

УДК 533.6.011.8

О ПОТОКАХ ЭНЕРГИИ К СФЕРЕ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

ЛАРИНА И. Н., РЫКОВ В. А.

В основу рассмотрения обтекания сферы двухатомным газом (азотом) положена система модельных кинетических уравнений [1]. Уравнение для одноатомного газа получается из первого уравнения этой системы, если формально принять долю неупругих столкновений равной нулю. Сведения о численном методе решения кинетических уравнений содержатся в [1, 2].

Расчеты стационарного обтекания сферы проводились как для одноатомного, так и двухатомного газов с вязкостью $\mu(T_i)$ по модели потенциала Леннарда-Джонса. Аналитическое выражение для $\mu(T_i)$ строилось из условия аппроксимации табличных значений вязкости

$$\mu(T_i) = T_i^{3/2} \frac{\psi(B)}{\psi(BT_i)}, \quad \psi(t) = 0,767 + 0,233t^{-1/2} \exp[-1,17(t-1)]$$

$$B = \frac{kT_\infty}{\epsilon}$$

Здесь $T_i = T_i'/T_\infty$ — безразмерная температура поступательных степеней свободы, отнесенная к температуре набегающего потока; ϵ — глубина потенциальной ямы, k — постоянная Больцмана.

Взаимодействие газа с поверхностью тела принималось диффузным с полной accommodation энергии поступательных и вращательных степеней свободы.

В такой же постановке обтекание сферы рассмотрено в работе [1], в которой основное внимание уделено исследованию силового воздействия потока на обтекаемое тело. Настоящая работа является продолжением [1] и посвящена изучению энергообмена между телом и обтекающим его разреженным газом. Расчеты велись с использованием следующих безразмерных параметров: числа Кнудсена $Kn = \lambda_\infty/D$, температуры тела $T_w = T_w'/T_\infty$, скорости набегающего потока $S = U_\infty(2kT_\infty/m)^{-1/2}$ и отношения B , входящего в закон вязкости.

Пусть поток энергии к сфере есть Q , а Q_f — его свободномолекулярное значение. Для сравнения безразмерных потоков энергии к сфере в одноатомном и двухатомном газах введем отношение $Q_0 = Q/Q_f$. При температурах тела T_w , меньших равновесной температуры двухатомного газа, имеет место приближенное равенство безразмерных потоков Q_0 для одноатомного и двухатомного газов, если величины S , T_w , B и Kn в обоих течениях одинаковы [3].

При гиперзвуковом обтекании тупых тел решение кинетических уравнений, построенное в специальных безразмерных переменных, не зависит от величины S [1]. Поэтому в задаче присутствуют лишь три безразмерных параметра: число Рейнольдса $Re_0 = \rho_\infty U_\infty D / \mu(T_0)$, температура поверхности тела $\theta_w = T_w'/T_0$ и параметр $B_0 = kT_0/\epsilon$. Здесь T_0 — температура адиабатического торможения газа. В условиях, когда температура газа перед телом порядка комнатной и выше, зависимость решения от параметра B_0 , как показывают расчеты, является несущественной. Поэтому основными параметрами, от которых зависит Q_0 , остаются Re_0 и θ_w . Выход на предельный режим обтекания можно проследить по графику зависимости Q_0 от величины S при фиксированных Re_0 и θ_w на фиг. 1. Расчеты проводились на основе S -модельного уравнения для одноатомного газа [4] при $Re_0 = 2,85$ и значениях $\theta_w = 0,85$ (сплошная кривая) и $\theta_w = 0,2$ (пунктирная кривая). Параметр B в расчетах принимал значения 0,26 и 2,98, что соответствует условиям обтекания сферы струей, истекающей из сопла, и условиям движения тела в атмосфере.

Различие величин Q_0 для существенно разных значений B составляет 1% при $\theta_w = 0,2$ и 3% при $\theta_w = 0,85$. Это говорит о том, что параметр B_0 действительно является несущественным и кривую зависимости Q_0 от Re_0 , построенную для условий эксперимента в струе, можно использовать для натуральных условий, но с тем же значением θ_w . Когда в расчетах принимался степенной закон вязкости $\mu = T_i^\omega$, то различие кривых $Q_0 = Q_0(Re_0)$ при $\omega = 1/2$ и $\omega = 1$ достигало 10%. Это показывает эффект влияния закона вязкости на зависимость потока энергии от числа Рейнольдса.

Если числа S таковы, что гиперзвуковая стабилизация еще не наступила, но вязкость уже имеет предельное выражение $\mu = T_i^{1/2}$ и не зависит от B_0 , то поток энергии Q_0 есть функция только от Re_0 , θ_w и S .

В свободномолекулярном течении поток энергии Q на тело является линейной функцией температуры тела T_w . Расчеты, выполненные на основе модельных кинетических уравнений для азота при $S = 7$, $B = 0,26$ и значениях $T_w = \{4; 8; 12; 16\}$, показывают, что поток энергии Q на сферу линейно зависит от T_w для достаточно горячих

тел. Расчет, выполненный для более низкой температуры поверхности тела $T_w=1$ при $Re_0=3,5$, показал, что происходит отклонение от линейного закона в сторону уменьшения абсолютного значения Q . Это связано с образованием около поверхности холодного тела слоя газа с высокой плотностью, который уменьшает эффективное число Кнудсена и тем самым влияет на процесс теплопередачи. Значения безразмерного потока энергии на тело $Q=-2Q'/mn_\infty v_0^3$ $v_0=(2kT_\infty/m)^{1/2}$ приводятся в таблице.

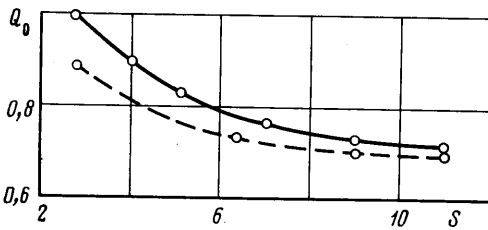
Re_0	$T_w=1$	2,8	4	8	12	16
0,78	—	—	807	570	328	101
3,5	816	757	704	496	232	68
6	—	—	673	478	230	76

На фиг. 2 сопоставляются численные результаты с экспериментальными данными работы [5], в которой рассматривалось обтекание цилиндра со сферическим затуплением потоком азота со скоростями $S \geq 10$. В эксперименте измерялся поток энергии E_1 на единичный элемент поверхности в лобовой точке. Результаты измерений представлены в виде зависимости числа Стантона St от параметра разреженности K_r^2 :

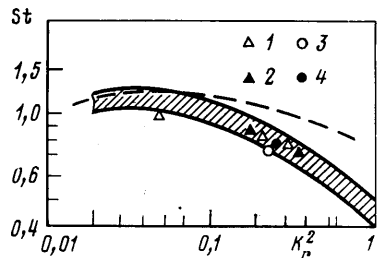
$$St = \frac{E_1}{S(T_0 - T_w)} \frac{\gamma - 1}{\gamma}, \quad K_r^2 = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left(\frac{1 + \theta_w}{2} \right)^{1/2} Re_0$$

Параметр K_r^2 применен в [5] для корреляции данных.

Данные эксперимента нанесены заштрихованной полосой. Штриховой линией нанесен результат [6], полученный при $S=10$ и $T_w=1$. Результаты расчетов настоящей работы приводятся как для одноатомного (1, 2) так и для двухатомного (3, 4)



Фиг. 1



Фиг. 2

газов. Данные, отвечающие на фиг. 2 цифре 1, получены при $S=7$, $\theta_w=0,25$, $B=0,26$, цифре 2 — при $S=9$, $\theta_w=0,1$, $B=2,98$, цифре 3 — при $S=9$, $\theta_w=0,07$, $B=0,26$, цифре 4 — при $S=9$, $\theta_w=0,21$, $B=0,26$. Представленные на фиг. 2 данные показывают, что численные и экспериментальные результаты хорошо согласуются.

Таким образом, обмен энергией между газом и обтекаемым телом правильно описывается модельным кинетическим уравнением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ларина И. Н., Рыков В. А. Исследование обтекания сферы двухатомным разреженным газом. — В кн.: Численные методы в динамике разреженных газов. Вып. 4. М.: Изд-во ВЦ АН СССР, 1979, с. 52–68.
2. Ларина И. Н. Исследование обтекания холодной сферы потоком разреженного газа при очень больших числах Маха. — В кн.: Численные методы в динамике разреженных газов. Вып. 4. М.: Изд-во ВЦ АН СССР, 1979, с. 39–51.
3. Ларина И. Н., Рыков В. А. Влияние вращательных степеней свободы молекул на потоки энергии в разреженном газе. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 5, 119–124.
4. Шахов Е. М. Об обобщении релаксационного кинетического уравнения Крука. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 5, с. 142–145.
5. Coleman G. T., Metcalf S. C., Berry C. J. Heat transfer to hemisphere cylinders and bluff cylinders between continuum and free molecular flow limits. — Rarefield Gas

- Dynamics / Ed. Potter J. L. Progress in Astronautics and Aeronautics. V. 51. Princeton Univ., 1977, D.16-1-D.16-11.
6. Bird G. A. Aerodynamic properties of some simple bodies in the hypersonic transition regime. — AIAA Journal, 1966, v. 4, № 1, p. 55-67.

Москва

Поступила в редакцию
12.VI.1980

УДК 533.6.011.8

АПРОКСИМИРУЮЩЕЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ СЛАБО НЕРАВНОВЕСНЫХ СОСТОЯНИЙ ПОЛИАТОМНЫХ ГАЗОВ

СУЕТИН П. Е., ЧЕРМЯНИНОВ И. В., ЧЕРНЯК В. Г.

Успехи кинетической теории полиатомных газов связаны главным образом с вычислением коэффициентов переноса, выводом уравнений гидродинамического типа и описанием релаксационных процессов в неограниченном пространстве. В последние годы значительно возрос интерес к граничным проблемам динамики разреженных газов, в том числе полиатомных (кнудсеновский слой, внешние и внутренние течения при промежуточных значениях числа Кнудсена и т. д.). Теоретическое решение такого рода задач существенно упрощается, если вместо уравнения Больцмана используются аппроксимирующие кинетические уравнения.

В работе [1] для построения модельных кинетических уравнений развит метод максимизации энтропии. Основной недостаток полученного в [1] модельного уравнения состоит в том, что, не обладая достаточным числом свободных параметров, оно не дает правильного описания процесса релаксации некоторых важных макропараметров, например той составляющей теплового потока, которая обусловлена наличием внутренних степеней свободы молекул. Этот недостаток был исправлен в работе [2], в которой получено аппроксимирующее кинетическое уравнение для двухатомного газа (рассматриваются только вращательные степени свободы) с максвелловским законом межмолекулярного взаимодействия. В [2] приводится усреднение кинетического уравнения по всевозможным направлениям вектора собственного момента импульса молекул и по энергии вращательного движения.

В работе [3] аппроксимирующие кинетические уравнения для полиатомных газов строятся обобщенным методом Гросса — Джексона. В явном виде записано уравнение третьего приближения при разложении интеграла столкновений по собственным функциям и собственным значениям. Аналогичное уравнение получено в работе [4] методом равных моментов. При этом отличие от результатов [3] обусловлено тем, что в [4], во-первых, используются иные выражения для моментов интеграла столкновений и, во-вторых, допущена ошибка в выражении для равновесного значения средней внутренней энергии молекул.

Общий недостаток существующих аппроксимирующих уравнений в том, что они позволяют корректно учесть лишь один вид внутренней энергии молекул, например вращательной. Кроме того, некоторые из этих уравнений получены для максвелловских молекул и после усреднения не учитывают деталей межмолекулярного взаимодействия. Последнее обстоятельство может привести при решении конкретных задач к значительной ошибке, по крайней мере в количественном отношении.

Цель данной работы заключается в построении такого аппроксимирующего кинетического уравнения, которое, во-первых, корректно учитывало бы возможность возбуждения как вращательных, так и колебательных степеней свободы молекул и, во-вторых, было бы справедливо для любого закона межмолекулярных взаимодействий.

Состояние молекулярного газа будем описывать функцией распределения

$$f_{ij} \equiv f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}, E_i^{(r)}, E_j^{(v)}), \quad \text{где } t, \mathbf{r}, \mathbf{v} - \text{соответственно время, радиус-вектор, вектор}$$

скорости молекулы, а $E_i^{(r)}, E_j^{(v)}$ — энергии i -го вращательного и j -го колебательного уровней. Предполагается, что состояние газа близко к равновесному и, следовательно, функция распределения мало отличается от максвелловской

$$f_{ij} = P_i^{(r)} P_j^{(v)} f_0 (1 + h_{ij}), \quad f_0 = n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT_0} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{mv^2}{2kT_0} \right) \quad (1)$$