

УДК 532.526

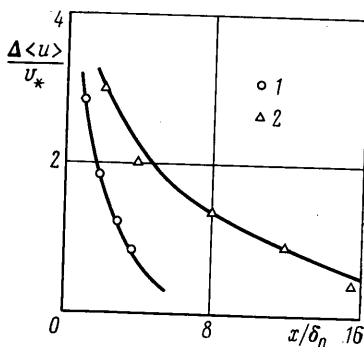
НАСЛЕДСТВЕННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНЫХ ДВИЖЕНИЯХ¹

ЛОЙЦЯНСКИЙ Л. Г.

В докладе содержится изложение современного состояния вопроса о релаксационных (наследственных) явлениях в турбулентных пристенных и свободных пограничных слоях. Предлагается простой вывод основного дифференциального уравнения релаксации и расширяется область применения этого уравнения на движение в предотрывной области пограничного слоя. Существенность учета влияния процессов релаксации иллюстрируется сравнением расчета касательных реинольдсовых напряжений по релаксационной теории и локальной теории, основанной на использовании гипотезы Буссинеска, с имеющимися экспериментальными данными.

1. Введение. Релаксационные явления в турбулентных пограничных слоях. В настоящее время в текущей литературе проявляется тенденция учитывать в расчетах турбулентных пограничных слоев влияние релаксации касательных реинольдсовых напряжений. Исследована роль возмущений в следах за изолированными бугорками шероховатости внутри пограничного слоя и в свободных потоках за плохо обтекаемыми телами. Однако наибольший интерес представляют широко распространенные случаи неравновесных (понятие равновесности будет пояснено в п. 5) движений, в частности предотрывных и отрывных явлений в турбулентных пограничных слоях. К одному из таких случаев будет привлечено внимание в конце доклада.

Простейшей, но достаточно наглядной иллюстрацией релаксации скоростей в сечениях пограничного слоя из-за возмущения, вызванного введением в него твердых препятствий, может служить опыт [1]. Прут диаметром $d=12,5$ мм помещался параллельно стенке и нормально к потоку в сечении пограничного слоя толщиной $\delta_0 = 235$ мм. Возмущение распределения скорости релаксировалось вниз по потоку вдоль пограничного слоя. На фиг. 1 приведены две кривые затухания безразмерного возмущения осредненной продольной скорости $\Delta \langle u \rangle / v_*$ ($v_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$): первая для прута, помещенного на расстоянии от твердой поверхности $y/\delta_0 = 0,16$; вторая — для $y/\delta_0 = 0,59$. Длины релаксации оцениваются как 483 мм в первом случае и 1930 мм во втором, что говорит о сравнительно более длительной «памяти» у крупных вихрей. Внутренняя часть пограничного слоя быстрее возвращается к равновесному состоянию, чем внешняя, — факт, с которым постоянно придется встречаться в дальнейшем.



Фиг. 1

¹ Доклад на V Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике. Алма-Ата, 1981.

Наличие наследственных (релаксационных) явлений в турбулентных пограничных слоях — вопрос не новый. Однако ясности в том, когда необходимо пользоваться релаксационным уравнением вместо классической формулы Буссинеска, а когда можно обойтись без этого усложнения, не было. Отсутствовал также обоснованный метод расчета турбулентного пограничного слоя при наличии его неравновесности, вызванной теми или другими возмущениями. Надо заметить, что этот вопрос находится в стадии разработки.

Укажем обзоры исследований в интересующей нас сейчас области гидродинамики. Отдельные работы будут освещены далее. Обзор зарубежных исследований в этом направлении можно найти в [2]. Краткое содержание этих исследований приведено в [3].

Настоящий доклад содержит обзор некоторых новых работ и дальнейшее развитие основных идей в рассматриваемом направлении.

2 Аналогия между ламинарным сдвиговым движением максвелловской вязкоупругой жидкости и турбулентным сдвиговым потоком. Как известно, вообще под процессом релаксации понимают возвращение выведенной из равновесного состояния физической величины к ее равновесному состоянию.

Примером процесса релаксации служит имеющее основное значение для дальнейшего явление релаксации сдвигового напряжения в ламинарном движении максвелловской вязкоупругой жидкости.

Уравнение Максвелла (точка над буквой соответствует производной по времени)

$$\dot{\gamma} = \tau G^{-1} + \tau \mu^{-1} \quad (2.1)$$

является простейшим определяющим соотношением для вязкоупругих жидкостей, где τ — касательное сдвиговое напряжение, $\dot{\gamma} = du/dy$ — деформационная скорость сдвига, G — модуль сдвига, μ — динамический коэффициент «структурной» вязкости вязкоупругой жидкости.

Вводя обозначение $\lambda = \mu/G$, перепишем (2.1) в форме (2.2)

$$\lambda \dot{\tau} + \tau = \mu \dot{\gamma} = \mu du/dy \quad (2.2)$$

Если, начиная с некоторого момента времени $t=0$, положить скорость деформации сдвига, равной нулю ($du/dy=0$), то интегралом уравнения (2.2) в этом предположении будет служить

$$\tau = \tau_0 \exp(-t/\lambda) \quad (2.3)$$

где τ_0 — напряжение в момент прекращения деформирования. Обращает на себя внимание то, что напряжение τ не сразу обращается в нуль, как это было бы в обычной ньютоновской жидкости, а будет релаксировать согласно уравнению (2.3). Величина λ является «временем релаксации» напряжений сдвига в вязкоупругой жидкости. Полагая время релаксации λ в уравнении (2.2) равным нулю, получим обычную для сдвигового движения ньютоновской жидкости формулу $\tau = \mu du/dy$.

В вязкоупругих жидкостях скорость распространения возмущений конечна, в чем легко убедиться, подставив в динамическое уравнение одномерного сдвигового движения

$$\rho du/dt = \partial \tau / \partial y \quad (2.4)$$

вместо ньютоновского $\tau = \mu du/dy$ максвелловское значение τ (2.2). В результате будем иметь

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \lambda \frac{\partial^2 \tau}{\partial t \partial y}$$

Используя уравнение (2.4), исключим из последнего соотношения член $\partial^2 \tau / \partial t \partial y$. В результате получаем линейное уравнение в частных производных

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\nu}{\lambda} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.5)$$

относящееся к гиперболическому типу. Это «телеграфное» уравнение, в котором конечная скорость распространения возмущений w определяется корнем квадратным из коэффициента при второй производной по y в правой части уравнений (2.5) и равна

$$w = \sqrt{\nu/\lambda} = \sqrt{\nu G/\mu} = \sqrt{G/\rho} \quad (2.6)$$

показывает «волновой» характер распространения возмущений в вязкоупругих движениях.

К числу вязкоупругих жидкостей относятся высоковязкие смолы, пасты, некоторые растворы полимеров. Все эти жидкости обладают заметными релаксационными свойствами, «запоминают» предысторию потока и имеют конечную скорость распространения возмущений.

Наличие у вязкоупругих максвелловских жидкостей конечной скорости распространения возмущений приводит к наблюдаемым в их движениях наследственным процессам, сближающим эти движения с турбулентными движениями любой ньютоновской среды (жидкостей, газов). Такая общность явлений уже давно наталкивала исследователей на мысль о существовании аналогии между этими двумя, казалось бы, столь разнородными движениями среды². Вскоре будет выяснено, что эта аналогия не является полной. Тем не менее ее эвристическое значение неоспоримо; в дальнейшем воспользуемся этой аналогией.

Можно привести много соображений в пользу существования указанной аналогии. Так, например, в сравниваемых движениях имеются специфические микро- и макро-«структуры»: молекулярная в вязкоупругой жидкости, молярная, вихревая в турбулентно движущихся жидкостях и газах. Характерная для первой из них «деструкция» наблюдается и в вихревой структуре. Это — известное каскадное измельчение вихрей, сопровождаемое ослаблением релаксационных свойств. В [4] показано, что турбулентные движения малой интенсивности и с мелкомасштабной вихревой структурой «запоминают» предысторию потока, т. е. обладают основным релаксационным свойством. Подчеркнем, что, как уже упоминалось при описании опыта [4], это свойство усиливается при переходе к крупномасштабным вихревым образованиям.

Интересно отметить, что оба сравниваемые в аналогии движения среды сопровождаются при протекании сквозь цилиндрические трубы некруглого сечения или через призматические трубы так называемыми «вторичными» течениями.

3. Локальная и релаксационная модели турбулентной жидкости по Буссинеску и Максвеллу. Буссинеску [5] принадлежит исторически первая модель турбулентных движений, получившая широкие практические применения и в ряде случаев с успехом используемая до настоящего времени. Согласно этой модели, турбулентное движение среды рассматривается как движение некоей гипотетической ньютоновской «турбулентной жидкости» и в простейшем случае плоского сдвигового турбулентного движения ей приписывается следующее определяющее соотношение для сдви-

² По-видимому, первое упоминание об этой аналогии нашло место в статье Р. С. Ривлина (Rivlin R. S., Quart. Appl. Mathem., 1957, v. 15, № 212).

гового напряжения:

$$\tau = -\rho \langle u'v' \rangle = \rho \nu_t \partial \langle u \rangle / \partial y \quad (3.1)$$

аналогичное закону вязкости Ньютона, но с кинематическим коэффициентом турбулентной вязкости ν_t , на много порядков превышающим соответствующий коэффициент обычной, молекулярной вязкости. В частности, из опытов над турбулентными атмосферными движениями воздуха [6] следует, что динамический коэффициент «турбулентной вязкости» воздуха следовало бы принять равным соответствующему коэффициенту вязкости сиропа, а кинематический коэффициент — коэффициенту вязкости сапожной ваксы.

Необходимость отказа от простой модели Буссинеска привела к поиску модели, лишенной ее недостатков. Покажем, что такого рода моделью может с достаточной степенью достоверности служить обобщенная на случай турбулентного движения модель Максвелла (2.1). На смену гипотетической «турбулентной жидкости» Буссинеска приходит новая, также гипотетическая «турбулентная жидкость» Максвелла с определяющим соотношением (2.2), обобщенным непосредственно на случай турбулентного движения путем формальной замены кинематического коэффициента вязкости ν на его турбулентный аналог ν_t и времени релаксации в ламинарном движении λ на время релаксации λ_t в турбулентном движении.

Примем для одномерного турбулентного сдвигового движения следующее релаксационное уравнение Максвелла:

$$\lambda_t \frac{d \langle u'v' \rangle}{dt} + \langle u'v' \rangle = -\nu_t \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \quad (3.2)$$

где кроме только что отмеченной замены ν на ν_t и λ на λ_t использовано известное выражение рейнольдсова сдвигового напряжения $\tau = -\rho \langle u'v' \rangle$, отнесенное к единичной плотности.

Скорость распространения возмущений в турбулентных движениях будет при этом, согласно (2.6) и принятой аналогии, равна

$$w_t = \sqrt{\nu_t / \lambda_t} \quad (3.3)$$

При $\lambda_t = 0$, т. е. при нулевом значении времени релаксации, а тем самым и при бесконечной скорости распространения турбулентных возмущений ($w_t = \infty$), формула (3.2) переходит в (3.1).

На основе указанной А. М. Обуховым аналогии с динамикой разряженных газов уравнение типа (3.2) было использовано в работе [7], где излагается аналитическое исследование соответствующего (3.2) волнового уравнения [ср. с (2.5)]. В [8] использовалось аналогичное уравнение в задаче о влиянии полимерных добавок на пристенное турбулентное движение.

Чтобы указать явный вид входящей в уравнение (3.2) производной от напряжения по времени, необходимо предварительно познакомиться с основными принципами составления определяющих соотношений в механике сплошных сред.

4. Основные принципы построения моделей сплошных сред и их ограниченная применимость в случае турбулентных движений. В [9] сформулированы следующие основные принципы, которым должны удовлетворять определяющие соотношения моделей сплошных сред.

Принцип детерминизма. Напряженное состояние среды в данный момент зависит только от предшествующих ее состояний.

Этот принцип соблюдается во всех, как в ламинарных (включая вязкоупругие жидкости), так и в турбулентных, движениях сплошной среды.

Принцип локального действия. Взаимодействие между частями сплошной среды осуществляется через непосредственный контакт, т. е. передается от частицы к частице только близкодействием. Предыстория сказывается через последовательные во времени, но смежные части среды.

Основная особенность структуры турбулентных движений, заключающаяся в механизме образования сдвиговых турбулентных напряжений (турбулентного трения) путем переноса количества движения конечных по размеру масс среды на расстояния порядка лагранжева интегрального масштаба длин (сравнимого с характерным масштабом длин в осредненном движении), делает турбулентный поток противоречащим принципу локального действия.

Принцип материальной объективности требует наличия инвариантности определяющего соотношения как по отношению к галилееву преобразованию от одной инерциальной системы отсчета к другой, так и неинерциальному преобразованию к равномерно вращающейся системе отсчета.

Первая часть этого принципа — инвариантность по отношению к галилеевому преобразованию, — естественно, должна выполняться как при ламинарных, так и турбулентных движениях среды. Не так обстоит дело со второй частью принципа. Характерное время молекулярного механизма образования сдвигового напряжения имеет порядок отношения длины свободного пробега молекул к скорости их теплового движения. Это время очень мало по сравнению с обычно наблюдаемыми периодами вращения систем отсчета, если, конечно, исключить вращения со сверхвысокими угловыми скоростями. В случае ламинарного движения среды такое различие в характерных временах лишает это преобразование влияния на образование сдвигового напряжения, что приводит к возможности выполнения условия инвариантности по отношению к преобразованию к вращающейся системе отсчета. Однако, как это выясняется в теории движения неньютоновских жидкостей [10], при переходе от одномерного случая движения к общему пространственному случаю, выполнение условия только что отмеченной инвариантности требует особого, не совпадающего с обычным выражения входящей в определяющее соотношение производной по времени от сдвигового напряжения.

В случае турбулентного движения это не так. Характерное время турбулентного механизма образования сдвигового рейнольдсова напряжения имеет порядок лагранжева интегрального временного масштаба, сравнимого по величине с характерным масштабом времени осредненного движения.

Условие инвариантности по отношению к преобразованию к равномерно вращающейся системе отсчета в случае турбулентного движения не выполняется. При переходе к вращающейся, неинерциальной системе отсчета при рассмотрении турбулентных движений должны вводиться центробежные и кориолисовы силы. Отсутствие необходимости подвергать определяющее соотношение в случае турбулентного движения удовлетворению второй части принципа материальной объективности отпадает, что и будет тотчас использовано.

5. Релаксационное уравнение сдвигового плоского движения максвелловской турбулентной жидкости. Опираясь на неприменимость к турбулентному движению второй части принципа материальной объективности, воспользуемся следующей отсюда свободой в выборе задания вида полной производной и сохраним для нее обычную форму «индивидуальной» производной поля осредненных скоростей; положим, считая осредненное движение стационарным и плоским:

$$\frac{d\tau}{dt} = \langle u \rangle \frac{\partial \tau}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (5.1)$$

При таком допущении обобщенное на случай турбулентного движения уравнение (3.2) перейдет в следующее:

$$\lambda_t \langle u \rangle \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial x} + \lambda_t \langle v \rangle \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial y} + \langle u'v' \rangle = -v_t \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \quad (5.2)$$

Определяя продольную и поперечную длины (путей) релаксации по формулам

$$L_x = \lambda_t \langle u \rangle, \quad L_y = \lambda_t \langle v \rangle \quad (5.3)$$

придем к следующей форме искомого релаксационного уравнения:

$$L_x \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial x} + L_y \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial y} + \langle u'v' \rangle = -v_t \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \quad (5.4)$$

В этом уравнении две неизвестные величины длин релаксации выражаются, согласно (5.3), через одну неизвестную величину λ_t , характеризующую время релаксации возмущений в турбулентном пограничном слое.

В [11] уравнение (5.4) получено из соображений, не связанных с вышеупомянутой аналогией. Изложим один из предложенных в [11] выводов уравнения (5.4), основанный на использовании уравнения переноса сдвиговых рейнольдсовых напряжений, в рассматриваемом частном случае плоского стационарного движения [12]

$$\begin{aligned} \langle u \rangle \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial y} = - \langle v'^2 \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} - 2\nu \left(\left\langle \frac{\partial u'}{\partial x} \frac{\partial v'}{\partial x} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial u'}{\partial y} \frac{\partial v'}{\partial y} \right\rangle \right) + \\ + \left\langle \frac{p'}{\rho} \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) \right\rangle - \frac{\partial \langle u'v'^2 \rangle}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle u'p' \rangle}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 \langle u'v' \rangle}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Это уравнение подвергается ряду упрощений [11]. В предположении, что рейнольдсово число достаточно велико, отбрасываются члены, содержащие обычную молекулярную вязкость. Затем опускаются как сравнительно малые производные по y от членов третьего порядка $\langle u'v'^2 \rangle$ и $\langle u'p' \rangle$. Остающийся (третий) член в правой части разлагается на два слагаемых, из которых первое связывается с осредненным деформационным движением и принимается равным

$$c_1 \langle q^2 \rangle \partial \langle u \rangle / \partial y \quad (5.6)$$

а второе определяется наличием турбулентных пульсаций и выражается как

$$-c_2 \varepsilon (\langle q^2 \rangle)^{-1} \langle u'v' \rangle \quad (5.7)$$

где $\langle q^2 \rangle$ — удвоенная средняя кинетическая энергия пульсаций скорости, а ε — диссипация; c_1 и c_2 — постоянные коэффициенты.

Таким образом, уравнение (5.5) приводится к виду

$$\langle u \rangle \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial y} = (c_1 \langle q^2 \rangle - \langle v'^2 \rangle) \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} - c_2 \frac{\varepsilon}{\langle q^2 \rangle} \langle u'v' \rangle \quad (5.8)$$

Несколько обобщая традиционные допущения, обычно применяемые при замыкании уравнений переноса, и имея в виду размерность коэффициента при последнем члене в (5.8) справа, его принимают за величину, обратную характерному времени λ_t процесса, полагая

$$c_2 \varepsilon (\langle q^2 \rangle)^{-1} = \lambda_t^{-1} \quad (5.9)$$

Величину λ_t трактуют как время релаксации рейнольдсова напряжения сдвига, а величину

$$(\langle v'^2 \rangle - c_1 \langle q^2 \rangle) \lambda_t \quad (5.10)$$

имеющую размерность кинематического коэффициента вязкости, — как соответствующий коэффициент турбулентной вязкости ν_t . Умножая обе части уравнения (5.8) на λ_t , получим уравнение (5.2).

Определяя по предыдущему продольную и поперечную длины релаксации выражениями (5.3), придем, очевидно, к релаксационному уравнению (5.4).

Заметим, что вывод релаксационного уравнения, использованный в [11], имеет некоторое преимущество по сравнению с предложенным здесь простым выводом того же уравнения на основании аналогии между турбулентным движением любой ньютоновской среды и движением вязкоупругой жидкости.

Прежде всего укажем, что обоснование релаксационного уравнения (5.4), хотя и упрощенное рядом приемлемых допущений, содержит полезную информацию — уравнение переноса касательных рейнольдсовых напряжений. Это придает уравнению (5.4) некоторое теоретическое обоснование и вместе с тем подтверждает правильность выбранного здесь выражения для производной (5.1). Затем привлекает к себе интерес полученное в [11] выражение (5.9) пропорциональности времени релаксации отношению осредненной кинетической энергии пульсаций к диссипации, правда, непосредственно вытекающее из соображений размерности.

В дальнейшем эта связь никак не используется. Вместо нее делается допущение о пропорциональности времени релаксации лагранжеву временному масштабу или, что более доступно для экспериментального определения, эйлерову временному масштабу Λ , выражаемому известной предельной формулой

$$\Lambda = \frac{1}{2\pi} \lim_{k \rightarrow 0} (E(k) / \langle u'^2 \rangle)$$

позволяющей находить эйлеров временной масштаб по спектральной кривой при волновом числе k , стремящемся к нулю. Принимая во внимание конечность величин этих временных масштабов и определение кинематического коэффициента вязкости как произведения средней квадратичной поперечной пульсации скорости на временной масштаб, можно, пользуясь формулой (3.13), показать, что скорость распространения возмущений в турбулентном потоке имеет тот же порядок, что и интенсивность турбулентности, т. е. конечна по величине.

Отмеченные оценки времени релаксации и скорости распространения сдвигового напряжения поясняют существование в турбулентных движениях ньютоновских жидкостей и, конечно, газов, эффектов наследственности.

При интегрировании релаксационного уравнения (5.4) длины релаксации L_x и L_y предполагаются заданными наперед функциями координат, а в общем случае неравновесного турбулентного пограничного слоя с продольным перепадом давления, вероятно, еще функциями форм-параметров. Этот вопрос не может пока считаться вполне разрешенным. Некоторые сведения о выборе закономерностей изменения длин релаксации L_x и L_y имеются в [2].

По этому поводу выскажем лишь следующее общее соображение. Отсутствие в уравнении переноса касательного рейнольдсова напряжения производных давления по координатам говорит о том, что релаксационное уравнение (5.4) не должно содержать явное влияние распределения скорости на внешней границе пограничного слоя на форму уравнения (5.4). В этом проявляется общее свойство универсальности определяющих соотношений динамики сплошных сред. В интересующем случае турбулентного пограничного слоя $\langle u \rangle \gg \langle v \rangle$, но отсюда, конечно, еще не следует, что и

$$L_x \partial(-\langle u'v' \rangle) / \partial x \gg L_y \partial(-\langle u'v' \rangle) / \partial y$$

так как может оказаться, что

$$\partial(-\langle u'v' \rangle) / \partial x \ll \partial(-\langle u'v' \rangle) / \partial y$$

Вообще говоря, в равновесных турбулентных пограничных слоях оба первых члена должны быть сохранены. Под равновесными пограничными слоями понимают слои со слабо изменяющимися вдоль по потоку характеристиками осредненного потока, что соответствует почти постоянным значениям форм-параметра в сечениях пограничного слоя и балансу порождения и диссипации турбулентности. Образцами такого рода равновесных

движений могут служить турбулентные потоки вдоль бесконечно длинных цилиндрических труб, а также в турбулентных пограничных слоях на продольно обтекаемых пластинках. В общих случаях турбулентных пограничных слоев такая равновесность может и не существовать. Количественная характеристика равновесности потока в турбулентном пограничном слое будет указана далее.

Проведенные расчеты [2] в равновесных пограничных слоях показывают, что в этих случаях релаксационные члены в уравнении (5.4) малы по сравнению с рейнольдсовыми сдвиговыми напряжениями и могут быть опущены. Это означает, что в расчетах равновесных турбулентных пограничных слоев допустимо пользование теориями, основанными на локальной формуле (3.1).

При наличии заметной неравновесности турбулентного пограничного слоя в продольном направлении в уравнении (5.4) можно пренебречь поперечным релаксационным членом по сравнению с продольным и пользоваться этим уравнением в форме ($L_x=L$, $L_y=0$)

$$L \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial x} + \langle u'v' \rangle = -\nu_t \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \quad (5.11)$$

При этом, как показывают результаты обработки экспериментальных данных, в полной аналогии с частным случаем поперечной длины релаксации — «пути смешения», характеризуемого законом $l=\kappa y$, где $\kappa=0,4$, — можно принять степенную зависимость длины релаксации L от продольной координаты x

$$L=ax^m \quad (5.12)$$

и, в частности, линейную зависимость $L=ax$ со слабо различающимися в отдельных конкретных случаях значениями константы a , близких к $\kappa=0,4$ в теории «пути смешения».

6. Экспериментальная проверка возможности применения релаксационного уравнения. Линейное при задании величины L в виде $L=ax$ уравнение (5.12) имеет интеграл в конечной форме

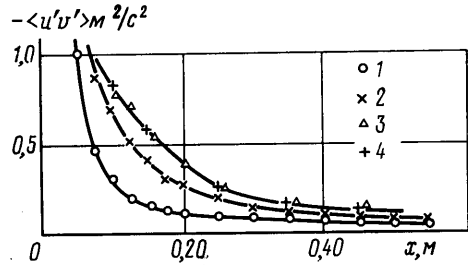
$$\langle u'v' \rangle_x = \langle u'v' \rangle_{x_0} \left(\frac{x}{x_0} \right)^{-1/a} - \frac{x^{-1/a}}{a} \int_{x_0}^x \nu_t(\xi) \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right) \xi^{1/a-1} d\xi \quad (6.1)$$

Здесь a — параметр, $x=x_0$ — начальное значение x , а $\langle u'v' \rangle_{x_0}$ — величина $\langle u'v' \rangle$, выбранная в невозмущенном потоке.

В [2] подробно рассмотрены три случая конкретной проверки справедливости релаксационного уравнения. Остановимся здесь на рассмотрении двух из них, имеющих непосредственное отношение к турбулентным пристенному и свободному пограничным слоям.

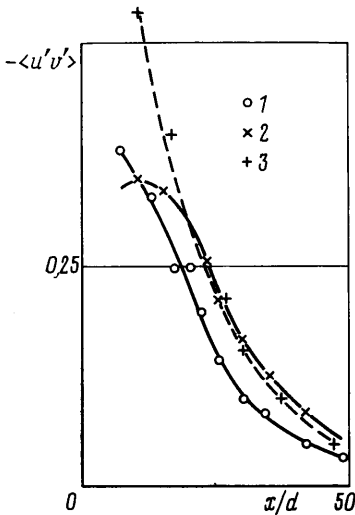
В первом случае исследуется пространственный турбулентный пограничный слой на продольно обтекаемой пластине с изолированным бугорком шероховатости на ее поверхности, имеющим форму полусферы. Проводится сравнение турбулентной характеристики $-\langle u'v' \rangle$ в невозмущенном и возмущенном этим бугорком турбулентных пограничных слоях. Ось x выбиралась в продольном направлении потока, ось y — по нормали к поверхности пластины. Было принято $L=0,31x$, $\nu_t=14,2 \cdot 10^{-4}$ м²/с (приближенное среднее значение замеренного в сечениях слоя), $\partial \langle u \rangle / \partial y$ определялось графически по экспериментальному распределению осредненной скорости. Сравнялись значения $-\langle u'v' \rangle$, рассчитанные по локальной теории, основанной на гипотезе Буссинеска (кривая 1, фиг. 2) и по ре-

лаксационной формуле (6.1) (кривые 2, 3 соответствуют значениям $a=0,31; 0,41$) с непосредственно замеренными значениями $-\langle u'v' \rangle$ (кривая 4). Привлекает внимание (фиг. 2) резкое расхождение кривой, рассчитанной по локальной теории с экспериментальной. Кривая, полученная по релаксационной формуле (6.1), обнаруживает при $L=0,31x$ явную тенденцию к сближению с экспериментальной, а при $L=0,43x$ полностью с нею совпадает. В [13] исследовались релаксационные явления в плоском динамическом и температурном турбулентных пограничных слоях с возмущениями в виде погруженных в пограничный слой препятствий, имевших форму прямоугольных параллелепипедов. При опытах по теплоотдаче нижняя стенка трубы подогревалась и поддерживалась постоянным и одинаковым вдоль стенки потоком тепла.

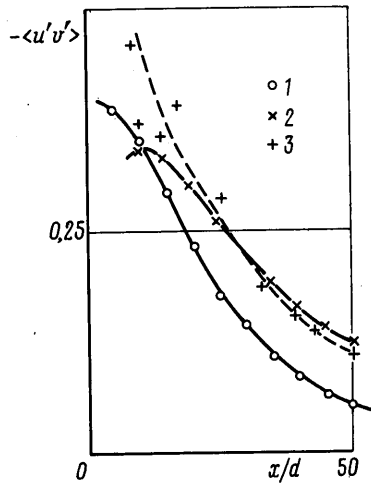


Фиг. 2

Авторы подвергли детальному анализу область пограничного слоя, следующую за точкой прилипания к стенке оторвавшегося с препятствия турбулентного пограничного слоя. Был отмечен указанный ранее рост



Фиг. 3



Фиг. 4

интенсивности релаксации величин реинольдсова напряжения и соответственно турбулентного переноса тепла при удалении от стенки. Изучалось спектральное распределение осредненной кинетической энергии по волновым числам. Было отмечено наличие сложного взаимодействия крупномасштабных вихрей с мелкомасштабными, генерируемыми вблизи стенки, и высказано мнение о необходимости дальнейшего уточнения релаксационного уравнения (5.4).

Полагаем, что дальнейшее обобщение уравнения (5.4) могло бы пойти по пути применения к турбулентным движениям известного обобщения уравнения Максвелла (2.2), предложенного в [14]

$$\sum_{n=0}^N a_n D^n \tau = \sum_{m=0}^M \beta_m D^m \gamma$$

где D — дифференциальный оператор d/dt , a_n и β_n — константы.

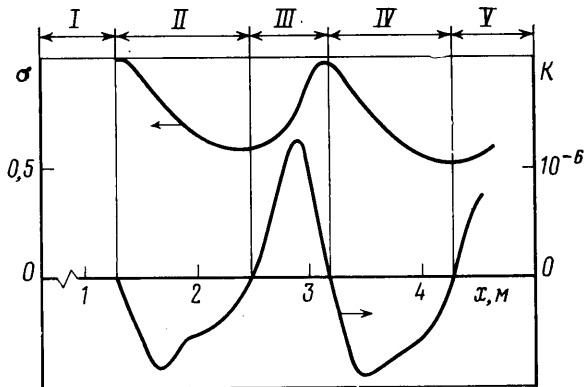
В качестве второго примера, иллюстрирующего проявление релаксации сдвигового напряжения, в [2] рассматривается турбулентное движение в следе за цилиндром. Сохраняя направление осей: x — вдоль следа по оси симметрии, y — нормально к этой оси в плоскости следа, приведем сравнительные графики (фиг. 3 и 4) распределения вдоль следа при заданном y величины $-\langle u'v' \rangle$, полученные в результате расчета по локальной теории (кривая 1), по решению (6.1) релаксационного уравнения и по непосредственным замерам (кривые 2 и 3). Чтобы подтвердить ранее уже отмеченный рост интенсивности «наследственности» в крупномасштабных вихрях по сравнению с мелкомасштабными, величина $-\langle u'v' \rangle$ определялась при $d=40$ мм для двух расстояний от оси следа в его плоскости: $y=30$ мм (фиг. 3) и 60 мм (фиг. 4) при соответствующих значениях $a=0,41$ и 0,38. Кривые на фиг. 3 и 4 отчетливо показывают, что: 1) различия между значениями $-\langle u'v' \rangle$, рассчитанными по (6.1) и по локальной теории, значительны, причем они возрастают с переходом от мелкомасштабных к более крупным по масштабу вихрям и 2) расчет по решению (6.1) релаксационного уравнения дает хорошее совпадение с опытными данными.

Рассмотренные только что случаи релаксационных процессов в турбулентных пограничных слоях являются сравнительно частными. Значительно ббльший интерес представляет рассмотрение явлений наследственности в диффузорных и особенно предотрывных областях турбулентных пограничных слоев на гладких поверхностях.

7. Релаксационные явления в турбулентных пограничных слоях со знакопеременными продольными производными давления. Широкую область для теоретического рассмотрения релаксации сдвигового рейнольдсова напряжения в турбулентных пограничных слоях с непрерывно следующими вдоль потока друг за другом конфузорными ($dp/dx < 0$) и диффузорными ($dp/dx > 0$) участками представляет экспериментальное исследование турбулентного пограничного слоя [15]. Экспериментальному исследованию подвергался турбулентный пограничный слой в аэродинамическом плоском канале на пластине, на которой благодаря наличию гибкой противоположной стенки создавался градиент давления переменного знака. Соответствующее полю давлений распределение квадрата скорости $\langle u_e \rangle^2$ на внешней границе пограничного слоя, отнесенной к квадрату начального ее значения $\langle u_{e0} \rangle^2$ при входе потока в рабочий участок $\sigma = (\langle u_e \rangle / \langle u_{e0} \rangle)^2$, а также форм-параметра $K = v(\langle u_e \rangle)^{-2} (d\langle u_e \rangle / dx)$ показаны на фиг. 5. Как видно из рисунка, после участка I с нулевым градиентом давлений ($dp/dx = 0$) следует участок II с положительным градиентом давления ($dp/dx > 0$), соответствующим диффузорному характеру пограничного слоя, т. е. убыванию скорости на внешней его границе вдоль потока, затем конфузорный участок III с отрицательным градиентом давления ($dp/dx < 0$) и возрастающей вдоль потока скоростью $\langle u_e \rangle$ и, наконец, опять диффузорный участок IV с возрастающим давлением ($dp/dx > 0$). На выходе из рабочей трубы наблюдается конфузорный участок V ($dp/dx < 0$).

Принятое распределение скорости на внешней границе было выбрано так, чтобы в диффузорных зонах отсутствовал отрыв пограничного слоя, а в конфузорных — восстановление ламинарного режима. Такой своеобразный внешний поток с повторно знакопеременной продольной произ-

водной давления, по-видимому, не использовался до сих пор в расчетах турбулентных пограничных слоев. В опытах наряду с другими турбулентными характеристиками определялись значения $-\langle u'v' \rangle$. Результаты измерения $\Omega = -\langle u'v' \rangle (\langle u_{eo} \rangle)^{-2}$ приведены на фиг. 6 и 7. Можно заметить, что на участке II ($1,9 < x < 2,3$) экспериментальные кривые соответствуют обычным представлениям о распределении рейнгольдсовых напряжений; об этом напоминают отрезки прямых на рисунках слева, соответствующие известному линейному закону распределения полного напряжения трения вблизи стенки при $dp/dx < 0$.



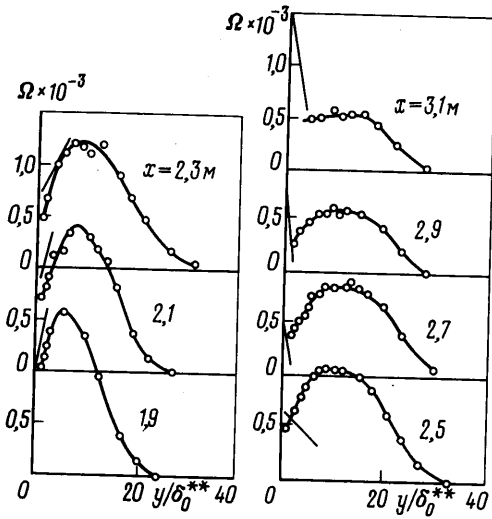
Фиг. 5

Удивление может вызвать распределение рейнгольдсова напряжения в непосредственно следующем за диффузорным участком II конфузорным участком III ($2,5 < x < 3,1$). Обнаруживается, что в этом конфузорном участке при $dp/dx < 0$ распределение рейнгольдсова напряжения сохраняет ту же форму, что в предыдущем диффузорном участке, релаксируя к концу участка III. Отрезки прямых, показанные слева, напоминают, что в непосредственной близости к стенке, в вязком подслое, линейная закономерность для вязкой составляющей напряжения трения сохраняется.

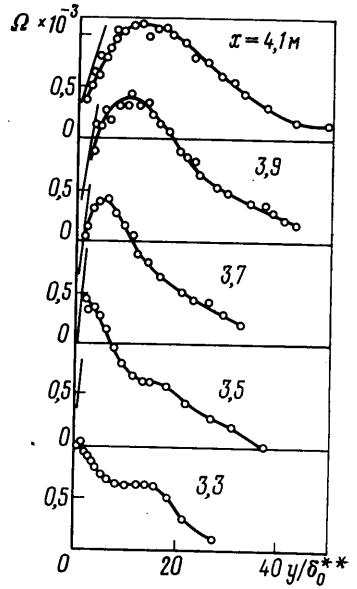
Можно отметить, что последний замеренный профиль при $x=3,1$, так же как и профиль при $x=3,3$, потерял форму, соответствующую диффузорной зоне, но восстанавливает ее в последующих сечениях диффузорного участка IV ($3,3 < x < 4,1$).

Приведенные на фиг. 6 и 7 кривые иллюстрируют тот факт, что влияние внешнего распределения давления на турбулентный пограничный слой не сразу сказывается на распределении турбулентных характеристик в сечениях пограничного слоя, а с некоторым «запаздыванием», связанным с наличием у турбулентного потока «памяти» о предыстории потока.

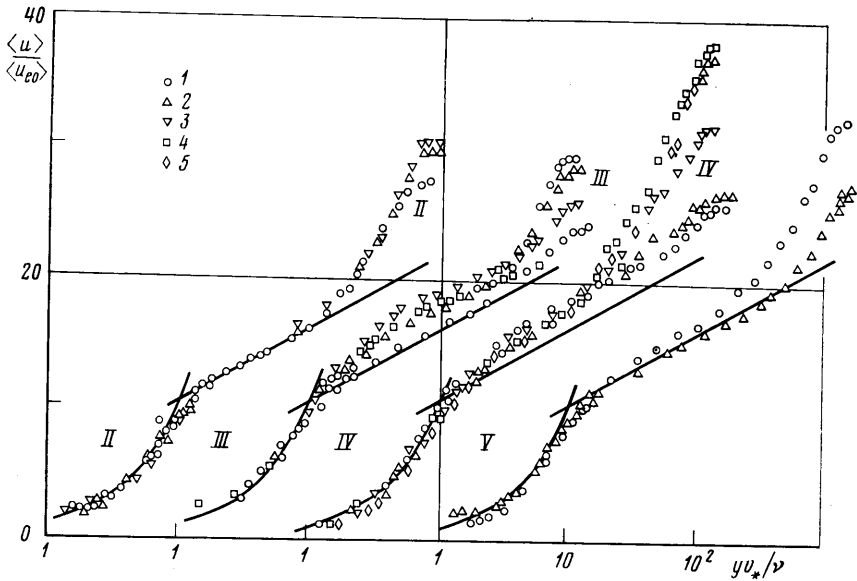
Подтвердим релаксационное свойство турбулентного движения графиками распределения скоростей. На фиг. 8 в области II точкам 1–3 соответствуют значения параметра $x=1,9; 2,1; 2,3$ м; в области III точкам 1–4 – значения $x=2,5; 2,7; 2,9; 3,1$; в области IV точкам 1–5 – значения $x=3,3; 3,5; 3,7; 3,9; 4,1$; в области V точкам 1, 2 – значения $x=4,28; 4,45$ м. Наибольший интерес представляет рассмотрение распределения скоростей в логарифмической и находящейся над ней внешней областях. Во внешней области турбулентного пограничного слоя влияние релаксации сказывается существенно, причем оно резко проявляется в более отдаленных от твердой границы точках сечений пограничного слоя – областях с более крупными масштабами вихрей. Если бы не было явления



Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8

«наследственности», то универсальные профили скоростей в конфузурной области III имели бы форму, близкую к указанной светлыми точками на универсальной кривой области V с характерной, сравнительно широкой областью справедливости логарифмического закона.

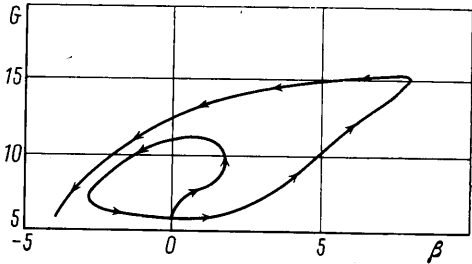
Рассмотренный пограничный слой относится к числу «неравновесных», в сечениях которого не выполняется условие постоянства форм-параметра (определение равновесности дано в п. 5)

$$\beta = \delta^* \tau_w^{-1} dp/dx$$

Далее за меру неравновесности принимаем отношение двух интегралов «дефектов» скорости

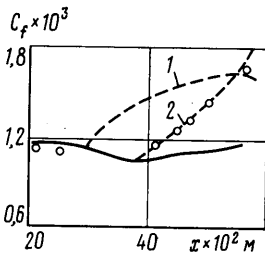
$$G = \left[\int_0^{\infty} \left(\frac{\langle u_e \rangle - \langle u \rangle}{v_*} \right)^2 dy \right] \left[\int_0^{\infty} \left(\frac{\langle u_e \rangle - \langle u \rangle}{v_*} \right) dy \right]^{-1}$$

Начальные точки кривой $G=G(\beta)$ (фиг. 9) расположены вблизи $\beta=0$, что соответствует условию $dp/dx=0$ на участке I. Далее следует спиральное удаление от равновесности, причем наибольшее удаление наблюдается при $\beta>0$, т. е. там, где $dp/dx>0$. При $\beta<0$ ($dp/dx<0$), т. е. на участке V кривая приближается к равновесности. Диаграмма на фиг. 9 показывает, что в рассматриваемом случае имеет место явно неравновесный турбулентный пограничный слой. В [15] не содержится анализа наблюдаемых релаксационных явлений и ничего не говорится о возможности их описания локальными или релаксационными теориями.

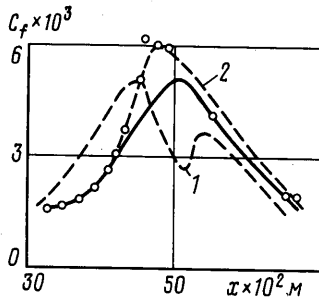


Фиг. 9

Указанный недостаток [15] был восполнен аспирантом ЛПИ В. В. Зябриковым, применившим для доказательства релаксационности сдвигового напряжения те же приемы, что и изложенные в п. 6. Судя по полученным, пока еще предварительным результатам, в рассматриваемом сложном по распределению давлений пограничном слое кривые распределения вели-



Фиг. 10



Фиг. 11

чины $-\langle u'v' \rangle$, полученные по релаксационной теории, близки к экспериментальным, но резко, особенно в интервале $x=3,5-3,9$ м, отличаются от рассчитанных по локальной теории.

В последнее время появилось много, по большей части американских, работ, учитывающих релаксационные явления при расчете турбулентных слоев. В этих работах используется простая, непосредственно следующая из определения релаксации любой величины формула для кинематического коэффициента турбулентной вязкости ν_t . Эта формула выбирается в виде (индекс t у коэффициента ν_t опущен)

$$\nu = \nu_0 + (\nu_p - \nu_0) [1 - \exp(-\Delta x/l)]; \quad l=5-10\delta$$

Здесь ν_0 — турбулентная вязкость в сечении, где начинается релаксационный процесс, ν_p — локальное равновесное значение коэффициента ν

в данном сечении, Δx — расстояние от начального сечения до данного, l — длина релаксации, измеряемая обычно в частях толщины пограничного слоя в начальной точке [16].

Чтобы учесть разницу между информациями, переносимыми мелко-масштабными и крупномасштабными вихрями, длина релаксации должна быть функцией поперечной к направлению потока в пограничном слое координате y [16]; однако учет этого обстоятельства не оказался особенно заметным. Этот факт подтверждается и предыдущими опытами [2], где длина релаксации определялась как линейная функция только продольной координаты при незначительном изменении коэффициента пропорциональности a для разных y .

Не входя в детали расчета, приведем в заключение [17] две серии кривых для коэффициента трения на поверхности c_f , рассчитанных для различных турбулентных пограничных слоев по обычному двухслойному методу с поправкой на влияние распределения давления и по предыдущей формуле, учитывающей релаксацию. На фиг. 10, 11 сплошная кривая соответствует исходной модели, штриховые линии 1—2 — модели с учетом градиента давления и релаксационной модели, точки — экспериментальным данным. Длина релаксации l от случая к случаю изменялась во много раз. Как показали опыты, величина эта зависит от рейнولدсова числа пограничного слоя и коэффициента давления. Обычные значения l можно оценить как $l=5-10\delta$.

В заключение заметим, что обнаруженная в последнее время и отраженная в настоящем докладе тенденция необходимости при расчете неравновесных турбулентных пограничных слоев учета наличия в них релаксационных процессов потребует от исследователей дальнейших длительных поисков. На этом пути стоят еще немалые трудности, связанные главным образом с разработкой обоснования выбора того или иного закона изменения длин релаксации. Можно думать, что увеличение числа расчетов и накопление опытных результатов направит исследователя на более обоснованное установление искомых закономерностей и тем самым создаст прочную основу для применения релаксационных уравнений в практических расчетах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Клаузер Ф. Турбулентный пограничный слой.— В кн.: Проблемы механики. Вып. 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1959, с. 297—340.
2. Builjtes P. J. H. Memory effects in turbulent flows. Afdeling der Werktuigbouwkunde, WTHD, 97, Techn. Hogeschool, Delft Univ. of Technology, April, 1977.— Preprint of doctor's thesis, 1977, 125 p.
3. Лойцянский Л. Г. Наследственные явления в турбулентных пограничных слоях.— Водные ресурсы, 1981, № 3, с. 52—59.
4. Crow S. C. Viscoelastic properties of finegrained incompressible turbulence.— J. Fluid Mech., 1968, v. 33, № 1, p. 1—20.
5. Boussinesq J. Essai sur la théorie des eaux courants.— Mem. pres. par div. savants Acad. Sci., Paris, 1877, v. 23, p. 666—680.
6. Лойцянский Л. Г. Аэродинамика пограничного слоя. Л.— М.: Гостехиздат, 1944, с. 274.
7. Чусов М. А. Релаксационные процессы в развитом турбулентном потоке.— В кн.: Турбулентные течения. М.: Наука, 1974, с. 100—110.
8. Городцов В. А., Леонов А. И. О снижении сопротивления турбулентного трения в упруговязких жидкостях.— В кн.: Турбулентные течения. М.: Наука, 1974, с. 111—130.
9. Noll W. A mathematical theory of the mechanical behavior of continuous media.— Arch. Rat. Mech. Anal., 1958, v. 2, № 3, p. 197—226. Трудселл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. М.: Мир, 1975, с. 150—154.
10. Астарига Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неьютоновских жидкостей. М.: Мир, 1978, с. 231—247.
11. Hinze J. O. Gedächtniseffekte in der Turbulenz.— ZAMM, 1976, B. 56, S. 403—415.

12. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, т. 1. М.: Наука, 1965, с. 321.
13. Шланчаускас А. А., Пядишюс А. А., Зигмантас Г. П. Теплоперенос в турбулентном пограничном слое при наличии возмущений и их релаксации.— В кн.: Теплообмен — VI. Т. 1, Ч. 2, Минск, 1980, с. 185—196.
14. Уилкинсон У. Л. Неньютоновские жидкости. М.: Мир, 1964, с. 31.
15. Tsuji J., Morikawa G. Turbulent boundary layer with pressure gradient alternating in sign.— Aeron. Quart., 1976, v. 27, № 1, p. 15—28.
16. Bradshaw P. Effects of streamline curvature on turbulent flow. AGARD, Göttingen, AG — 169, Aug. 1973. 96 p.
17. Hortsman C. C. Turbulence model for nonequilibrium adverse pressure gradient flows.— AJJA Journal, 1977, v. 15, № 2, p. 131—132.

Ленинград

Поступила в редакцию
7.IX.1981