

для волн с  $5 < \delta_1 < 20$ . В сильных волнах с  $\delta_1 > 50$ , по-видимому, не будет отличия параметров отраженных волн в воде с пузырьками углекислого газа и азота. При увеличении объемного содержания газа в жидкости указанный диапазон интенсивности волн, где параметры отраженных волн зависят от растворимости, несколько расширяется.

Для этого достаточно сравнить зависимости 2 и 4 на фиг. 3, построенные для двухфазных систем с различным объемным содержанием газа. Другой важный параметр состояния двухфазной среды — давление. Увеличение давления приводит к резкому сокращению диапазона интенсивности ударных волн, где влияние растворимости газа заметно. Для того чтобы убедиться в этом, достаточно сравнить зависимости 4 и 5 на фиг. 3, построенные при различном начальном давлении в среде 1 и 10 бар соответственно. Как видно, при  $p_0 = 10$  бар растворимость газа проявляет себя в волнах  $\delta_1 < 10$ . В связи с постановкой задачи, где предполагается полное растворение или полная конденсация газа за волной в жидкости, при расчете кривой 5 не учитывали возможное изменение степени растворимости газа с повышением начального давления.

Выполненные эксперименты вместе с данными из [5], построение расчетной модели и их анализ показали, что растворимость или конденсация газа в жидкости наиболее существенно способствуют изменению параметров отраженных волн для умеренно сильных исходных возмущений с перепадами давления на фронте  $\delta_1 < 50$ . В связи с отмеченными особенностями, когда коэффициент повышения давления за волной может достигать  $p_2 p_1^{-1} = 10 - 20$ , для системы оказываются одинаково опасными и возмущения малой интенсивности с  $\delta_1 < 5$ . Указанная особенность динамических процессов в двухфазных средах всегда должна учитываться при рассмотрении аварийных ситуаций. Основным способом снижения влияния растворимости газа может оказаться простое повышение среднего давления в установке.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гельфанд Б. Е., Губин С. А., Козарко С. М., Тимофеев Е. И. Прохождение ударных волн через границу раздела в двухфазных газожидкостных средах. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 6, с. 58.
2. Гельфанд Б. Е., Губин С. А., Тимофеев Е. И. Отражение плоских ударных волн от твердой стенки в системе пузырьки газа — жидкость. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2, с. 174.
3. Campbell L. J., Pitcher A. Shock waves in al liquid containing gas bubbles. — Proc. Roy. Soc., 1958, v. A243, № 1235, p. 534.
4. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р., Кузнецов В. В., Малых Н. В. Экспериментальное исследование ударных волн в жидкости с пузырьками газа. — В кн.: Волновые процессы в двухфазных системах. Новосибирск, 1975, с. 54.
5. Борисов А. А., Гельфанд Б. Е., Губайдуллин А. А. и др. Усиление ударных волн в жидкости с пузырьками пара. — В кн.: Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, 1977, с. 67.
6. Гриб А. А., Рябинин А. Г., Христианович С. А. Об отражении плоской ударной волны в воде от свободной поверхности. — ПММ, 1956, т. 20, вып. 4, с. 532.

Москва

Поступила в редакцию  
7.IV.1980

УДК 532.542.4+533.697.3

#### РАСЧЕТ ПРОЦЕССА ТОРМОЖЕНИЯ ВЯЗКОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА ГАЗА В КАНАЛАХ

КОЗЛОВ В. Е., САБЕЛЬНИКОВ В. А.

Исследован процесс торможения вязкого сверхзвукового неравномерного потока газа в плоских и осесимметричных каналах. Предложена модификация формулы Праудтля для турбулентной вязкости, учитывающая зависимость длины пути смешения от значения осевого числа Маха. Проведено сравнение результатов расчета с известными экспериментальными данными по торможению сверхзвукового потока в дозвуковом «псевдоскачке».

1. Рассматривается случай, когда в канале перед областью перехода от сверхзвукового режима течения к дозвуковому имеют место достаточно толстые пограничные слои (так называемый режим «псевдоскачка» [1, 2]). Повышенный уровень статического давления на выходе из канала влияет на дозвуковую часть пограничного

слоя выше по течению, в результате чего на начальной части псевдоскачка (где неприменимо приближение пограничного слоя) образуется неравномерный поток с обширной пристенной зоной дозвуковых скоростей. Протяженность начальной части псевдоскачка, по имеющимся экспериментальным данным [3], составляет примерно один диаметр канала при значении числа Маха на входе в канал  $M \approx 3,2$ . В дальнейшем будем полагать, что длина начального участка на других режимах течения будет такой же. Оставшаяся часть течения (протяженность которой порядка десяти диаметров канала) является предметом рассмотрения данной работы. Используемый здесь конечно-разностный метод расчета такого течения [4], как и известные интегральные методы (см., например, [1–3, 5]), основан на приближении пограничного слоя.

Решается следующая система уравнений:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{dp}{dx} + \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \epsilon y^i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{y^i} \frac{\partial (\rho v y^i)}{\partial y} = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{u^2}{2} + \frac{k p}{(k-1)\rho} = \text{const} \quad (1.3)$$

$$\rho \epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \rho \epsilon \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \beta_1 \left( 1 + \frac{\epsilon}{e} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \right) \frac{\rho \epsilon^2}{e} + \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \epsilon \kappa_1 y^i \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) \quad (1.4)$$

$$\epsilon = l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|, \quad l = \lambda \delta \quad (1.5)$$

Здесь  $x, y$  — прямоугольная система координат (ось  $x$  направлена по оси канала);  $u, v$  — соответственно продольная и поперечная компоненты скорости;  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность;  $k$  — показатель адиабаты;  $e$  — энергия турбулентности;  $\epsilon$  — коэффициент турбулентной вязкости;  $l$  — длина пути смешения;  $\delta$  — характерная толщина слоя смешения;  $\beta_1 = 0,07$ ,  $\kappa_1 = 1,2$  — эмпирические константы;  $i=0$  соответствует плоскому, а  $i=1$  — осесимметричному случаю.

Соотношение (1.1) — это уравнение сохранения количества движения в продольном направлении, (1.2) — уравнение неразрывности, (1.3) — условие постоянства энтальпии торможения (это условие используется ради простоты: как известно, оно выполняется при равенстве единице турбулентного числа Прандтля, теплоизолированных стенок и однородных начальных условиях для энтальпии торможения), (1.4) — полуэмпирическое уравнение турбулентности, предложенное в [6], и (1.5) — формула Прандтля для турбулентной вязкости [7] с модифицированным параметром  $\lambda$ .

Следуя [6], для безотрывных течений из (1.1)–(1.3) можно получить выражение, связывающее  $dp/dx$  с параметрами потока в данном сечении [4]. При этом оказывается, что при постоянной площади сечения канала рассматриваемый здесь режим с повышением давления ( $dp/dx > 0$ ) осуществляется, когда параметры потока в каждом сечении удовлетворяют условию

$$\int_0^R (M^2 - 1) y^i dy > 0 \quad (1.6)$$

На оси канала использовались граничные условия скольжения

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = 0 \quad (1.7)$$

Такие же граничные условия ставились и на стенках канала, что соответствует пренебрежению влиянием сил трения на развитие потока. Ясно, что принятое допущение оправдано лишь для течений с сильной неравномерностью средней скорости, основное развитие которых происходит на небольших длинах порядка десяти диаметров канала (к этому случаю относится и течение в псевдоскачке).

2. Современные полуэмпирические модели турбулентности, использующие дифференциальные уравнения для характеристик турбулентности (таких, как энергия и масштаб), непригодны для описания течения в сверхзвуковом слое смешения (см., например, [8]). Авторам известна лишь одна попытка усовершенствовать модель турбулентности для описания сверхзвукового турбулентного слоя смешения, но принятый в [8] подход еще недостаточно обоснован. Что касается более простых алгеб-

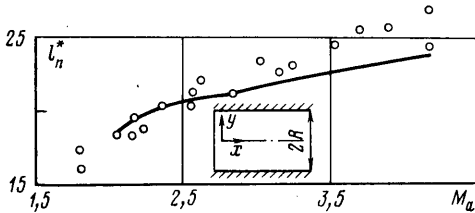
раических моделей турбулентности, то в [9] предложена эмпирическая зависимость, связывающая коэффициент турбулентной вязкости с числом Маха на оси струи. В данной работе используется аналогичный подход: параметр  $\lambda$ , входящий в формулу Прандтля для турбулентной вязкости (1.5), считается зависящим от числа Маха на оси канала  $M_c$ , т. е.  $\lambda = \lambda(M_c)$ .

В результате расчетов краевой задачи для автомодельного плоского слоя смешения методом [10] была подобрана зависимость  $\lambda = \lambda(M_c)$ , учитывающая наблюдаемое в экспериментах уменьшение толщины слоя смешения с ростом числа Маха (использовалась приведенная в [3] аппроксимация экспериментальных данных разных авторов)

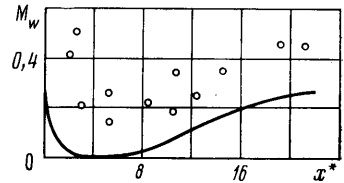
$$M_c \leq 1,2, \quad \lambda = 0,09; \quad 1,2 < M_c < 3,6, \quad \lambda = 0,09 - 0,024(M_c - 1,2)^{1/2} \quad (2.1)$$

$$3,6 \leq M_c \leq 4,8, \quad \lambda = 0,053$$

Выбранная алгебраическая модель турбулентности удовлетворительно описывает плоский слой смешения несжимаемой жидкости, а в сверхзвуковом случае благодаря (2.1) учитывает уменьшение толщины слоя смешения с ростом числа Маха.



Фиг. 1



Фиг. 2

Основным недостатком предлагаемой модификации (2.1) является ее нелокальность. Отметим также, что в каждом конкретном случае течения в канале необходимо убедиться в обоснованности применения соотношения (2.1), поскольку оно получено из анализа частного случая течения в слое смешения. Видимо, использование (2.1) наиболее обоснованно в тех случаях, когда характер течения в канале близок к слою смешения, т. е. при больших неравномерностях скорости.

3. Исследовались течения с существенной неравномерностью в начальном профиле средней скорости. На начальный профиль скорости были наложены следующие ограничения: 1) требовалось выполнение условия (1.6); 2) течение везде должно носить безотрывный характер (так как используемый алгоритм [4] пригоден лишь для расчета течений с  $u > 0$ ).

В результате начальная неравномерность задавалась следующей зависимостью:

$$0 \leq y \leq y_1, \quad u = u_e; \quad y_2 \leq y \leq R, \quad u = u_w \quad (3.1)$$

$$y_1 < y < y_2, \quad u = u_e + (u_e - u_w)(y_1 - y_2)^{-1}(y - y_1)$$

Здесь  $R$  — радиус канала, а индекс  $e$  относится к параметрам потока на оси в начальном расчетном сечении. Таким образом, к числу параметров задачи кроме числа Маха  $M_c$  относятся следующие величины, характеризующие неравномерность потока в начальном сечении: отношение пристенной скорости к осевой  $u_w/u_e$ ; относительная толщина пристенной зоны  $(R - y_2)/R$ ; относительная толщина зоны линейного изменения скорости  $(y_2 - y_1)/R$ . Подбором этих параметров можно удовлетворить всем указанным выше условиям (и, в частности, условию, что течение близко к слою смешения с малой спутностью, пока поток не затормозится до  $M_e \approx 1$ ).

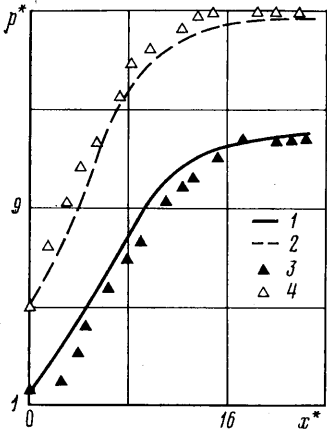
За конечное сечение псевдоскачка в расчетах условно принималось сечение, в котором разница между предельным значением давления и текущим значением составляет 3% от повышения давления во всем псевдоскачке. Такое определение длины псевдоскачка обеспечивает при  $M_e \approx 2$  совпадение расчетных и экспериментальных данных для осесимметричного течения.

Влияние начальной неравномерности потока на длину псевдоскачка исследовалось в окрестности следующей точки пространства параметров:  $M_e = 2$ ;  $u_w/u_e = 0,1$ ;  $(R - y_2)/R = 0,2$ ;  $(y_2 - y_1)/R = 0,1$ . Расчеты показали, что увеличение  $u_w/u_e$  в 2 раза приводит к увеличению длины псевдоскачка на 9% в плоском случае и на 5% в осесимметричном; уменьшение  $(R - y_2)/R$  в 2 раза не привело к изменению длины псевдоскачка в плоском случае и привело к увеличению длины на 3% в осесимметричном, а увеличение  $(y_2 - y_1)/R$  в 2 раза привело к изменению длины псевдоскачка на 2% в плоском случае и на 5% в осесимметричном. Тем самым параметры начальной неравномерности (удовлетворяющие условию (1.6) и другим перечисленным

условиям) слабо влияют на длину псевдоскачка, что согласуется с экспериментальными данными [11] для случая достаточно толстых пограничных слоев в начальном сечении.

На фиг. 1 приведено изменение безразмерной длины псевдоскачка  $l_n^* = l_n/R$  для осесимметричного случая в зависимости от числа Маха  $M_a$ . Параметр  $M_a$  — число Маха эквивалентного равномерного потока с теми же значениями массы, энергии и импульса, что и неравномерный поток при  $u_w/u_e = 0,2$ ;  $(R-y_2)/R = 0,2$ ;  $(y_2-y_1)/R = 0,1$  (все дальнейшие расчеты проводились для этого набора параметров). Согласование расчетных и экспериментальных данных [12], как следует из фиг. 1, вполне удовлетворительное (кривая соответствует расчетным, а точки — экспериментальным данным).

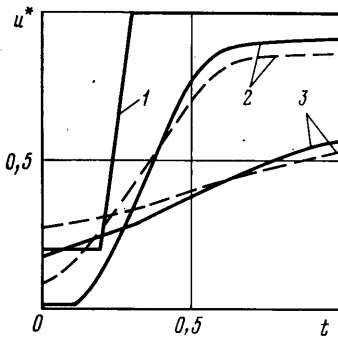
На фиг. 2 приведено сравнение расчетных данных (сплошная линия) с экспериментальными данными [13] (точки) для пристенных значений числа Маха  $M_w$  по



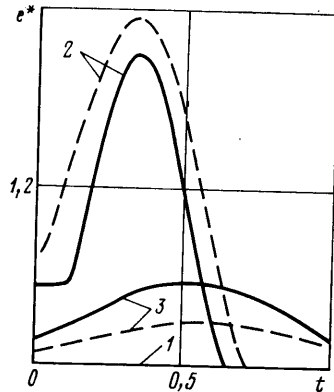
Фиг. 3

длине канала  $x^* = x/R$  (течение осесимметричное,  $M_a = 3,2$ ; измерения в эксперименте [13] проводились на расстоянии от стенки канала  $\Delta y/R = 0,01$ ). На фигуре опущен ряд экспериментальных точек, расположенных в диапазоне  $0 \leq x^* \leq 4$ ;  $0,6 \leq M_w \leq 1,4$ . Видно, что расчетные данные качественно согласуются с экспериментальными. На фиг. 3 приведено сравнение расчетных кривых распределения безразмерного статического давления  $p^* = p/p_a$  по длине канала  $x^* = x/R$  с экспериментальными данными [13] для разных чисел Маха  $M_a$  (течение осесимметричное; кривые 1, 2 — расчетные данные для  $M_a = 3,2$ ; 3, 8 соответственно, 3, 4 — экспериментальные данные для  $M_a = 3,2$ ; 3,8). При построении фиг. 3 расчетные данные были сдвинуты вдоль оси  $x$  так, чтобы экспериментальная точка с наименьшим значением статического давления попадала бы на соответствующую расчетную кривую. После произведенного сдвига совпадение расчетных и экспериментальных данных хорошее.

На фиг. 4, 5 представлены безразмерные расчетные профили средней скорости  $u^* = u/u_e$  и энергии турбулентности  $e^* = 10^2 \cdot e/u_e^2$  в различных сечениях канала  $x^* = x/R = 0, 5, 20$  (соответственно кривые 1,



Фиг. 4



Фиг. 5

2, 3 на фиг. 4, 5) для плоского и осесимметричного случаев (соответственно сплошные и пунктирные линии на фиг. 4, 5) для значения числа Маха  $M_e \approx 2$ . По оси абсцисс отложена величина  $t = (R-y)/R$ .

Расчетный уровень пульсаций скорости в конце зоны перехода ( $x/R \approx 20$ ) составляет  $\sqrt{e}/u \approx 0,4$  в осесимметричном случае и 0,2 в плоском случае, что значительно превышает значения, соответствующие развитому трубному течению. Полученный результат качественно согласуется с немногочисленными экспериментальными данными [2, 14].

Авторы благодарят А. Н. Секундова за обсуждение работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Крокко Л. Одномерное рассмотрение газовой динамики установившихся течений.— В кн.: Основы газовой динамики. М.: Изд-во иностр. лит., 1963, с. 64.
2. Зимонт В. Л., Острась В. Н. Торможение в псевдоскачке при сверхзвуковом течении в канале.— Тр. 4-х чтений Ф. А. Цандера. М., 1978, с. 37.
3. Зимонт В. Л., Острась В. Н. Расчет псевдоскачка в цилиндрическом канале.— Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 3, с. 40.
4. Козлов В. Е., Сабельников В. А. Численный метод расчета турбулентных струйных течений в каналах в приближении пограничного слоя.— Тр. ЦАГИ, 1979, вып. 1982, 27 с.
5. Гогин Л. В., Степанов Г. Ю. Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979. 367 с.
6. Кузнецов В. Р., Лебедев А. Б., Секундов А. Н., Смирнова И. П. Расчет турбулентного диффузионного факела горения с учетом пульсаций концентрации и архимедовых сил.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 1, с. 30.
7. Патанжар С. В., Сполдинг Д. Б. Тепло- и массообмен в пограничных слоях. М.: Энергия, 1971. 127 с.
8. Oh Y. H., Bushnell D. M. Influence of external disturbances and compressibility on free turbulent mixing.— NASA Langley Research Center, NASA SP-397.
9. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М.: Физматгиз, 1960. 715 с.
10. Расцупкин В. И., Секундов А. Н. О применимости приближения пограничного слоя для расчета плоского турбулентного слоя смешения.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 5, с. 35.
11. Гимранов Э. Г., Тарасов Ф. Ф. О длине псевдоскачка.— Тр. Уфим. авиац. ин-та, 1975, вып. 73, с. 86.
12. Neumann E. P., Lustwerk F. Supersonic diffusers for wind tunnels.— J. Appl. Mech., 1949, v. 16, № 2, p. 195.
13. Острась В. Н., Пензин В. И. Экспериментальное исследование силы трения в канале при наличии псевдоскачка.— Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 2, с. 151.
14. Гурьев В. Г., Трифионов А. К. Псевдоскачок в простейшем воздухозаборнике в виде цилиндрической трубы.— Уч. зап. ЦАГИ, 1976, т. 7, № 1, с. 130.

Москва

Поступила в редакцию  
26.VI.1980

УДК 532.546

### ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ С УЧЕТОМ ПРОБОПРИЕМНИКА ПРИ ОПРОВАНИИ ПЛАСТОВ ПРИБОРАМИ НА КАБЕЛЕ

СЕМЕНОВ А. В., ФИОНОВ А. И.

О фильтрационных свойствах исследуемых пород обычно судят по изменению давления в пробоприемнике (баллоне) опробователя, соединенном в единую гидравлическую систему с пластом. Широко распространен способ изучения коллекторских пластов по потоку, основанный на том, что известной депрессией из пласта вызывается приток, по характеру и интенсивности которого определяют свойства пласта [1].

В [1, 2] исследовался процесс восстановления давления без учета влияющего на динамику восстановления объема сжимающегося в приборе фильтра.

В статье исследуется восстановление давления в пласте с учетом баллона опробователя, чему ранее практически не уделялось внимания.

Сформулируем задачу для притока однофазной жидкости.

До момента  $t=0$  в однородном полубесконечном пласте существовал стационарный приток, вызванный большой возмущающей емкостью, с профилем давлений

$$t=0, \quad p=p_0 r_c/r \quad (1)$$

где  $p_0$  — депрессия или разность давлений между пластом и стоком,  $r_c$  — радиус полусферического стока.

В момент  $t=0$  приток в возмущающую емкость прекращается, при этом отсекается объем жидкости  $v$ , в дальнейшем участвующий в процессе восстановления. Из пласта продолжается приток, дожимающий жидкость до пластового давления, при этом масса жидкости в объеме  $v$  возрастает [1]

$$r=r_c, \quad \frac{dM}{dt} = q\rho = 2\pi r_c^2 \rho k\mu^{-1} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2)$$