие вещества в точку [4]. Следует отметить, что в работе [5] было впервые приведено, а позднее и полностью проанализировано решение с однородной деформацией, которое применяется в задачах о сжатии вещества [6, 7]. В предлагаемой работе ставится задача отыскания таких режимов сжатия, которые обладают указанными выше свойствами. Как будет показано ниже, такие режимы существуют и описываются в главном члене автомодельными решениями.

Чтобы найти эти решения, предположим, что конечное состояние, отвечающее максимальному сжатию, достигнуто. Покажем, что состояния, при которых вещество собрано в одну точку, требуют затрат бесконечной энергии, т. е. такие состояния не удовлетворяют поставленным условиям. Это утверждение доказывается элементарно. Пусть сжимается слой газа массы M :

$$\int_{\xi_1}^{\xi_2} \rho d\xi \sim M, \quad d\xi = r^2 dr$$

Здесь ξ_1 , ξ_2 соответствуют внутреннему и внешнему радиусам слоя. Оценим величину внутренней энергии U :

$$U \geq c \int_{\xi_1}^{\xi_2} \rho^{\gamma} d\xi$$

(знак $>$ справедлив при неизэнтропическом процессе).

Воспользуемся интегральным неравенством Гельдера:

$$\int_{\xi_1}^{\xi_2} |fg| d\xi \leq \left(\int_{\xi_1}^{\xi_2} |f|^e d\xi \right)^{1/e} \left(\int_{\xi_1}^{\xi_2} |g|^q d\xi \right)^{1/q}, \quad \frac{1}{e} + \frac{1}{q} = 1, \quad e, q > 1$$

Полагая $f = \rho$, $g = 1$, $e = \gamma$, получим

$$\int_{\xi_1}^{\xi_2} \rho d\xi \leq \left(\int_{\xi_1}^{\xi_2} \rho^\gamma d\xi \right)^{1/\gamma} (\xi_2 - \xi_1)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

откуда

$$U \geq c \int_{\xi_1}^{\xi_2} \rho^\gamma d\xi \geq c \left(\int_{\xi_1}^{\xi_2} \rho d\xi \right)^\gamma / (\xi_2 - \xi_1)^{\gamma-1} \sim \frac{M}{(r_2^3 - r_1^3)^{\gamma-1}} \xrightarrow{\Delta r \rightarrow 0} \infty$$

т. е. любой слой мишени при сжатии до бесконечно тонкого слоя требует бесконечных затрат энергии.

Таким образом, будем рассматривать только такие конечные состояния газа, при которых скорость газа u , плотность ρ и давление p есть некоторые функции r , имеющие особенности, может быть, только при $r=0$. Положим, что главные члены асимптотического разложения этих функций в окрестности начала координат есть степенные функции

$$u = a_1/r^{\alpha_1}, \quad \rho = a_2/r^{\alpha_2}, \quad p = a_3/r^{\alpha_3} \quad (1)$$

Здесь a_i , α_i — произвольные константы, имеющие соответствующую размерность.

Для описания движения вещества используются обычные уравнения сжимаемой жидкости

$$\rho_t + u\rho_r + \rho \left(u_r + 2\frac{u}{r} \right) = 0, \quad u_t + uu_r + \frac{1}{\rho} p_r = 0 \quad (2)$$

$$p_t + up_r + \gamma p \left(u_r + 2\frac{u}{r} \right) = 0$$

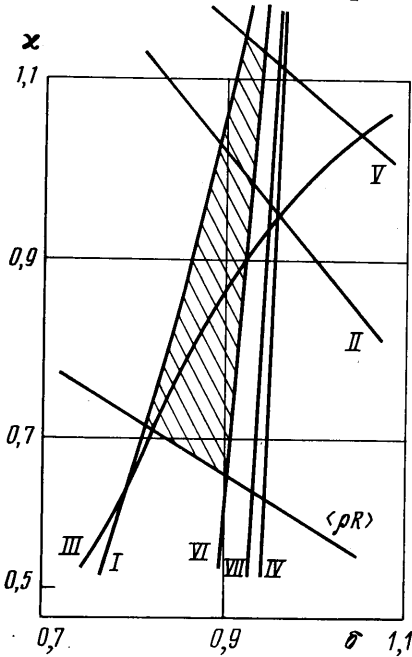
Из второго уравнения системы (2) следует, что в главном члене решение определяется параметрами, имеющими большую степень при r в выражениях u^2 , p/ρ . Если $2\alpha_1 > \alpha_3 - \alpha_2$, то определяющими являются $u = a_1/r^{\alpha_1}$, $\rho = a_2/r^{\alpha_2}$ и можно положить $p = 0$. Если знак неравенства обратный, то главный член решения определяют $\rho = a_2/r^{\alpha_2}$, $p = a_3/r^{\alpha_3}$ и можно считать $u = 0$. В обоих случаях, если интересоваться решением в малой окрестности начала координат, в постановку задачи входят два определяющих параметра, т. е. решение автомодельно. В случае $2\alpha_1 = \alpha_3 - \alpha_2$ определяющих параметров три, но вторая безразмерная переменная совпадает при этом с первой, т. е. автомодельность сохраняется. Уточним, что представляют интерес решения, которым при замене u на $-u$ и t на $-t$ соответствуют допустимые процессы сжатия, т. е. при наличии разрывов в решении допускаются только скачки разрежения, которым при указанной замене соответствуют ударные волны.

Пользуясь методикой [1], представим искомые функции в виде

$$u = \frac{r}{t} V(\lambda), \quad \rho = \frac{a}{r^{k+3}t^s} R(\lambda), \quad p = \frac{a}{r^{k+1}t^{s+2}} P(\lambda), \quad \lambda = \frac{r}{bt^s} \quad (3)$$

После подстановки (3) в (2) получается система обыкновенных диф-

ференциальных уравнений, которая из-за громоздкого вида здесь не приводится (см. [1]), укажем лишь, что основным в ней является уравнение, связывающее z и V , где $z = \gamma P/R$. После нахождения функции $z(V)$ остальные неизвестные переменные находятся с помощью квадратур. Отметим также, что из всех произвольных констант, входящих в представление (3), в основное уравнение будут входить две: δ и $\kappa = [s+2+\delta(k+1)]/\gamma$. Различные сочетания этих двух констант и определяют все возможные автомодельные решения. Определим, какие значения κ и δ позволяют получить



в момент сжатия бесконечные значения $\langle \rho R \rangle$. Для этого отметим, что конечному состоянию отвечает единственная особая точка $O(V_0=0, z_0=0)$ в плоскости (z, V) , которая является узлом при всех значениях δ и κ . Остальные особые точки соответствуют конечному состоянию с бесконечной энергией. Асимптотика в окрестности точки O следующая:

$$V = \frac{\kappa}{\delta} z + c_1 \sqrt{z}, \quad V = c_2 \lambda^{-1/\delta}, \quad R = c_3 \lambda^{-s/\delta}$$

В физических переменных такая асимптотика приводит к следующему точному распределению параметров в момент времени $t=0$:

$$u = \frac{a_1}{r^{1/\delta-1}}, \quad \rho = \frac{a_2}{r^{k+3+s/\delta}},$$

$$p = \frac{a_3}{r^{k+1+(s+2)/\delta}} \quad (4)$$

Исследуем, при каких показателях степеней в формулах (4) выполняются поставленные условия, а именно для любого конечного радиуса конечны масса M , полная энергия E , а интеграл, определяющий $\langle \rho R \rangle$, расходится. Элементарные вычисления показывают, что для этого необходимо, чтобы выполнялись следующие неравенства:

$$\kappa < \frac{3\delta}{\gamma} \quad (E < \infty), \quad \kappa < \frac{2+\delta}{\gamma} \quad (M < \infty), \quad \kappa \geq \frac{2-\delta}{\gamma} \quad (\langle \rho R \rangle \rightarrow \infty) \quad (5)$$

Для того чтобы интегральной кривой в плоскости (z, V) , соответствующей какой-либо точке на плоскости (κ, δ) , отвечало физически допустимое решение, необходимо, чтобы вдоль этой кривой параметр λ монотонно изменялся от 0 до ∞ , либо до значения $\lambda = \lambda_*$, где λ_* соответствует поршню или свободной границе. Такие предельные значения λ достигаются только в особых точках и поэтому необходимо, чтобы интегральная кривая, выходя из узловой точки O , приходила в другую особую точку, не пересекая при этом параболы $z = (V-\delta)^2$, на которой параметр λ имеет экстремум, или же пересекала эту параболу в особых точках, сохраняя монотонность изменения параметра λ . Такой метод исследования был развит в [8] и позднее в [9], где при $\kappa = 2(1-\delta)/(\gamma-1)$, что соответствует изэнтропическому течению, исследовалось течение газа с внутренней свободной границей и при $\kappa = 2(1-\delta)/\gamma$ — задача о схлопывании ударной волны.

Среди особых точек в плоскости (z, V) только точка $B(V_0=2/(3\gamma-1),$

$z_0 = 6(1-\gamma) [2 - (3\gamma-1)\delta] / (3\gamma-1)^2 [6 - (3\gamma-1)\kappa]$ при условии $\delta > (\kappa-2) / (2\kappa-3)$ (гипербола I на фигуре) лежит ниже параболы $z = (V-\delta)^2$. В этом случае точка B является седлом с асимптотикой, определяемой уравнением

$$\frac{d\eta}{du} = \frac{u[4\delta^2 - 4\delta + 7/\gamma - (\delta-0,5)/(3-2\kappa)] + \eta(1-2\kappa/3)}{u(3\delta-\kappa) + \eta(3-2\kappa)^2}$$

$$\frac{d \ln \lambda}{d \ln u} = \frac{(2\delta-1)[(3\delta-2)-\kappa(2\delta-1)]}{3\delta-\kappa+(3-2\kappa)^2\eta'}, \quad \eta = z - z_0, \quad u = V - V_0$$

$$R \sim \lambda^{(2s+h)/(1-2\delta)}, \quad \rho \sim r^{m t^n}$$

$$m = \frac{2\gamma\kappa + 4\delta - 7}{1-2\delta}, \quad n = \frac{2+\delta-\gamma\kappa}{1-2\delta}$$

Здесь и далее, если не оговорено, $\gamma = 5/3$.

Отсюда следует, что при $r \rightarrow 0$, $\rho \rightarrow 0$, если $\kappa < (7-4\delta)/2\gamma$ (прямая II на фигуре).

Отметим, что в случае $\delta > 1$, когда, согласно (4), $a^2 \sim T \rightarrow 0$ при $r \rightarrow 0$, особая точка A ($V_0=1, z_0=0$) есть узел и находится левее точки C ($V_0=\delta, z_0=0$), имея при этом следующую асимптотику решений в своей окрестности:

$$u + \frac{3-\kappa}{1-\delta} \eta = c_1 \eta^{1/2}, \quad \lambda = c_2 u^{\delta-1}, \quad R = c_3 \lambda^{(s+h)/(1-\delta)}$$

$$\rho = r^{m t^n}, \quad m = \frac{\kappa\gamma + 2\delta - 5}{1-\delta}, \quad n = \frac{2+\delta-\kappa\gamma}{1-\delta}$$

Таким образом, при $\delta > 1$ кроме интегральной кривой, идущей из O в B, возможен целый пучок кривых, соединяющих узлы O и A. При $\kappa < (5-2\delta)/\gamma$ значения плотности и давления в центре нулевые и давление, а соответственно и температура в центре остаются нулевыми и в момент максимального сжатия, когда плотность достигает бесконечно высоких значений. Более интересен случай, когда и температура в центре неограниченно возрастает, т. е. когда выполняется неравенство $\delta < 1$. При этом точка A перемещается вправо от C и переход из O в A становится невозможным, так как прямая $V = \delta$ есть изоклина ∞ , а бесконечно удаленная особая точка ($V_0 = \delta, z_0 = \infty$) — седло при $\kappa > 2(1-\delta)/(\gamma-1)$. Особая точка ($V_0 = \kappa/3, z_0 = \infty$) — также седло при $\kappa < 6/(3\gamma-1)$ и узел при обратном неравенстве. Во втором случае попасть в нее из O нельзя, так как при этом $\lambda \rightarrow \infty$. В первом случае из этой бесконечно удаленной точки выходит одна интегральная кривая, которая может быть доведена до точки O, но при этом $\rho \rightarrow \infty$, если $r \rightarrow 0$, поэтому единственной возможностью остается попасть в точку C ($V_0 = \delta, z_0 = 0$), которая соответствует внутренней границе с вакуумом, т. е. осуществляется режим схлопывающейся полости. В точку B, когда та находится внутри параболы $z = (V-\delta)^2$, попасть нельзя, так как при этом $\lambda \rightarrow \infty$.

Условием существования особых точек D и E на параболе $z = (V-\delta)^2$ является следующее (кривая III на фигуре) неравенство: $\kappa \leq \leq 1 + \delta - 2\sqrt{2\delta(1-\delta)}$. При этом координаты V_{01} (т. D) и V_{02} (т. E) определяются уравнением $2V^2 - (\kappa-1+3\delta)V + \kappa\delta = 0$.

Прямые $\kappa = 2(1-\delta)/(\gamma-1)$ и $\kappa = 2(1-\delta)/\gamma$ при $\gamma = 5/3$ одновременно условиям (5) и вышеуказанным не удовлетворяют, т. е. исследованные в работах [8, 9] решения в момент фокусировки не обеспечивают бесконечно высоких значений интеграла $\langle \rho R \rangle$ (сказанное относится к случаю $\gamma = 5/3$, так как при $\gamma < 1,309$, например, возможен режим схлопывающейся

полости, описываемый изэнтропическим решением с бесконечно высоким значением $\langle \rho R \rangle$ в момент схлопывания). Поскольку прямой $\kappa = 2(1-\delta)/(\gamma-1)$ соответствуют изэнтропические решения, то это значит, что при $\gamma = 5/3$ искомыми свойствами обладают решения со специальным распределением энтропии. Особенностью этого распределения является то, что при $r \rightarrow 0$ ($r \rightarrow r_*$ — внутреннему радиусу полости) должно выполняться условие $p/\rho^{\gamma} \rightarrow 0$.

В окрестности особых точек D и E справедлива асимптотика

$$\frac{d\eta}{du} = \frac{cu + d\eta}{au + b\eta}, \quad \eta = \frac{z - z_{oi}}{\delta^2}, \quad u = \frac{V - V_{oi}}{\delta} \quad (6)$$

$$a = 2(1-\mu)u_{oi} - \mu, \quad b = \kappa_1 - 3 - 3u_{oi}, \quad \mu = \frac{1}{\delta} - 1, \quad \kappa_1 = \frac{\kappa}{\delta}, \quad u_{oi} = \frac{V_{oi} - \delta}{\delta}$$

$$c = 2 \left\{ \left(\kappa_1^2 - \frac{8}{3} \kappa_1 \mu - \frac{10}{3} \kappa_1 + \frac{5}{3} \mu^2 + 3\mu + \frac{8}{3} \right) u_{oi} - \mu \left(\kappa_1 - \frac{5}{3} \mu - \frac{4}{3} \right) \right\}$$

$$d = \left(3\mu + 2 - \frac{5}{3} \kappa_1 \right) u_{oi} + \mu$$

Корни характеристического уравнения матрицы (6) удовлетворяют уравнению

$$l^2 - (a+d)l + ad - bc = 0$$

Тип особых точек определяется поведением свободного члена q и дискриминанта q_1 :

$$q = (\kappa_1^3 + 8\kappa_1 - 5\kappa_1^2 + 5\kappa_1\mu^2 - 4\kappa_1^2\mu + \mu^2 - 4\mu - 2\mu^3 - 4)u_{oi} - \mu\kappa_1^2 - 2\mu + 3\kappa_1\mu - 2\mu^3 + 3\kappa_1\mu^2 - \mu^2$$

$$q_1 = \left(-\frac{107}{24} \kappa_1 \mu^2 - \frac{8}{3} \kappa_1 - \frac{47}{72} \kappa_1^3 - \frac{9}{2} \kappa_1 \mu + \frac{95}{36} \kappa_1^2 + \frac{233}{72} \kappa_1^2 \mu + \frac{15}{8} \mu^3 - \frac{9}{4} \mu^2 \right) u_{oi} + \frac{15}{8} \mu^3 + \frac{47}{72} \kappa_1^2 \mu - \frac{4}{3} \kappa_1 \mu - \frac{31}{12} \kappa_1 \mu^2$$

Исследование выражений для q и q_1 показывает, что q меняет знак только на кривых I и III (фигура), причем на кривой I $q=0$ только в точке D . Дискриминант q_1 обращается в нуль на кривой IV, параметрическое задание которой имеет следующий вид:

$$\mu_{1,2} = \frac{y+2}{192(y-1)(y+8)} [452 - 112y - 97y^2 \pm \sqrt{\pm 3Vy^4 - 4936y^3 - 264y^2 - 10912y + 22672}]$$

$$y = \kappa_1 - 3\mu - 2$$

причем равенство $q_1=0$ при переходе через эту кривую справедливо лишь для точки E : левее кривой IV точка E — узел, правее — фокус.

Точки B и D взаимно меняют тип при переходе через кривую I, чему соответствует переход точки B через параболу $z = (V-\delta)^2$ в плоскости (z, V) , при этом точка B является седловидной, а D — узлом, когда точка B расположена вне параболы (ниже кривой I).

В точке C ($V_0 = \delta, z_0 = 0$) асимптотика интегральных кривых имеет вид

$$\eta = \frac{\gamma\delta(\delta-1)}{\delta+2-\kappa\gamma}, \quad u = cu^m \eta^n, \quad u = V - \delta, \quad \eta = z$$

$$m = \frac{2 - \kappa\gamma + \kappa - 2\delta}{\delta + 2 - 3\gamma\delta}, \quad n = \frac{\delta + 2 - \kappa\gamma}{\delta + 2 - 3\gamma\delta}$$

т. е. эта точка представляет собой сложный узел.

Для пучка кривых, входящих в этот узел с вертикальной касательной, выражения для λ и R имеют вид

$$\lambda = \lambda_* \exp \frac{u}{\kappa - 3\delta}, \quad R = c_1 \left(\ln \frac{\lambda}{\lambda_*} \right)^m, \quad m = \frac{\kappa(\gamma - 1) - 2(1 - \delta)}{\kappa - 3\delta}$$

т. е. точка C соответствует свободной границе и значение $\rho \sim R \rightarrow \infty$ при $\lambda \rightarrow \lambda_*$. При входе в точку C по сепаратрисе (случай $z=0$ неинтересен)

$$\eta = \gamma \frac{\delta(\delta - 1)}{\delta + 2 - \kappa\gamma} u + \dots \quad (7)$$

асимптотика изменяется

$$\lambda = \lambda_* \exp \frac{\gamma u}{\delta + 2 - 3\gamma\delta}, \quad R = c_2 \left(\ln \frac{\lambda}{\lambda_*} \right)^m, \quad m = \frac{\kappa\gamma^2 - (2\gamma - 2\gamma\delta + 2 + \delta)}{\delta + 2 - 3\gamma\delta}$$

теперь $\rho \sim R \rightarrow 0$ при $\lambda \rightarrow \lambda_*$, если выполнено условие $\kappa < (2\gamma - 2\gamma\delta + 2 + \delta)/\gamma^2$ (прямая V на фигуре). Заметим, что при $\delta > 1$ направление выхода сепаратрисы становится положительным и λ_* в этом случае соответствует внешней границе с пустотой.

Исследуем, наконец, условия, при которых сепаратриса (7) пересекает параболу $z = (V - \delta)^2$ единственный раз в одной из точек D или E , что означает возможность довести интегральную кривую до точки O и возможность существования физически допустимого решения, удовлетворяющего всем поставленным выше требованиям. Для этого рассмотрим две прямые $z/(V - \delta) = V_{0i} - \delta = u_i$, проходящие через C , D и E . Значение производной z' на этих прямых выражается формулой

$$z' = \frac{2}{3} u_i \frac{5u + 2u_i + 2(2\delta - 1)}{u - 2u_i + 2\delta - 1}$$

Неравенство $z' > u_i$ выполняется при $u < u_* = (1 - 2\delta - 10u_i)/7$, а равенство $u_* = 0$ при $\kappa = (7\delta - 6)(8\delta + 1)/5(2\delta - 1)$ (кривая VI на фигуре). При этом же условии наклон прямой $z = u_i u$ совпадает с касательной к кривой (7) в точке C . Сказанное относится к прямой $z = u_2 u$ вплоть до касания кривых VI и III, далее при возрастании δ эти результаты верны для прямой $z = u_1 u$. Нетрудно показать, что касательные направления в D и E не совпадают с направлением параболы $z = (V - \delta)^2$ вплоть до кривой III и совпадают с направлением прямой $z = u_i u$ лишь на кривой VII: $\kappa = (1 + 15\delta)(19 - 21\delta)/17(1 - 2\delta)$. Последнее справедливо для прямой $z = u_2 u$ до касания кривых VII и III, далее при возрастании δ эти результаты относятся к прямой $z = u_1 u$, идущей в D .

Таким образом, для области изменения параметров κ и δ , лежащей между кривыми III и VI, кривая (7), выходя из C с наклоном, меньшим наклона прямой $z = u_2 u$, обязательно попадает в узел E , так как все интегральные кривые пересекают эту прямую также с меньшим наклоном. В точке E сепаратриса (7) попадает в общий пучок кривых, входящих в E правее параболы $z = (V - \delta)^2$. Прямая $z = u_2 u$ левее E также пересекается интегральными кривыми с меньшим наклоном, поэтому часть пучка кривых при выходе из E обязательно попадает в узел O . При параметрах κ и δ , взятых правее кривой VI, сепаратриса (7), выходя из C выше прямой $z = u_2 u$, может попасть в узел E с другой стороны параболы $z = (V - \delta)^2$, пересекая при этом параболу в точке, отличной от особой. Правее кривой IV точка E превращается в фокус, т. е. интегральные кривые пересекают

параболу бесчисленное множество раз. Попасть в точку D , не пересекая параболы $z=(V-\delta)^2$, невозможно, так как сепаратриса (7) выходит из C с меньшим наклоном, чем прямая $z=u_1u$, и остальные интегральные кривые пересекают эту прямую под меньшим углом, так что сепаратриса (7) попадает в D левее прямой $z=u_1u$, а соответствующая касательная узла или сепаратриса седла в точке D входят в нее левее параболы $z=(V-\delta)^2$. После касания кривых VI и III, которое происходит при $\delta=0,981$, картина взаимного расположения кривых, приведенных на фиг. 1, меняется, но из-за малых размеров этой области и множества образующихся при этом подобластей с различными свойствами описание их не приводится.

Резюмируя, можно сказать, что решения, обладающие сформулированными выше свойствами, действительно существуют. Если точка (κ, δ) лежит внутри заштрихованной на фигуре области, то существует интегральная кривая, выходящая из C и идущая в узел E , откуда множество интегральных кривых попадает в O . Такие решения отвечают режиму схлопывающейся полости с нулевой плотностью на границе. Если точка (κ, δ) лежит ниже гиперболы I, то существует решение, которому соответствует интегральная кривая, соединяющая B и O . В этом случае происходит сжатие сплошной мишени.

Очевидно, что существуют решения, допускающие существование ударных волн при одновременном выполнении свойств (5). Рассмотрим, например, окрестность точки O , которая через ударную волну в силу непрерывности переходит в окрестность точки O' ($V=3\delta/4$, $z=5\delta^2/4$), которая расположена вблизи точки D , и когда последняя является узлом, интегральные кривые, выходящие из окрестности точки O' , с общей касательной входят в узел D , откуда различными кривыми можно попасть в O . Это значит, что любое построенное выше решение, по крайней мере в некоторой малой окрестности точки O , может допускать существование ударных волн, не нарушающих условий (5). Решение при этом представляет собой непрерывное решение, идущее из C или B , которое, не доходя до O , скачком переводится в окрестность точки O' , откуда снова непрерывным образом доводится до O .

В заключение отметим, что максимуму функции $p(r)$ отвечают пересечения интегральных кривых с прямыми $V=V_{0i}$, проходящими через особые точки D и E , причем в особых точках экстремума не имеется. Таким образом, все искомые непрерывные кривые $p(r)$ имеют единственный максимум, обращаясь в нуль на концах интервала существования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1972. 440 с.
2. Забавкин И. Е., Симоенко В. А. Сферическая центрированная волна сжатия.— ПММ, 1978, т. 42, № 3, с. 573.
3. Каждан Я. М. К вопросу об адиабатическом сжатии газа под действием сферического поршня.— ПМТФ, 1977, т. 23, № 1, с. 23.
4. Анисимов С. И., Иванов М. Ф., Иногамов Н. А. Динамика лазерного сжатия и нагревания простых мишеней. Черноголовка, 1977. 71 с.
5. Седов Л. И. Об интегрировании уравнений одномерного движения газа.— Докл. АН СССР, 1953, т. 90, № 5, с. 735.
6. Kidder R. E. Theory of homogeneous isentropic compression and its application to laser fusion.— Nuclear Fusion, 1974, v. 14, № 1, p. 53.
7. Демченко В. В. Сравнительное исследование некоторых гидродинамических процессов сжатия.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1979, т. 19, № 2, с. 540.
8. Guderley G. Starke kugelige und zylindrische Verdichtungs Stöße in der Nähe des Kugelmittelpunktes bzw. Zylinderachse.— Luftfahrtforschung, 1942, Bd 19, № 9.
9. Брушлинский К. В., Каждан Я. М. Об автомодельных решениях некоторых задач газовой динамики.— Усп. матем. наук, 1963, т. 18, вып. 2, с. 3.

Москва

Поступила в редакцию
13.X.1980