3. *Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П.* Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной.– Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6, с. 1020–1050.
4. *Коул Р. Л.* Подводные взрывы. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 495 с.
5. *Жуков А. И.* Применение метода характеристик к численному решению одномерных задач газовой динамики.– Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова, 1960, т. 58, 150 с.
6. *Атанов Г. А.* Обобщение метода С. К. Годунова на расчет течений с отколом.– Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1978, т. 18, № 6, с. 1607–1612.

Донецк

Поступила в редакцию 17.VI.1980

УДК 532.526

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОГО ТЕЧЕНИЯ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ПРИ СИЛЬНОМ ВДУВЕ

ЕРОШЕНКО В. М., ЗАЙЧИК Л. И., РАБОВСКИЙ В. Б.

В рамках линейной теории рассмотрена устойчивость ламинарного течения в пограничном слое на плоской пористой пластине вблизи критической точки при сильном вдуве. Задача решена в невязком приближении. Рассчитаны нейтральные кривые, определены значения критических параметров и положение точки потери устойчивости. Получено, что протяженность области ламинарного течения прямо пропорциональна скорости вдува.

В литературе часто высказывается мнение, например [1], что вдув газа в противоположность отсосу снижает устойчивость пограничного слоя и способствует более раннему переходу к турбулентному режиму движения. Однако, как показывают результаты экспериментального исследования [2], в случае сильного вдува при безградиентном обтекании пластины наблюдается эффект стабилизации течения и рост критического числа Рейнольдса при увеличении скорости вдувания. При этом обнаружено, что механизм возникновения неустойчивости носит невязкий характер. Аналогичная ситуация имеет место и при обтекании плоской стенки вблизи критической точки.

При сильном вдуве вся область течения может быть разделена на две зоны – внешнюю и внутреннюю (пристенную). Во внешней зоне имеет место потенциальное течение, а во внутренней – вихревое, которое может быть рассчитано из решения уравнений движения в невязком приближении [3–5].

Расположим начало координат в критической точке, ось x направим вдоль стенки, а ось y – перпендикулярно стенке навстречу набегающему потоку. Во внешней зоне функция тока и составляющие скорости потенциального течения соответственно равны

$$\Psi=kx(y-\delta),\quad u_x=kx,\quad y_y=-k(y-\delta) \tag{1}$$

где k – постоянная, определяющая условия в набегающем потоке; δ – толщина пограничного слоя (внутренней вихревой зоны).

Функция тока и составляющие скорости в пристенной зоне определяются выражениями [3–5]

$$\Psi=-Vx\cos\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right),\qquad u_x=\frac{\pi V}{2\delta}x\sin\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right),\qquad u_y=V\cos\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right) \tag{2}$$

где V – скорость вдува.

Граница вихревой зоны находится из условия сопряжения распределений скорости во внешней (1) и внутренней (2) зонах $\delta=\pi V/2k$.

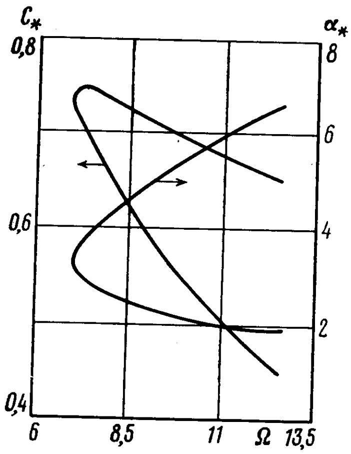
Следует отметить, что имеет место достаточно гладкое сопряжение, так как при $y=\delta$ совпадают не только функции тока во внешней и внутренней зонах, но и их первые и вторые производные по y, и лишь третьи производные терпят разрыв.

Исследуем устойчивость пристенного течения, описываемого соотношениями (2), в рамках линейной теории в предположении о локальном подобии возмущающего движения, т. е. принимая, что потеря устойчивости определяется свойствами потока в рассматриваемом сечении. Последнее допущение позволяет свести задачу к обыкновенному дифференциальному уравнению для амплитуды возмущений типа уравнения Орра – Зоммерфельда, которое с учетом наличия поперечной составляющей скорости движения имеет вид [6, 7]

$$i\alpha(u_x-C)(\varphi''-\alpha^2\varphi)-i\alpha\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}\varphi+u_y(\varphi'''-\alpha^2\varphi')-\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}\varphi'=\nu(\varphi^{\mathrm{IV}}-2\alpha^2\varphi''+\alpha^4\varphi) \quad (3)$$

где ν – коэффициент кинематической вязкости.

Подставим в уравнение (3) выражения для составляющих скорости из (2) и перейдем к безразмерным переменным, выбирая в качестве масштаба длины δ, а в качестве масштаба скорости kx. При интенсивном вдуве расчет устойчивости аналогично задаче об определении гидродинамических характеристик основного течения (2) может быть выполнен в невязком приближении, т. е. без учета правой части в уравнении (3). Тогда, обозначая безразмерные величины звездочкой снизу, из уравнения (3) получим



$$i\alpha_*\Omega\left[\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}y_*\right)-C_*\right)(\varphi_*''-\alpha_*^2\varphi_*)+\right.$$
$$\left.+\frac{\pi^2}{4}\sin\left(\frac{\pi}{2}y_*\right)\varphi_*\right]+ \quad (4)$$
$$+\cos\left(\frac{\pi}{2}y_*\right)\left[\varphi_*'''-\left(\alpha_*^2-\frac{\pi^2}{4}\right)\varphi_*'\right]$$

где $\Omega=kx/V$.

Ограничиваясь анализом возмущений, симметричных относительно внешней границы пристенной зоны, как наиболее опасных с точки зрения потери устойчивости, зададим граничные условия для уравнения (4) в виде

$$\varphi_*(0)=\varphi_*'(0)=0,\quad \varphi_*'(1)=0 \quad (5)$$

Для уравнения (4) с граничными условиями (5) ставится задача на собственные значения, из решения которой могут быть построены нейтральные кривые $\alpha_*(\Omega)$ и $c_*(\Omega)$ и определены критические параметры, соответствующие минимальному значению Ω. Задача решалась численным методом, предложенным в [9]. Полученные нейтральные кривые представлены на фигуре. Значения критических параметров равны $\Omega^*=7{,}002$, $\alpha_*^*=3{,}250$, $c_*^*=0{,}743$.

Зная Ω^*, можно найти положение точки потери устойчивости, т. е. оценить протяженность области ламинарного течения

$$x^*=\Omega^*V/k=2\Omega^*\delta/\pi$$

Следовательно, длина ламинарного участка при сильном вдуве, как и толщина внутренней вихревой зоны, прямо пропорциональна скорости вдува и обратно пропорциональна скорости жидкости в набегающем потоке.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
2. *Ермаков А. Л., Ерошенко В. М., Климов А. А., Мотулевич В. П., Терентьев Ю. Н.* Экспериментальное исследование устойчивости течения при интенсивном вдуве.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 6, с. 114–123.
3. *Wallace J., Kemp N.* Similarity solutions to the massive blowing problem.– AIAA Journal, 1969, v. 7, № 8, p. 1517–1523.
4. *Гершбейн Э. А., Тирский Г. А.* Течение вязкого теплопроводного многокомпонентного газа в ударном слое в окрестности притупления при интенсивных вдувах.– Науч. тр. Ин-та мех. МГУ, 1970, № 1, с. 46–57.
5. *Теленин Г. Ф., Шитова Л. Д.* Гидродинамика каналов с проницаемыми стенками. Теория исчезающей вязкости.– Науч. тр. Ин-та мех. МГУ, 1973, № 30, с. 4–90.
6. *Варапаев В. Н., Ягодкин В. И.* Об устойчивости течения в канале с проницаемыми стенками.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 5, с. 91–95.
7. *Chen T. S., Sparrow E. M., Tsou F. K.* The effect of mainflow transverse velocities in linear stability theory.– J. Fluid Mech., 1970, v. 50, № 4, p. 741–750.
8. *Сапожников В. А.* Решение задачи на собственные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений методом прогонки.– Тр. 2-го Всес. сем. по численным методам механики вязкой жидкости. Новосибирск, 1969, с. 220–235.

Москва

Поступила в редакцию
2.VII.1980