УДК 532.525.2

ОБ ИСТЕЧЕНИИ НЕДОРАСШИРЕННОЙ СТРУИ ВОДЫ

СЕМКО А. Н.

Сверхзвуковое истечение плоской недорасширенной струи воды, представляющее собой суперпозицию двух течений Прандтля – Майера, исследовалось в [1]. Было показано, что получение сплошной струи на режиме недорасширения невозможно – в центре струи всегда присутствует область разрушенного течения (откол). Движение в этой области не рассматривалось. В работе [2] рассмотрена численно методом [3] начальная стадия распространения ударной волны по цилиндрической струе воды. Было установлено, что в центре струи возникает откол; с возникновением откола расчет прекращался из-за отсутствия методов расчета таких течений.

В настоящей работе решена задача о сверхзвуковом истечении струи воды из цилиндрического сопла на режиме недорасширения. Расчеты проводятся с учетом откола. Приведены распределения параметров по струе. Показано, что область откола зависит от степени нерасчетности режима. Решение выполнено методом установления по разностной схеме [3], обобщенной на случай течений с отколами.

1. Пусть из сопла радиусом R в вакуум истекает на расчетном режиме сверхзвуковая струя со скоростью u_0. В начальный момент времени плоская стационарная ударная волна с давлением за фронтом p_1 достигает среза сопла и выходит в струю, так что истечение остается сверхзвуковым (поскольку скорость звука за ударной волной растет быстрее скорости воды, в общем случае это может не выполняться). Течение будем считать изоэнтропическим [4], а жидкость идеальной; начало координат поместим на срезе сопла, ось x направим по струе.

Математически задача сводится к решению системы уравнений газовой динамики со следующими начальными и граничными условиями:

$$\frac{\partial \rho r}{\partial t}+\frac{\partial \rho u r}{\partial x}+\frac{\partial \rho v r}{\partial r}=0$$

$$\frac{\partial \rho u r}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}[r(\rho u^2+p)]+\frac{\partial \rho u v r}{\partial r}=0 \qquad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho v r}{\partial t}+\frac{\partial \rho u v r}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial r}[r(\rho v^2+p)]=p$$

$$p=B\left[\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n-1\right] \qquad (1.2)$$

$$u(0,x,r)=u_0,\quad v(0,x,r)=0,\quad p(0,x,r)=0,\quad 0<x,\quad 0\leqslant r\leqslant R$$

$$u(t,0,r)=u_1,\quad v(t,0,r)=0,\quad p(t,0,r)=p_1\quad 0\leqslant r\leqslant R;\quad p|_G=0 \qquad (1.3)$$

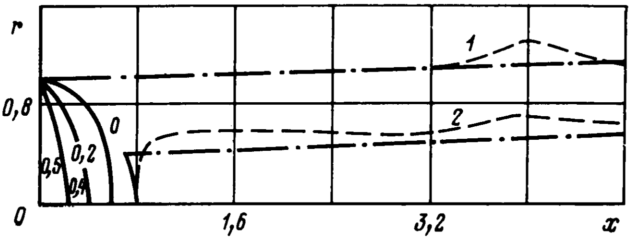
где t, x и r – время и координаты; u и v – компоненты скорости по x и r; p и ρ – давление и плотность; B=304,5 МПа, n=7,15, $\rho_0=10^3$ кг/м^3 – постоянные в уравнении состояния воды в форме Тэта [4]; u_1 – скорость за фронтом ударной волны; G – свободная поверхность струи.

Для расчета течения в отколе выберем модель [5], согласно которой давление в отколе всюду равно нулю. Поэтому будем считать, что давление воды определяется соотношением (1.2), если $\rho/\rho_0>1$, и равно нулю, если $\rho/\rho_0\leqslant 1$.

Задача решается численно методом С. К. Годунова [3], обобщенным на случай одномерных течений с отколами в [6]. Разностная сетка строится так же, как в [2]. Расчетная область ограничена по оси x. Слева, где она опирается на срез сопла, ставятся граничные условия (1.3). На правой границе области условия не ставятся, так как через эту границу среда вытекает со сверхзвуковой скоростью.

2. Ниже представлены некоторые результаты расчетов для варианта p_1=0,5, u_0=1,256, что соответствует числу Маха на срезе сопла M_d=1,11 и давлению торможения p_0=8,2. Расчеты проводились на сетках размерами 12×150 и 24×50 ячеек; шаг сетки по оси струи выбирался равным начальному шагу по радиусу. Все величины на графиках обезразмерены при помощи масштабов: радиуса сопла R, скорости звука в воде при нормальных условиях a_0=1460 м/с, времени R/a_0 и давления B.

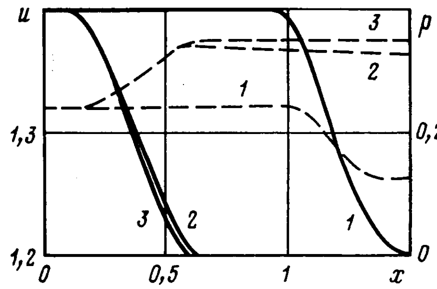
На фиг. 1 приведены изобары (сплошные кривые) на момент установления (величина давления дана возле кривых). Здесь же численное решение (штриховые кривые) для плоской задачи сравнивается с решением [1] (штрихпунктирные кривые). Границы свободной поверхности и откола (кривые *1* и *2*) для численного решения даны на момент времени t=3 и иллюстрируют установление течения. Здесь, как и в [1], в центре струи развивается откол, который занимает примерно третью часть поперечного сечения струи. В отколе среда в поперечном направлении разлетается; ее скорость в этом направлении увеличивается по мере удаления от центра струи, достигая наибольшего значения на границе откола. За пределами откола



Фиг. 1

скорость среды постоянная. Этим объясняется локализация откола в центре плоской струи. Небольшое различие в положении границы откола связано с тем, что при численном решении граница откола не выделялась и это приводило к ее размазыванию.

Положение свободной поверхности определялось точно, совпадение результатов здесь полное.



Фиг. 2

На фиг. 2 дано распределение давления (сплошные кривые) и скорости (штриховые кривые) на оси струи. Кривые *1* и *2* соответствуют моментам времени t=0,5 и 2, а кривые *3* – установившемуся распределению.

Вышедшая в струю ударная волна повышает в ней давление и скорость (кривые *1*). От свободной поверхности к центру струи распространяются волны разрежения, снимающие избыточное давление и вызывающие радиальное течение. К моменту времени t=1 давление по оси струи понижается до нуля. Жидкость оттекает от центра струи, здесь развивается откол. Скорость жидкости на оси струи увеличивается, достигая предельного значения, соответствующего полному расширению (штриховые кривые *2* и *3*). Полное расширение струи происходит на расстоянии x=0,6 от среза сопла (см. изобары на фиг. 1). Параметры течения выходят здесь на стационарный режим практически к моменту времени t=2. Со временем течение устанавливается и ниже по струе. Причем давление в струе при x>0,6 всюду равно нулю, а осевая скорость постоянная (кривые *3* на фиг. 2).

Для рассматриваемого режима радиальная компонента скорости составляет 3% от осевой и расширение струи незначительное (~1,5°). Но даже такое радиальное течение вызывает возникновение откола в струе. В отличие от плоского течения, где откол локализован в центре струи, для осесимметричного случая он занимает все поперечное сечение струи.

С увеличением степени нерасчетности режима $m=(p_e+B)/B$ (p_e – давление на срезе сопла) область откола перемещается к соплу. При критическом режиме (M_e=1) откол начинается практически у среза сопла.

Таким образом, истечение струи воды на режиме недорасширения сопровождается ее разрушением – отколом, занимающим все поперечное сечение струи.

Автор благодарен Г. А. Атанову за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Атанов Г. А., Семко А. Н.* Об истечении воды на режиме недорасширения.– В кн.: Гидроаэромеханика и теория упругости. Межвуз. научн. сб., 1972, вып. 15, с. 63–66.
2. *Атанов Г. А., Семко А. Н.* Распространение ударной волны по струе воды.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 1, с. 190–192.

3. *Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П.* Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной.– Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6, с. 1020–1050.
4. *Коул Р. Л.* Подводные взрывы. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 495 с.
5. *Жуков А. И.* Применение метода характеристик к численному решению одномерных задач газовой динамики.– Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова, 1960, т. 58, 150 с.
6. *Атанов Г. А.* Обобщение метода С. К. Годунова на расчет течений с отколом.– Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1978, т. 18, № 6, с. 1607–1612.

Донецк

Поступила в редакцию 17.VI.1980

УДК 532.526

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОГО ТЕЧЕНИЯ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ПРИ СИЛЬНОМ ВДУВЕ

ЕРОШЕНКО В. М., ЗАЙЧИК Л. И., РАБОВСКИЙ В. Б.

В рамках линейной теории рассмотрена устойчивость ламинарного течения в пограничном слое на плоской пористой пластине вблизи критической точки при сильном вдуве. Задача решена в невязком приближении. Рассчитаны нейтральные кривые, определены значения критических параметров и положение точки потери устойчивости. Получено, что протяженность области ламинарного течения прямо пропорциональна скорости вдува.

В литературе часто высказывается мнение, например [1], что вдув газа в противоположность отсосу снижает устойчивость пограничного слоя и способствует более раннему переходу к турбулентному режиму движения. Однако, как показывают результаты экспериментального исследования [2], в случае сильного вдува при безградиентном обтекании пластины наблюдается эффект стабилизации течения и рост критического числа Рейнольдса при увеличении скорости вдувания. При этом обнаружено, что механизм возникновения неустойчивости носит невязкий характер. Аналогичная ситуация имеет место и при обтекании плоской стенки вблизи критической точки.

При сильном вдуве вся область течения может быть разделена на две зоны – внешнюю и внутреннюю (пристенную). Во внешней зоне имеет место потенциальное течение, а во внутренней – вихревое, которое может быть рассчитано из решения уравнений движения в невязком приближении [3–5].

Расположим начало координат в критической точке, ось x направим вдоль стенки, а ось y – перпендикулярно стенке навстречу набегающему потоку. Во внешней зоне функция тока и составляющие скорости потенциального течения соответственно равны

$$\Psi=kx(y-\delta),\quad u_x=kx,\quad y_y=-k(y-\delta) \tag{1}$$

где k – постоянная, определяющая условия в набегающем потоке; δ – толщина пограничного слоя (внутренней вихревой зоны).

Функция тока и составляющие скорости в пристенной зоне определяются выражениями [3–5]

$$\Psi=-Vx\cos\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right),\quad u_x=\frac{\pi V}{2\delta}x\sin\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right),\quad u_y=V\cos\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right) \tag{2}$$

где V – скорость вдува.

Граница вихревой зоны находится из условия сопряжения распределений скорости во внешней (1) и внутренней (2) зонах $\delta=\pi V/2k$.

Следует отметить, что имеет место достаточно гладкое сопряжение, так как при $y=\delta$ совпадают не только функции тока во внешней и внутренней зонах, но и их первые и вторые производные по y, и лишь третьи производные терпят разрыв.

Исследуем устойчивость пристенного течения, описываемого соотношениями (2), в рамках линейной теории в предположении о локальном подобии возмущающего движения, т. е. принимая, что потеря устойчивости определяется свойствами потока в рассматриваемом сечении. Последнее допущение позволяет свести задачу к обыкновенному дифференциальному уравнению для амплитуды возмущений типа урав-