

УДК 532.546

ВЫТЕСНЕНИЕ НЕФТИ ОТОРОЧКОЙ АКТИВНОЙ ПРИМЕСИ, ПРОДВИГАЕМОЙ ПО ПЛАСТУ ВОДОЙ

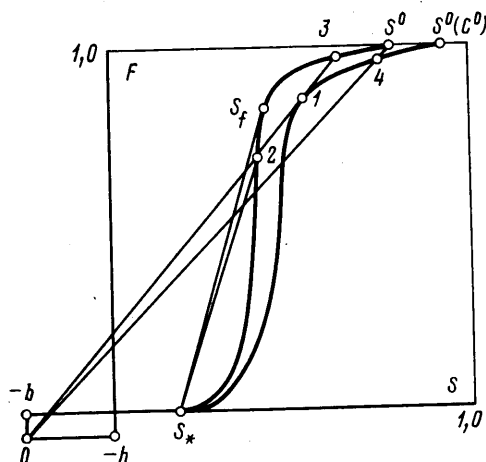
БЕДРИКОВЕЦКИЙ П. Г.

Одним из перспективных методов повышения нефтеотдачи при заводнении нефтяных пластов является использование активных примесей, способных изменять гидродинамические характеристики фильтрационной системы. Ранее были рассмотрены процессы вытеснения нефти растворами активных примесей и получены автомодельные решения задач фронтального вытеснения [1-3]. Однако ввиду высокой стоимости примесей на практике вытеснение нефти осуществляется оторочками растворов активных примесей, продвигаемыми по пласту водой.

Процесс вытеснения нефти оторочкой раствора активной примеси описывается гиперболической системой квазилинейных уравнений с разрывными граничными условиями, что приводит к неавтомодельной задаче взаимодействия ударных волн и волн разрежения.

В работе приводится решение задачи о вытеснении нефти оторочкой для различных видов изотермы сорбции и функции распределения примеси по фазам, различных значений начальной заводненности пласта. Процесс рассматривается как в условиях обратимой сорбции, так и в условиях частичного удержания примеси скелетом пористой среды. Исследуется поведение оторочек при циклической закачке раствора активной примеси.

1. Процесс фронтального вытеснения нефти оторочкой раствора активной примеси в крупномасштабном приближении описывается смешанной задачей для системы уравнений двухфазной фильтрации двух несмешиваемых несжимаемых жидкостей и баланса растворенной в обеих фазах и сорбированной примеси [1]



Фиг. 1

Здесь x — безразмерная координата, равная отношению порового объема, отсчитываемого по пласту от нагнетательной скважины (галереи), к объему оторочки, t — безразмерное время, равное отношению объема прокачанной жидкости к объему оторочки, $(s(x, t))$ — насыщенность порового пространства водой,

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \{sc + (1-s)\varphi + a\} + \frac{\partial}{\partial x} \{Fc + (1-F)\varphi\} = 0 \quad (1.1)$$

$$s(x, 0) = s_*, \quad c(x, 0) = c_*, \quad s(0, t) = 1, \quad (1.2)$$

$$c(0, t) = \begin{cases} c^0, & 0 < t < 1 \\ c^*, & t > 1 \end{cases}$$

$$F = F(s, c), \quad a = a(c), \quad \varphi = \varphi(c)$$

$c(x, t)$ — концентрация примеси в водном растворе, φ — концентрация примеси в нефти, a — концентрация сорбированной примеси, F — функция Баклея — Леверетта, равная доле воды в потоке. В начальный момент в пласте находится нефть в присутствии связанной воды с насыщенностью s^* . Через нагнетательную галерею (скважину) до момента $t=1$ закачивают раствор примеси, а после $t=1$ — воду.

В случае, когда активная примесь улучшает условия вытеснения (полимер или ПАВ), с ростом s конечная нефтеотдача возрастает, на фиг. 1 кривые $F(s, c)$ смещаются вправо и величина неподвижной нефтенасыщенности $1-s^0(c)$ уменьшается [4].

Запишем гиперболическую систему квазилинейных уравнений (1.1) в инвариантах Римана [5]. В силу соотношения $F=F(s, c)$ в качестве неизвестных для системы будем рассматривать как (s, c) , так и (s, F) . Значения $s(x, t)$, $c(x, t)$ будем изображать точками плоскости (s, F) (фиг. 1). Собственным значениям гиперболической системы

$\xi_1 = F_s$, $\xi_2 = \{F + \varphi'(1 - \varphi')^{-1}\} \{s + (\varphi' + a')(1 - \varphi')^{-1}\}^{-1}$ соответствует два семейства простых волн

$$\frac{dF}{ds} = F_s = \xi_1, \quad \frac{dF}{ds} = \frac{F + \varphi'(1 - \varphi')^{-1}}{s + (\varphi' + a')(1 - \varphi')^{-1}} = \xi_2 \quad (1.3)$$

и два семейства характеристик

$$\frac{dx}{dt} = \frac{F + \varphi'(1 - \varphi')^{-1}}{s + (\varphi' + a')(1 - \varphi')^{-1}}, \quad \frac{dc}{dt} = 0; \quad \frac{dx}{dt} = F_s, \quad \frac{dI}{dt} = 0 \quad (1.4)$$

Здесь второй инвариант $I(s, F)$ — произвольная функция, постоянная вдоль траекторий векторного поля, которое задается вторым уравнением (1.3). При преобразовании годографа $(x, t) \rightarrow \{s(x, t), F(x, t)\}$ характеристики первого семейства (первое уравнение (1.4)) перейдут в простые волны первого семейства (первое уравнение (1.3)). Характеристики второго семейства (1.4) перейдут в простые волны второго семейства (1.3). Простой волне первого семейства на плоскости (s, F) соответствует линия $c = \text{const}$. Простой волне второго семейства соответствует траектория, касательная к которой в точке (s, F) проходит через точку $\{-(\varphi' + a')(1 - \varphi')^{-1}, -\varphi'(1 - \varphi')^{-1}\}$.

Гиперболическая система законов сохранения (1.1) допускает разрывные решения. Условия Гюгонио баланса массы фаз и баланса примеси на разрыве при $c^- \neq c^+$ преобразуются к виду [4]

$$V = \{F^+ + [\varphi] [c - \varphi]^{-1}\} \{s^+ + [a + \varphi] [c - \varphi]^{-1}\}^{-1} \quad (1.5)$$

а при $c^- = c^+$ сводятся к баклеевскому скачку

$$V = (F^+ - F^-) (s^+ - s^-)^{-1} \quad (1.6)$$

Здесь $[A]$ — разность значений величины A перед разрывом A^+ и за ним A^- , V — скорость разрыва.

Условие (1.5) означает, что точки (s^-, F^-) и (s^+, F^+) лежат на одной прямой, проведенной через точку $\{ -[\varphi + a] [c - \varphi]^{-1}, -[\varphi] [c - \varphi]^{-1} \}$ с наклоном V .

В качестве условия устойчивости разрыва принимаем условие О. А. Олейник [6]: разрыв устойчив, если его скорость не больше скорости ударного перехода из точки за разрывом в любую точку участка ударной адиабаты, соединяющего точки за разрывом и перед ним. Для системы (1.1) это есть условие существования структуры разрыва при введении в систему капиллярного скачка межфазного давления и замене термоди-

намически равновесных соотношений $a=a(c)$ и $\varphi=\varphi(c)$ уравнениями кинетики сорбции и кинетики растворения примеси в нефти.

При $t < 1$ решение задачи (1.2) совпадает с автомодельным решением задачи фронтального вытеснения нефти раствором активной примеси $s=s(\xi)$, $c=c(\xi)$, $\xi = x/t$ [1, 3].

В случае выпуклой изотермы сорбции $a'' \leq 0$ и линейной функции распределения примеси по фазам $\varphi=Kc$ автомодельное решение состоит из центрированной волны первого семейства $c=c^\circ$ при $0 \leq \xi < V_1$ (на фиг. 1 точки с $i=1, 2, 3, 4$ соответствуют значениям s_i), скачка с (s_1, c°) на (s_2, c_*) со скоростью $\xi=V_1$, области покоя $s=s_2$, $c=c_*$ при $V_1 < \xi < D=F(s_2, c_*)(s_2-s_*)^{-1}$, баклеевского скачка с s_2 на s_* со скоростью $\xi=D$ и области покоя $s=s_*$, $c=c_*$ при $\xi > D$; здесь были использованы обозначения:

$$V_1 = F_s(s_1, c^\circ) = \{F(s_1, c^\circ) + h\} \{s_1 + h + [a][c]^{-1}(1+h)\}^{-1} = \\ = \{F(s_2, c_*) + h\} \{s_2 + h + [a][c]^{-1}(1+h)\}^{-1}, \quad h = K(1-K)^{-1}$$

На плоскости (s, F) этому решению соответствует путь

$$(1, c^\circ) - J \rightarrow (s^\circ(c^\circ), c^\circ) - S - (s_1, c^\circ) - Jc \rightarrow (s_2, c_*) - P - J \rightarrow (s_*, c_*)$$

где P — область покоя $s=\text{const}$, $c=\text{const}$, S — простая волна первого семейства, J — баклеевский s -скачок (1.6), Jc — c -скачок (1.5).

В случае $a'' > 0$, $\varphi=Kc$ автомодельное решение состоит из центрированной волны первого семейства $c=c^\circ$ при $0 \leq \xi < V_1$, центрированной волны второго семейства от (s_1, c°) до (s_2, c_*) при $V_1 < \xi < V_2$, области покоя $s=s_2$, $c=c_*$ при $V_2 < \xi < D = F(s_2, c_*)(s_2-s_*)^{-1}$, баклеевского скачка с s_2 на s_* со скоростью $\xi=D$ и области покоя $s=s_*$, $c=c_*$ при $\xi > D$; здесь использовались обозначения

$$V_1 = F_s(s_1, c^\circ) = \{F(s_1, c^\circ) + h\} \{s_1 + h + a'(c^\circ)(1+h)\}^{-1} \\ V_2 = \{F(s_2, c_*) + h\} \{s_2 + h + a'(c_*)(1+h)\}^{-1}$$

Этому решению соответствует путь

$$(1, c^\circ) - J \rightarrow (s^\circ(c^\circ), c^\circ) - S - (s_1, c^\circ) - C - (s_2, c_*) - P - J \rightarrow (s_*, c_*)$$

на плоскости (s, F) , где C — простая волна второго семейства.

В момент $t=1$ граничное условие $c(0, t)$ меняется скачком, что соответствует окончанию нагнетания раствора примеси и началу закачки воды, проталкивающей оторочку по пласту. Происходит распад разрыва $s^-=1$, $c^-=c_*$, $s^+=s^\circ(c^\circ)$, $c^+=c^\circ$. Конфигурация распада этого разрыва содержит скачок $(1, c_*) - J \rightarrow (s^\circ(c^\circ), c_*)$, поэтому при $t > 1$, как и при $t < 1$, $s^+(0, t) = s^\circ(c^\circ)$. Это соответствует тому, что вода закачивается в пласт после отмыва нефти раствором активной примеси оторочки. При $t > 1$ происходит взаимодействие конфигурации с центрированной волной первого семейства автомодельного решения. Типы конфигураций и решение задачи (1.2) зависят от вида функций $a(c)$ и $\varphi(c)$.

2. Рассмотрим случай изотермы сорбции Генри $a=Gc$ и линейной функции распределения примеси по фазам $\varphi=Kc$. При этом второе уравнение (1.1) перепишется в виде

$$\partial\{c(s+b)\}/\partial t + \partial\{c(F+h)\}/\partial x = 0, \quad b = h + \Gamma(1+h) \quad (2.1)$$

Простые волны второго семейства перейдут в контактные c -разрывы. Второй инвариант Римана имеет вид $I = (F+h)(s+b)^{-1}$. Условие (1.5) на разрыве принимает вид $V = I^\pm$. Контактные разрывы распространяются вдоль характеристик первого семейства.

Конфигурация распада разрыва граничного условия описывается путем $(1, c_*) - J \rightarrow (s^\circ(c^\circ), c_*) - P - Jc \rightarrow (s^\circ(c^\circ), c^\circ)$. На образовавшемся контактом c -разрыве $x=x_0(t)$ — тыле оторочки — происходит полный скачок концентрации $c^+=c^\circ$, $c^-=c_*$. Поскольку в области центрированной волны выполняется неравенство $x/t = F_s < (F+h)(s+b)^{-1}$, все характеристики второго семейства — лучи центрированной волны — пересекут линию разрыва

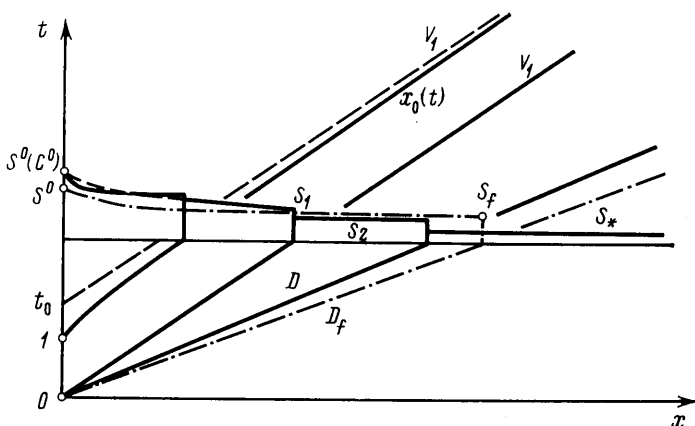
$x=x_0(t)$. Они приносят на линию разрыва величину I^+ . Отсюда получаем

$$x_0/t = F_s(s^+(x_0), c^0), \quad dx_0/dt = I^+(x_0) \quad (2.2)$$

Проинтегрируем уравнение (2.1) по области плоскости (x, t) , ограниченной контуром $(0, 0) \rightarrow (0, 1) \rightarrow (x_0, t) \rightarrow (0, 0)$ (фиг. 2). Согласно формуле Грина, для этого достаточно по этому контуру проинтегрировать дифференциальную форму $\theta = c(F+h)dt - c(s+b)dx$. Форма θ имеет смысл потока примеси

$$\int_0^1 \theta(0, \eta) d\eta + \int_1^t \theta(x_0(\eta), \eta) d\eta + \int_t^0 \theta(F_s^+(x_0), \eta, \eta) d\eta = 0 \quad (2.3)$$

Подставляя в интеграл по линии разрыва выражение для скорости разрыва (второе уравнение (2.2)), получим, что он равен нулю. Физический



Фиг. 2

смысл этого факта состоит в том, что через линию контактного разрыва не происходит перетока примеси. Поэтому интеграл от формы θ по лучу от точки $(0, 0)$ до точки пересечения луча с линией разрыва (x_0, t) не зависит от t , т. е. является первым интегралом движения $x_0(t)$

$$1+h = \Delta(s^+(x_0), c^0)t, \quad \Delta(s, c) = F+h - (s+b)F_s \quad (2.4)$$

Из системы двух трансцендентных уравнений, состоящей из первого уравнения (2.2) и уравнения (2.4), для любого t определяются величины $s^+(x_0)$ и x_0 . Из условий на разрыве (второе уравнение (2.2)) находится $s^-(x_0)$.

Устремим в (2.4) $t \rightarrow \infty$. Тогда $\Delta(s^+(x_0), c^0) \rightarrow 0$, и из вида функции $F = F(s, c^0)$ следует, что $s^+(x_0) \rightarrow s_1$, $dx_0/dt \rightarrow V_1$. На плоскости (s, F) точки, соответствующие значениям неизвестных перед тылом оторочки и за ним, лежат на одной прямой, проходящей через точку $(-b, -h)$, на кривых $c = c^0$ и $c = c_*$ соответственно. При изменении насыщенности перед тылом оторочки от $s^0(c^0)$ при $t=1$ до s_1 при $t \rightarrow \infty$ насыщенность за тылом оторочки меняется от $s^0(c^0)$ до s_3 (фиг. 1).

В зоне проталкивающей воды $c = c_*$, и задача (1.2) для системы (1.1) сводится к смешанной задаче $s(0, t) = s^0(c^0)$, $s(x_0(t), t) = s^-(x_0(t))$ для первого уравнения (1.1). В зону проталкивающей воды $0 < x < x_0$ значения насыщенности с тыла оторочки $s^-(x_0)$ переносятся вдоль характеристик

в простой волне первого семейства

$$s(x, t') = s^-(x_0(t)), \quad \{x - x_0(t)\} (t' - t)^{-1} = F_s(s^-(x_0(t)), c_*) \quad (2.5)$$

При $s^-(x_0) \geq s^\circ = s^\circ(c_*)$, $F^-(x_0) = 1$. Насыщенность $s^-(x_0)$ уменьшится до величины s° в момент $t^\circ = (1+h)/\Delta(s_1, c^\circ)$, где s_1 — насыщенность перед разрывом, соответствующая насыщенности s° за разрывом. Поэтому в зоне проталкивающей воды при $0 < x < x^\circ = F_s(s_1, c^\circ)t^\circ$ нефть неподвижна.

Исследуем динамику тыла оторочки. Поскольку $dx_0/dt < V_1$, тыл не догонит фронт оторочки $x = V_1 t$, и объем оторочки $\Omega(t) = V_1 t - x_0$ со временем возрастает.

Проинтегрируем уравнение (2.1) по области, ограниченной контуром $(0, 0) \rightarrow (0, 1) \rightarrow (x_0, t) \rightarrow (V_1 t, t) \rightarrow (0, 0)$, аналогично (2.3). Поскольку интегралы от формы θ по линиям контактных разрывов $x = x_0(t)$ и $x = V_1 t$ равны нулю, имеем

$$1+h = \int_{x_0(t)}^{V_1 t} \{s(\eta, t) + b\} d\eta \quad (2.6)$$

Полученное выражение имеет смысл баланса примеси в оторочке. Устремив в нем $t \rightarrow \infty$, получим $\Omega(\infty) = (1+h)(s_1 + b)^{-1}$. Объем оторочки со временем стабилизируется. С момента $t=1$ объем оторочки увеличится в $t_0 = (1+h)(F_1 + h)^{-1}$ раз. Тыл оторочки имеет наклонную асимптоту $x = V_1(t - t_0)$.

3. Область течения разбивается на пять зон (фиг. 2)

1°. $x > Dt$ — зона вытесняемой нефти, $s = s_*$, $c = c_*$.

2°. $V_1 t < x < Dt$ — водонефтяной вал, идущий перед фронтом оторочки, $s = s_2$, $c = c_*$.

3°. $x_0 < x < V_1 t$ — оторочка. Профилю распределения насыщенности отвечает путь на плоскости (s, F) — участок кривой $c = c^\circ$ от s_1 до $s^+(x_0)$.

4°. $x^\circ < x < x_0$ — зона проталкивающей воды с подвижной нефтяной фазой. Путь — участок кривой $c = c_*$ от $s^-(x_0)$ до s° .

5°. $0 < x < x^\circ$ — зона проталкивающей воды с неподвижной нефтяной фазой. Путь — участок кривой $c = c_*$ от s° до $s^\circ(c^\circ)$.

Величины первой, второй и четвертой зон со временем неограниченно растут, величина третьей зоны стабилизируется при $t \rightarrow \infty$, а пятой — при $t = t^\circ$. При $t \rightarrow \infty$ насыщенность в оторочке уменьшается до s_1 , в зоне проталкивающей воды меняется от $s^\circ(c^\circ)$ на нагнетательной скважине до s_2 на тыле.

На фиг. 2 приведены профили распределения насыщенности при вытеснении оторочкой (сплошная линия), активной примесью (пунктир) и водой (штрихпунктир). При вытеснении оторочкой по сравнению с обычным заводнением обводненность продукции на стадии водонефтяного вала и оторочки ниже, обводнение начинается позже, конечная нефтеотдача выше. При вытеснении оторочкой насыщенность в некоторой области за тылом выше, чем при вытеснении раствором примеси, в остальной части зоны проталкивающей воды она ниже. При больших объемах оторочки полное обводнение наступает в момент прихода тыла на добывающую галерею, и процесс добычи прекращается. При меньших объемах процесс добычи после этого момента может быть продолжен. Если заданный уровень обводненности достигается до момента прихода тыла, то нефтеотдача такая же, как и при вытеснении раствором примеси. В противном случае нефтеотдача ниже.

При высокой концентрации раствора примеси $s_3 > s^\circ$ [2], четвертая зона отсутствует, вся нефть в зоне проталкивающей воды неподвижна.

В случае $F_c > 0$ (примесь ухудшает условия вытеснения) либо $c_* > c^\circ$

(опресняющая оторочка снижает минерализацию пластовой воды) поведение тыла оторочки описывается системой (2.2), (2.4) до выхода из центрированной волны, после чего его скорость становится равной V_1 , и объем оторочки стабилизируется.

4. Рассмотрим процесс циклического нагнетания в пласт раствора активной смеси [7]

$$c(0, t) = \begin{cases} c^0, & 0 < t < 1, & t_1 < t < t_3, \dots \\ c_*, & 1 < t < t_1, & t_3 < t < t_5, \dots \end{cases}$$

В момент $t=t_1$ происходит распад разрыва граничного условия с конфигурацией $(1, c^0) \rightarrow J \rightarrow (s^0(c^0), c^0) \rightarrow P \rightarrow Jc \rightarrow (s^0(c^0), c_*)$ и начинается взаимодействие с простой волной первого семейства (2.5). Образовавшийся c -разрыв — фронт второй оторочки — распространяется вдоль характеристики первого семейства. Вдоль него происходит полный скачок концентрации $c^-(x_1) = c^0$, $c^+(x_1) = c_*$. В области простой волны $\{x-x_0(t)\} (t'-t)^{-1} = F_s(s^-(x_0), c_*) < I(x_0)$, поэтому фронт второй оторочки пересечет все характеристики второго семейства. Они приносят на линию $x=x_1(t')$ величину I^- . При этом

$$\{x_1(t') - x_0(t)\} (t' - t)^{-1} = F_s(s^-(x_0(t)), c_*) \quad (4.1)$$

Принтегрируем уравнение (2.1) по области плоскости (x, t) , ограниченной контуром $(0, 0) \rightarrow (0, t_1) \rightarrow (x_1(t'), t') \rightarrow (x_0(t), t) \rightarrow (0, 0)$, аналогично (2.3). Интеграл от формы θ по линии контактного разрыва $x=x_1(t')$ равен нулю. Поэтому интеграл от формы θ вдоль ломаной $(0, 0) \rightarrow (x_0(t), t) \rightarrow (x_1(t'), t')$ не зависит от момента t' и является первым интегралом движения $x=x_1(t')$

$$(1+h)t_1 = \Delta(s^+(x_0), c^0)t + \Delta(s^-(x_0), c_*)(t' - t) \quad (4.2)$$

Из системы пяти трансцендентных уравнений (2.2), (2.4), (4.1) и (4.2) для любого t' определяются величины t , x_0 , $s^+(x_0)$, $s^-(x_0) = s^+(x_1)$ и x_1 . Из условий на разрыве находится $s^-(x_1)$. Поскольку $c^-(x_1) = c^+(x_0)$, то $s^-(x_1) = s^+(x_0)$.

При $t' \rightarrow \infty$ имеем $s^+(x_1) \rightarrow s_3$, $s^-(x_1) \rightarrow s_1$, $dx_1/dt' \rightarrow V_1$. В области второй оторочки $c = c^0$, и значения насыщенности с фронта оторочки $s^-(x_1)$ переносятся вдоль характеристик в простой волне первого семейства аналогично (2.5).

На тыле второй оторочки $x=x_2(t'')$ происходит полный скачок концентрации, $c^- = c_*$, $c^+ = c^0$. Интегрирование формы θ по контуру

$$(0, 0) \rightarrow (0, t_3) \rightarrow (x_2(t''), t'') \rightarrow (x_1(t'), t') \rightarrow (x_0(t), t) \rightarrow (0, 0)$$

приводит к формуле, аналогичной (2.4), (4.2). Динамика тыла описывается системой из семи трансцендентных уравнений. При $t'' \rightarrow \infty$ имеем $s^+(x_2) \rightarrow s_1$, $s^-(x_2) \rightarrow s_3$, $dx_2/dt'' \rightarrow V_1$. В зоне проталкивающей воды $c = c_*$, и значения насыщенности с тыла оторочки $s^-(x_2) = s^-(x_0)$ переносятся вдоль характеристик второго семейства аналогично (2.5).

Характеристики в зонах $c = c^0$ и $c = c_*$, соответствующие насыщенностям $s^+(x_0) = s^-(x_1)$ и $s^-(x_0) = s^-(x_2)$, попарно параллельны. Точки $x_0(t)$, $x_1(t)$ и $x_2(t)$ лежат на характеристиках второго семейства, вдоль которых $s^\pm(x_2(t)) > s^\pm(x_1(t)) > s^\pm(x_0(t))$, поэтому $dx_2/dt < dx_1/dt < dx_0/dt$ и объемы зоны между оторочками и второй оторочки возрастают. Из условия баланса массы аналогично (2.6) получаем, что при $t \rightarrow \infty$

$$x_1 - x_0 \rightarrow (1+h)(t_1 - 1)(s_3 + b)^{-1}, \quad x_2 - x_1 \rightarrow (1+h)(t_2 - t_1)(s_1 + b)^{-1}$$

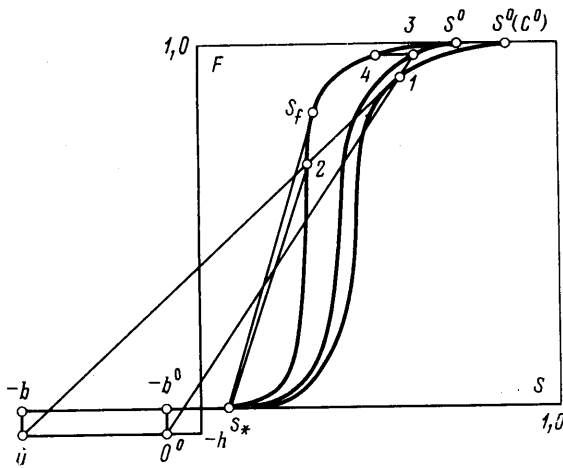
Разрывы x_1 и x_2 имеют наклонные асимптоты

$$x = V_1(t - t_0 - t_2), \quad t_2 = (1+h)(t_1 - 1)(F_3 + h)^{-1}$$

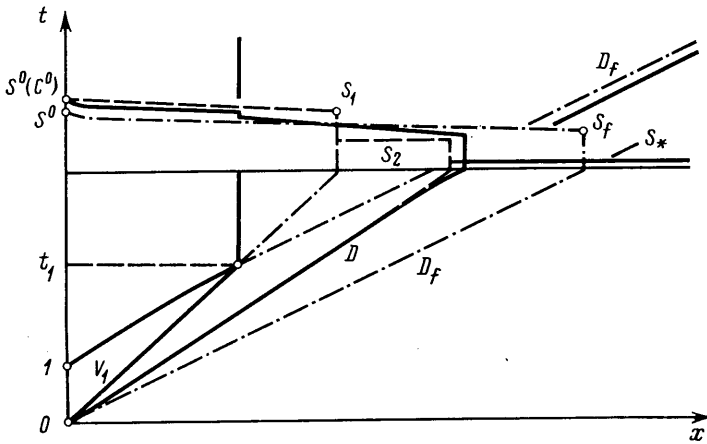
$$x = V_1(t - t_0 - t_2 - t_4), \quad t_4 = (1+h)(t_3 - t_1)(F_1 + h)^{-1}$$

Аналогично решается задача при произвольном кусочно-постоянном $c(0, t)$. В контактном случае $a = \Gamma c$ и $\varphi = Kc$ каждый последующий разрыв распространяется в поле характеристик второго семейства за предыдущим разрывом. Движение каждой оторочки не зависит от концентраций растворов, закачиваемых вслед за ней.

При начальной заводненности пласта $s_* < s(x, 0) < s_3$ решение задачи о циклическом нагнетании отличается от случая $s(x, 0) = s_*$ только автомодельной частью решения перед фронтом $x = V_1 t$. В зависимости от величины $s(x, 0)$ выделяются четыре типа решений, отличающихся последовательностью движения вдоль $c = c_*$ и J -скачка из точки (s_2, c_*) . При $s_3 < s(x, 0) < s^0$ решение задачи довытеснения совпадает с решением при $s(x, 0) = s_*$ перед ломаной, состоящей из характеристик второго семейства, соответствующих $s(x, 0) = s^-(x_0) = s^+(x_1) = \dots$. Объемы оторочек и скорости фронтов стабилизируются через конечное время.



Фиг. 3



Фиг. 4

5. Рассмотрим процесс вытеснения нефти оторочкой раствора активной примеси с учетом необратимого удержания части примеси скелетом пористой среды. Изотерма десорбции предполагается линейной функцией концентрации

$$a^{\circ}(c, c^{\circ}) = \{ \Gamma c^{\circ} - a^{\circ}(c_*, c^{\circ}) \} (c^{\circ} - c_*)^{-1} (c - c_*) + a^{\circ}(c_*, c^{\circ}),$$

где c° — концентрация раствора в момент начала процесса десорбции. При $\partial c / \partial t < 0$ и $c^- < c^+$ константа b в уравнении (2.1) и в условиях баланса масс на разрыве равна $b^{\circ} = \{ K + (\Gamma c^{\circ} - a^{\circ}(c_*, c^{\circ})) (c^{\circ} - c_*)^{-1} \} (1 + h)$ а точка O сместится вправо (Фиг. 3).

В момент $t=1$ начинается взаимодействие разрыва граничного условия $c^- = c_*$, $c^+ = c^{\circ}$ с центрированной волной автомодельного решения. В области центрированной волны имеем

$$x_0/t = F_s(s^+(x_0), c^{\circ}) < \{ F^+(x_0) + h \} \{ s^+(x_0) + b \}^{-1} = dx_0/dt$$

поэтому тыл оторочки пересечет все лучи центрированной волны. Интегрируя уравнение (2.1) по области, ограниченной контуром $(0, 0) \rightarrow$

$\rightarrow (0, 1) \rightarrow (x_0, t) \rightarrow (0, 0)$ с учетом условий на разрыве, получим

$$1+h=\Delta^\circ(s^+(x_0), c^\circ)t, \quad \Delta^\circ(s, c)=F+h-(s+b^\circ)F_s. \quad (5.1)$$

В отличие от случая обратимой сорбции на фронте оторочки имеем

$$dx_0/dt=(F_1+h)(s_1+b^\circ)^{-1}>(F_1+h)(s_1+b)^{-1}=V_1$$

Поэтому в некоторый момент t_1 тыл оторочки догонит ее фронт. Из (5.1) получаем выражение для t_1

$$t_1=(1+h)/\Delta^\circ(s_1, c^\circ)=(1+h)/V_1(b-b^\circ).$$

которое имеет смысл равенства массы закачанной примеси и примеси, удержанной пористой средой объемом V_1t_1 . В момент t_1 оторочка исчезнет (фиг. 4).

За тылом оторочки $c=c_*$, течение происходит в поровом пространстве с необратимо сорбированной примесью. Проницаемость для воды остается пониженной, для нефти становится такой же, как и перед оторочкой [4]. Поэтому течение в области $x < x_0$, пройденной оторочкой, описывается первым уравнением (1.1) с функцией Баклея — Леверетта $F^a(s, c_*)$, для которой $F(s, c^\circ) < F^a(s, c_*) < F(s, c_*)$. В области перед границей пористой среды с удержанной примесью и без нее $x = V_1t_1$ течение описывается вторым уравнением (1.1) с функцией Баклея — Леверетта $F(s, c_*)$.

Вдоль тыла оторочки происходит скачок с кривой $F=F^a(s, c_*)$ на кривую $F=F(s, c^\circ)$. Точки за тылом и перед ним лежат на одной прямой, проведенной через точку $O^\circ(-b^\circ, -h)$. Из условия на разрыве находится $s^-(x_0)$.

В пройденную оторочкой область значения насыщенности $s^-(x_0)$ распространяются вдоль характеристик аналогично (2.5) до линии $x = V_1t_1$

$$s(V_1t_1, t') = s^-(x_0(t)), \quad \{V_1t_1 - x_0(t)\} (t' - t)^{-1} = F_s^a(s^-(x_0), c_*)$$

На линии $x = V_1t_1$ происходит скачок насыщенности, на котором выполняется баланс массы фаз $F^a(s^-(V_1t_1, t'), c_*) = F(s^+(V_1t_1, t'), c_*)$. На плоскости (s, F) этому отвечает скачок с кривой $F = F^a(s, c_*)$ на кривую $F = F(s, c_*)$ параллельно оси абсцисс. При изменении $s^-(V_1t_1, t')$ от s_3 при $t = t_1$ до s° при $t \rightarrow \infty$ величина $s^+(V_1t_1, t')$ меняется от s_4 до s° (фиг. 3).

В точке (V_1t_1, t_1) происходит распад разрыва $s^- = s_4, s^+ = s_2, c^\pm = c_*$, который осуществляется центрированной волной $(x - V_1t_1)(t - t_1)^{-1} = F_s(s, c_*)$. В области перед линией $x = V_1t_1$ до задней границы центрированной волны значения $s^+(V_1t_1, t')$ распространяются вдоль характеристик аналогично (2.5).

В момент t_2 фронт водонефтяного вала $x = Dt$ догонит переднюю границу центрированной волны, $Dt_2 = F_s(s_2, c_*)(t_2 - t_1) + V_1t_1$. Начинается взаимодействие разрыва с центрированной волной

$$\{x_1(t) - V_1t_1\} (t - t_1)^{-1} = F_s(s^-(x_1), c_*) \quad (5.2)$$

Поскольку выполняется неравенство

$$dx_1/dt = F(s^-(x_1), c_*) \{s^-(x_1) - s_*\}^{-1} < F_s(s^-(x_1), c_*)$$

на линию разрыва характеристики из центрированной волны приносят значения $s^-(x_1) > s_f$. Проинтегрируем первое уравнение (1.1) по области плоскости (x, t) , ограниченной контуром $(V_1t_1, t_1) \rightarrow (x_1(t), t) \rightarrow (Dt_2, t_2) \rightarrow (V_1t_1, t_1)$. Соответствующая дифференциальная форма имеет вид $\Theta_s = Fdt - sdx$. Получаем первый интеграл движения $x = x_1(t)$ в виде

$$\Delta_s(s^-(x_1), c_*)(t - t_1) = \Delta_s(s_2, c_*)(t_2 - t_1), \quad \Delta_s(s, c) = F - (s - s_*)F_s. \quad (5.3)$$

Из системы двух трансцендентных уравнений (5.2) и (5.3) для любого t получаем x_1 и $s^-(x_1)$. При $t \rightarrow \infty$ $s^-(x_1) \rightarrow s_f$ и $dx_1/dt \rightarrow D_f$.

Поскольку $dx_1/dt < D_f$, передняя граница центрированной волны не догонит фронт водонефтяного вала. Объем зоны между ними увеличивается и стабилизируется при $t \rightarrow \infty$. Интегрируя формулу Θ_s по контуру

$$(V_1 t_1, t_1) \rightarrow (V_1 t_1 + D_f(t - t_1), t) \rightarrow (x_1(t), t) \rightarrow (D t_2, t_2) \rightarrow (V_1 t_1, t_1)$$

и устремляя $t \rightarrow \infty$, получим аналогично (2.6) наклонную асимптоту фронта водонефтяного вала

$$x = V_1 t_1 + D_f(t - t_1) + \Delta_s(s_2, c_*) (t_2 - t_1) (s_f - s_*)^{-1}$$

На фиг. 4 приведены профили насыщенности при вытеснении оторочкой (сплошная линия), раствором примеси (пунктир) и водой (штрихпунктир). При небольших объемах оторочки (ось добывающей галереи лежит правее $x = V_1 t_1$) оторочка исчезнет, не дойдя до добывающей галереи. Перед лучом $x = V_1 t$ насыщенность при вытеснении оторочкой выше, чем при заводнении, за лучом $x = V_1 t$ — ниже, т. е. применение оторочки приводит к замедлению роста обводненности продукции на начальной стадии обводнения. При вытеснении оторочкой насыщенность по пласту меняется от s_* до $s^\circ(c^\circ)$, а при заводнении — от s_* до s° , т. е. применение оторочки увеличивает конечную нефтеотдачу. Период безводной эксплуатации при этом несколько возрастает.

При больших объемах оторочки (ось добывающей галереи лежит левее $x = V_1 t_1$) показатели разработки при вытеснении оторочкой совпадают с показателями при вытеснении раствором примеси.

В случае сильной сорбции или такой начальной насыщенности $s(x, 0)$, что $s_f < s_2$, скорость фронта водонефтяного вала равна D_f и разрыв $x = D_f t$ не взаимодействует с центрированной волной. Применение оторочки не меняет момента начала обводнения.

6. Кратко остановимся на случае нелинейной изотермы сорбции. Для лентгюровской изотермы $a'' < 0$ и $\varphi = Kc$ конфигурация распада разрыва граничного условия в момент $t=1$ имеет вид $(1, c_*) - J \rightarrow (s^\circ(c^\circ), c_*) - P - C - (s^\circ(c^\circ), c^\circ)$. Начинается взаимодействие образовавшейся центрированной волны второго семейства с центрированной волной первого семейства. Возникает зона с падающей концентрацией, граничащая с волной первого семейства вдоль c° -характеристики $x_0(t)$ и с зоной $c=c_*$ проталкивающей воды вдоль c_* -характеристики $x_2(t)$, тыла оторочки. Движение x_0 описывается системой двух уравнений (2.2), (2.4) при $b = h + a'(c^\circ)(1+h)$. В момент $t_1 = (1+h)/\Delta(s_1, c^\circ)$ линии x_0 догонит фронт оторочки. Зона оторочки с максимальной концентрацией исчезает, начнется размыв оторочки проталкивающей водой.

За фронтом оторочки $\xi_1 < \xi_2$, и характеристики второго семейства пересекут все характеристики первого семейства. Для исследования поведения характеристик строится преобразование годографа. Скорость характеристик первого семейства возрастает, а второго — убывает.

При $t=t_1$ возмущение, накладываемое на конфигурацию автомодельного решения разрывом граничного условия, догоняет разрыв $x = V_1 t$, начинается взаимодействие с фронтом оторочки. На фронте оторочки — линии $x = x_1(t)$ — кроме условий баланса масс выполняется условие Жуге [8]

$$dx_1/dt = (F^\pm + h) \{s^\pm + h + [a][c]^{-1}(1+h)\}^{-1} = F_s^-, \quad c^\pm = c_* = 0$$

При преобразовании годографа линия $x_1 + 0$ перейдет в участок кривой $c = c_*$ от s_2 при $t = t_1$ до s_4 при $t \rightarrow \infty$, где

$$F_s(s_4, c_*) = (F_4 + h) \{s_4 + h + a'(c_*)(1+h)\}^{-1} = V_4.$$

Линия $x_1=0$ перейдет в участок линии Жуге $F_s^-=(F^{\pm}+h)\{s^{\pm}+h+[a]\times [c]^{-1}(1+h)\}^{-1}$ от s_1 при $t=t_1$ до s_4 при $t\rightarrow\infty$. Линия x_2 перейдет в участок кривой $c=c_*$ от $s^{\circ}(c^{\circ})$ при $t=1$ до s_4 при $t\rightarrow\infty$. Насыщенность в оторочке падает до s_4 . Концентрация примеси растет от 0 на тыле x_2 до $c^-(x_1)$ на фронте. Интегрируя второе уравнение (1.1) по области, ограниченной контуром $(0, 1)\rightarrow(x_1, t)\rightarrow(V_1 t_1, t_1)\rightarrow(0, 1)$, получим для $c^-=c^-(x_1)$, $x_1(t)=\{a(c^-)-a'(c^-)c^-\}^{-1}$. Отсюда при $t\rightarrow\infty$ имеем $c^-(x_1)\sim\{-a''(0)V_1 t/2\}^{-1/2}$. Объем оторочки неограниченно возрастает.

В случае слабой сорбции ($s_2 < s_f$) простая волна первого семейства перед фронтом оторочки взаимодействует с фронтом водонефтяного вала, меняя его скорость и насыщенность от D , s_2 до D_f , s_f при $t\rightarrow\infty$. При $s_2 > s_f$ этого взаимодействия не происходит.

Аналогичное решение задача (1.2) имеет в случае $a=\Gamma c$, $\varphi'' < 0$.

При вогнутой изотерме сорбции $a'' > 0$ и $\varphi = Kc$ в момент $t=1$ образуется разрыв $x_0(t)$, вдоль которого $c^-=c_*=0$, $c^+=c^{\circ}$. Движение разрыва описывается системой уравнений (2.2), (2.4) при $b=h+[a][c]^{-1}(1+h)$. В момент $t_1=(1+h)/\Delta(s_1, c^{\circ})$ разрыв догонит границу $x=V_1 t$ первой и второй волн автомодельного решения. При преобразовании годографа линия x_0+0 перейдет в участок простой волны второго семейства от s_1 при $t=t_1$ до s_2 при $t\rightarrow\infty$. Линия $x_0=0$ перейдет в участок кривой $c=c_*$ от $s^{\circ}(c^{\circ})$ при $t=1$ до s_2 при $t\rightarrow\infty$. Интегрируя второе уравнение (1.1) по области, ограниченной контуром $(0, 0)\rightarrow(0, 1)\rightarrow(x_0, t)\rightarrow(0, 0)$ при $t > t_1$ получим для $c^+=c^+(x_0)$ выражение $x_0(t)=\{a'(c^+)c^+-a(c^+)\}^{-1}$. При $t\rightarrow\infty$ насыщенность в оторочке падает до s_2 , $dx_0/dt\rightarrow V_2$, концентрация примеси возрастает от 0 на фронте до $c^+(x_0)\sim\{a''(0)V_2 t/2\}^{-1/2}$ на тыле. Объем оторочки неограниченно возрастает $\Omega(t)\sim(1+h)(F_2+h)^{-1}(2a''(0)V_2^3 t)^{1/2}$.

Аналогичное решение задача (1.2) имеет при $a=\Gamma c$ и $\varphi'' > 0$.

Автор благодарен М. В. Лурье и М. В. Филинову за постановку задачи и постоянное внимание к работе, а также В. М. Ентову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ентов В. М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах. (Математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов). М., 1980. 63 с. (Ин-т пробл. мех. АН СССР. Препринт № 161).
2. Брагинская Г. С., Ентов В. М. О неизотермическом вытеснении нефти раствором активной примеси. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 6, с. 99–107.
3. Pore G. A. The application of fractional flow theory to enhanced oil recovery. Soc. Petrol. Engrs. J., 1980, V. 20, N 3, p. 191–205.
4. Вахитов Г. Г., Оганджаниянц В. Г., Полищук А. М. Экспериментальное исследование влияния добавок полимера в воду на относительные проницаемости пористых сред. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 4, с. 163–167.
5. Гельфанд И. М. Некоторые задачи теории квазилинейных уравнений. — Усп. матем. н., 1959, т. 14, вып. 2, с. 87–158.
6. Рождественский Б. Л., Яценко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.; Наука, 1978. 750 с.
7. Байбаков Н. К., Гарушев А. Р. Тепловые методы разработки нефтяных месторождений. М.: Недра, 1977. 238 с.
8. Куликовский А. Г. О свойствах ударных адиабат в окрестности точек Жуге. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 2, с. 184–186.

Москва

Поступила в редакцию
23.III.1981