

УДК 532.529:518.5

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗЛЕТА ОБЛАКА
ДИСПЕРГИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ ИЛИ КАПЕЛЬ ПОД ДЕЙСТВИЕМ
ВЗРЫВА**

ИВАНДАЕВ А. И., КУТУШЕВ А. Г., НИГМАТУЛИН Р. И.

Приведены результаты численного исследования явления разлета взвешенных в воздухе облаков мелкодиспергированных частиц или капель под воздействием взрывной волны. Смоделированы две возможные ситуации: взрыв перед облаком и взрыв в зоне облака (взрыв с одновременным образованием капельной области за фронтом ударной волны). Проанализировано влияние определяющих параметров на дальность и протяженность зоны разлета, результаты численных экспериментов обобщены эмпирическими зависимостями.

1. Основные уравнения. Постановки задач. Пусть имеем аэровзвесь, представляющую собой смесь газа с дисперсными частицами (каплями). Для описания ее движения сделаем обычные в механике многофазных сред допущения: расстояния, на которых параметры течения меняются существенно, много больше размеров включений и расстояний между ними; частицы сферические и монодисперсные; эффекты вязкости и теплопроводности фаз существенно лишь в процессах их взаимодействия; столкновения между частицами (каплями), а также их деформация, дробление и испарение отсутствуют. Следуя [1, 2], уравнения движения двухфазной дисперсной смеси запишем в виде

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{1}{r^v} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_1 u_1 r^v) = 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{1}{r^v} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_2 u_2 r^v) = 0$$

$$\frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial t} + \frac{1}{r^v} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_1 u_1^2 r^v) + (1-\beta) \frac{\partial p}{\partial r} = -(1-\beta') n f_\mu \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial t} + \frac{1}{r^v} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_2 u_2^2 r^v) + \beta \frac{\partial p}{\partial r} = (1-\beta') n f_\mu \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \frac{1}{r^v} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_2 e_2 r^v) = n q \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2) + \frac{1}{r^v} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_1 E_1 u_1 + \rho_2 E_2 u_2 + p (\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2)) r^v = 0 \quad (1.4)$$

$$p = \rho_1 \circ, R_1 T_1, e_1 = c_1 T_1 (R_1, c_1 = \text{const}), \rho_2 \circ = \text{const}, e_2 = c_2 T_2 (c_2 = \text{const}) \quad (1.5)$$

$$f_\mu = \frac{1}{2} C_d \rho_1 \circ (u_1 - u_2) |u_1 - u_2| \frac{\pi d^2}{4}, \quad C_d = C_d \circ [1 + \exp(-0,427/M_{12}^{4,93})]$$

$$C_d \circ = \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{\sqrt{\text{Re}}} + 0,4 \quad (0 < \text{Re} \leq 10^4) \quad (1.6)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho_1^\circ |u_1 - u_2| d}{\mu_1}, \quad M_{12} = \frac{|u_1 - u_2|}{a_1}, \quad a_1^2 = \gamma \frac{p}{\rho_1^\circ}$$

$$q = \pi d \text{Nu}_1 \lambda_1 (T_1 - T_2), \quad \text{Nu}_1 = 2 \exp(-M_{12}) + 0,306 \text{Re}^{0,55} \text{Pr}^{0,33} \left(\text{Pr} = \frac{c_p \mu_1}{\lambda_1} \right)$$

$$(M_{12} < 1, M_{12}/\text{Re} \ll 0,1, 0 < \text{Re} < 10^4) \quad (1.7)$$

$$\rho_1 = \alpha_1 \rho_1^\circ, \quad \rho_2 = \alpha_2 \rho_2^\circ \quad (\alpha_1 + \alpha_2 = 1), \quad \alpha_2 = \pi d^3 n / 6, \quad E_i = e_i + u_i^2 / 2 \quad (i=1; 2)$$

$$\beta = 1,5 \alpha_2 + O \left(\alpha_2^2, \frac{\rho_1^\circ}{\rho_2^\circ} \alpha_2, \left(\frac{\rho_1^\circ}{\rho_2^\circ} \right)^2 \right),$$

$$\beta' = \beta + 0,5 \frac{\rho_1^\circ}{\rho_2^\circ} + O \left(\alpha_2^2, \frac{\rho_1^\circ}{\rho_2^\circ} \alpha_2, \left(\frac{\rho_1^\circ}{\rho_2^\circ} \right)^2 \right)$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся соответственно к параметрам газа и частиц; ν — параметр, принимающий значения 0, 1, 2 соответственно в плоской, цилиндрической и сферической симметрии; r — пространственная переменная, совпадающая с декартовой координатой x при $\nu=0$; t — время; $\rho_i, \rho_i^\circ, \alpha_i, u_i, T_i, c_i, e_i, E_i$ — соответственно средняя и истинная плотности, объемное содержание, скорость, температура, удельная теплоемкость при постоянном объеме, а также удельные внутренняя и полная энергии i -й фазы; p — давление; d и n — диаметр и число частиц в единице объема; R_1 — газовая постоянная; f_μ и q — соответственно интенсивности межфазного трения и контактного теплообмена, приходящиеся на одну частицу; C_a и C_a° — соответственно коэффициенты лобового сопротивления сферы с учетом и без учета сжимаемости обтекающего газа; $M_{12}, \text{Nu}_1, \text{Pr}$ и Re — числа Маха, Нуссельта, Прандтля и Рейнольдса; γ, λ_1 и μ_1 — соответственно показатель адиабаты, коэффициент теплопроводности и динамический коэффициент вязкости газа; a_1 — скорость звука в газе; c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении.

Уравнения (1.1) и (1.2) — уравнения сохранения масс и импульсов фаз; (1.3) и (1.4) — уравнения притока тепла к дисперсной фазе и сохранения полной энергии смеси; (1.5) — уравнения состояния идеального калорически совершенного газа и несжимаемой дисперсной фазы; (1.6) и (1.7) — уравнения, задающие законы силового и теплового взаимодействия фаз в условиях сильной неравновесности двухфазного течения [3–5].

Рассмотрим следующие задачи.

Задача 1. Пусть в начальный момент времени $t=0$ имеется сильное возмущение газа плоской или сферической ударной волной с треугольным профилем скорости, в дальнейшем движущееся от неподвижной жесткой стенки (в плоском случае) или от центра взрыва (в сферическом случае). При этом перед фронтом ударной волны имеется слой (облако) мелкодиспергированных частиц или капель, имеющих нулевую начальную скорость. Требуется рассчитать возникающее нестационарное двухфазное течение и определить дальность разлета дисперсного облака к моменту прекращения движения.

Задача 2. Формулируется аналогично задаче 1, но при этом полагается, что дисперсное облако находится за фронтом ударной волны и частицы или капли имеют в общем случае ненулевую начальную скорость в направлении движения волны. С математической точки зрения задачи 1 и 2 представляют собой смешанные задачи для системы квазилинейных дифференциальных уравнений (1.1)–(1.7) при заданных начальных и граничных условиях. Для плоского $\nu=0$ и сферического $\nu=2$ случаев начальные

и граничные условия задавались следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 1 \quad (0 \leq r < r_d), \quad \alpha_1 = 1 \quad (r_d + l < r \leq \infty) \\ \alpha_1 &= \alpha_{10}, \quad \alpha_2 = \alpha_{20}, \quad u_2 = u_{20}, \quad T_2 = T_0 \quad (r_d \leq r \leq r_d + l) \\ \rho_1^\circ &= \rho_{10}^\circ, \quad u_1 = 0, \quad T_1 = T_0 \quad (r_f < r \leq \infty) \\ v=0: \quad u_1 &= u_{1f} \frac{r}{r_f}, \quad \rho_1^\circ = \rho_{1f}^\circ \left[1 - \frac{(\gamma-1)(u_{1f}-u_1)}{2a_{1f}} \right]^{2/(\gamma-1)} \\ T_1 &= T_{1f} \left[1 - \frac{(\gamma-1)(u_{1f}-u_1)}{2a_{1f}} \right]^2 \quad (0 \leq r \leq r_f) \\ v=2: \quad u_1 &= u_{1f} \frac{r}{r_f} \quad (0 \leq r \leq r_f), \quad \rho_1^\circ = 0,35\rho_{1f}^\circ, \quad p = 7,04p_0 \quad (0 \leq r \leq r_*) \\ \rho_1^\circ &= \rho_{1f}^\circ (13,48r^2 - 5,05r + 0,54), \quad p = p_0 (627,21r^3 - 329,58r^2 + 57,55r + 3,71) \\ & \quad (r_* < r \leq r_f) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Здесь r_f — координата ударного скачка, r_d — координата задней границы капельного облака; l — начальная ширина облака; r_* — координата, фиксирующая конец зоны постоянных параметров в окрестности центра сферического взрыва. Индексами 0 и f отмечены состояния газа перед и за фронтом ударной волны. При малых объемных концентрациях частиц в смеси ($0 \leq \alpha_2 \leq 1$) параметры газа перед скачком связаны с параметрами газа за скачком заданной интенсивности M обычными соотношениями Гюгоню (с точностью до членов с коэффициентом $\alpha_{20}\rho_{10}^\circ/\alpha_{10}\rho_2^\circ$)

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{1f}^\circ}{\rho_{10}^\circ} &= \frac{(\gamma+1)M^2}{2+(\gamma-1)M^2}, \quad \frac{u_{1f}}{a_{10}} = \frac{2}{\gamma+1} \left(M - \frac{1}{M} \right), \\ \frac{T_{1f}}{T_0} &= \frac{[2\gamma M^2 - \gamma + 1][(\gamma-1)M^2 + 2]}{(\gamma+1)^2 M^2} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Зависимости (1.8) моделируют почти изэнтропичное состояние фаз в начальный момент времени за плоской треугольной ударной волной, а также некоторое распределение параметров за сферической ударной волной. При $r_d + l \leq r_f$ реализуется условие задачи 1, при $r_d > r_f$ — условие задачи 2.

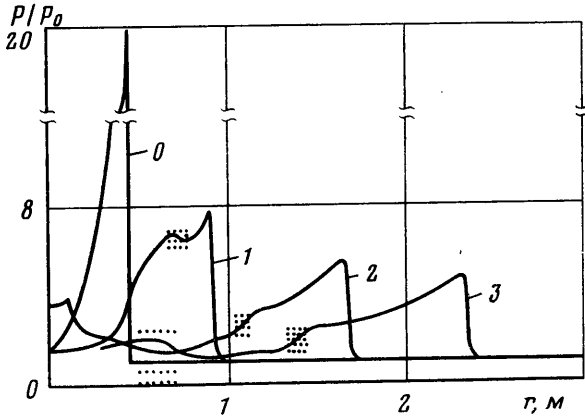
В качестве граничного условия для газа при $r=0$ ставится условие $u_1(0, t) = 0$.

2. Некоторые результаты расчетов. Численный эксперимент проводился на ЭВМ БЭСМ-6. Расчеты проводились методом «крупных частиц» с выделением границ капельного облака и использованием алгоритмов локализации границ раздела газ — газозвесь [2] для точного расчета их движения. Точность расчетов контролировалась путем проведения повторных вычислений с уменьшенными вдвое шагами по времени и координате. Количество ячеек разностной сетки не превышало 400. При этом под облако капель в начальный момент движения отводилось не менее 20 ячеек разностной сетки. В целях экономии времени ЭВМ расчеты максимальной дальности разлета облака производились с использованием неоднородных пространственно-временных сеток.

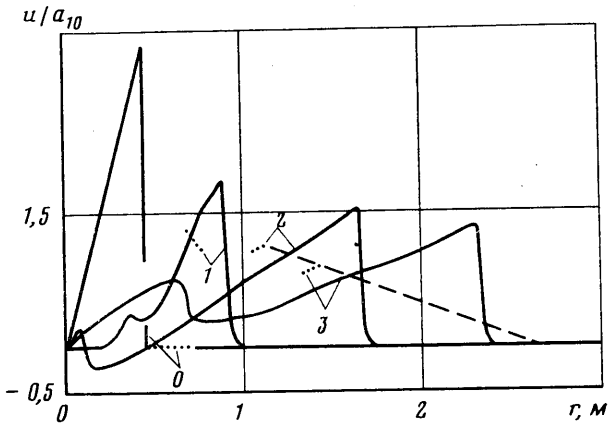
Предполагалось, что газ — воздух, капли — вода, и использовались следующие значения термодинамических параметров фаз: $T_0 = 293\text{К}$; $p_0 = 0,1\text{МПа}$; $c_p = 10^3\text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot \text{град}$; $\gamma = 1,4$; $a_{10} = 341\text{ м/с}$; $\rho_{10}^\circ = 1,21\text{ кг/м}^3$; $\lambda_1 = 2,62 \cdot 10^{-2}\text{ кг} \cdot \text{м/с}^3 \cdot \text{град}$; $\mu_1 = 1,85 \cdot 10^{-5}\text{ кг/м} \cdot \text{с}$; $\rho_2^\circ = 10^3\text{ кг/м}^3$; $c_2 = 4,2 \cdot 10^3\text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot \text{град}$.

Во всех приведенных ниже вариантах расчетов начальное число Маха ударной волны составляло 4,17, длина волны 0,45 м, протяженность облака 0,2 м, величина τ_* 0,19 м.

На фиг. 1, 2 представлен пример решения задачи 1. Приведены распределения давления и скоростей фаз (сплошные линии — газ, линии из точек — капли) в волне на четыре момента времени $t=0; 0,458; 1,375$ и $2,291$ мс. Точками на профилях давления показаны положения облака. Взвесь в исходном состоянии задана средним относительным массовым



Фиг. 1



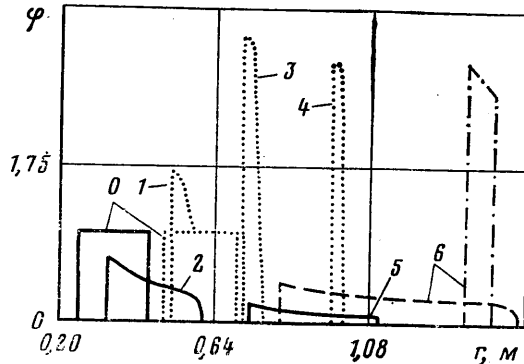
Фиг. 2

содержанием капель ($m = \langle \rho_{20} / \rho_{10} \rangle$), равным 1,1, и диаметром включений 60 мкм. Видно, что в результате импульсного воздействия на облако в глубь двухфазной области распространяется нестационарная ударная волна, которая спустя некоторое время выходит за пределы зоны аэрозвеси и распространяется в первоначальном направлении по чистому (без частиц) газу.

Одновременно с образованием проходящей ударной волны формируется отраженная от облака волна уплотнения. Газ за ударной волной ускоряется, капли в несущем потоке вовлекаются в движение ($u_2 < u_1$). Сначала приходят в движение капли в окрестности задней границы облака, затем вблизи передней границы. В связи с этим на начальной стадии разлета во взвеси реализуется распределение скорости с отрицательным градиентом

$\partial u_2/\partial r < 0$, соответствующим случаю сужения облака. На фиг. 2 этой стадии движения соответствует кривая 1.

По мере развития процесса взаимодействия капля с газовым потоком в зоне разрежения за фронтом ударной волны из-за градиента скорости газа ($\partial u_1/\partial r \geq 0$) профиль скорости диспергированной фазы внутри облака перестраивается таким образом, что $\partial u_2/\partial r \geq 0$ (см. кривые 2, 3 на фиг. 2). Капли, ускорившиеся к некоторому моменту времени до местной скорости газа ($u_2 \approx u_1$), в последующем из-за $u_2 < u_1 + a_1$ попадают в зону более медленного газа. Благодаря своей инерции капли тормозятся слабее, чем слутный газ, и потому в дальнейшем вплоть до момента полного окончания



Фиг. 3

движения выполняется неравенство $u_2 > u_1$, при этом облако препятствует затуханию волны, действуя на газ подобно проникаемому поршню.

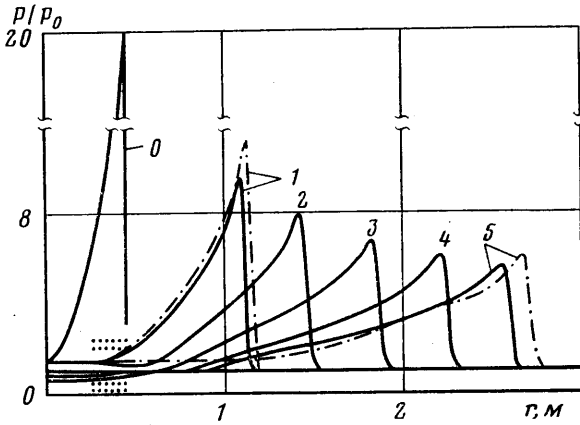
На фиг. 2 в плоскости (u, r) штриховой линией показана траектория передней границы облака. В пределе ($u_2 \rightarrow 0$) эта траектория указывает дальность разлета облака на момент прекращения движения. В рассмотренном примере дальность разлета облака составляет $\approx 1,9$ м.

Расчетные профили средней плотности капель ($\varphi = \rho_2/\rho_{20}$) на моменты времени 0 и 2,291 мс показаны на фиг. 3 соответственно линией из точек 0 и штрихпунктирной линией 6. Там же линией из точек 4 изображено распределение плотности капель в сферической волне на момент 1,146 мс. Характерно, что при прочих одинаковых условиях толщина сферического облака заметно меньше толщины плоского облака. В сферическом случае распределение давления и скоростей фаз качественно такие же.

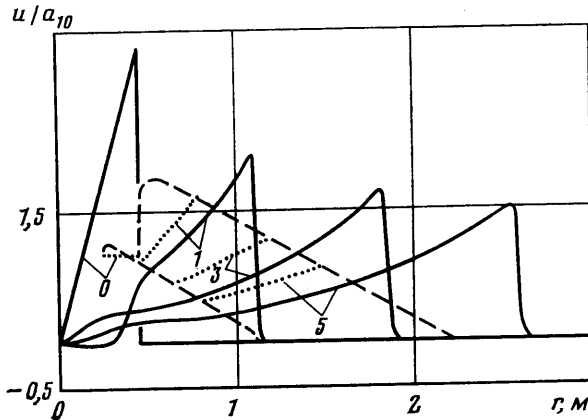
Пример решения задачи 2 проиллюстрирован на фиг. 4–5, где приведены расчетные профили давления и скоростей газа и капель за фронтом плоской треугольной ударной волны. Начальная скорость капель в облаке ($V = u_{20}/a_{10}$) равна 1; их среднее относительное массовое содержание в смеси 1,1; диаметр капель 60 мкм. Кривые 0–5 соответствуют моментам времени $t = 0; 0,573; 0,916; 1,375; 1,833$ и 2,291 мс. Штриховыми линиями показаны траектории передней и задней границ дисперсного облака при разлете вплоть до момента прекращения движения. Трансформация импульса в случае отсутствия облака частиц ($\alpha_{20} = 0$) проиллюстрирована штрихпунктирными линиями. Остальные обозначения такие же, как на фиг. 1–2.

Видно, что в отличие от случая задачи 1 все капли облака вовлекаются в движение одновременно, но, находясь в градиентном поле скорости газа ($\partial u_1/\partial r > 0$), разгоняются неодинаково в зависимости от величины разности скоростей фаз. Капли у передней границы облака, находящиеся в области газа с большей скоростью, ускоряются сильнее, чем капли у задней грани-

цы ($\partial u_2/\partial r > 0$). В связи с этим протяженность двухфазной зоны с течением времени увеличивается (см. фиг. 5), а концентрация капель в окрестности передней границы облака всегда остается меньше концентрации капель у задней границы ($\partial \rho_2/\partial r < 0$). Последнее проиллюстрировано на фиг. 3, где сплошной (0) и штриховой (6) линиями показаны распределения плотности взвеси на моменты времени 0 и 2,291 мс. При сферическом



Фиг. 4



Фиг. 5

разлете распределения плотности капель в облаке на моменты времени 0,229 и 1,375 мс изображены на фиг. 3 сплошными линиями 2 и 5.

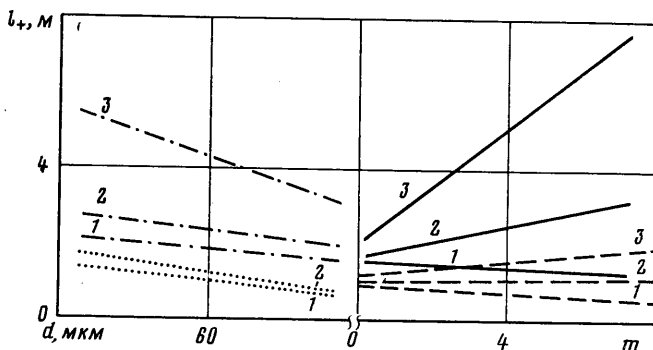
Влияние дисперсного облака на параметры ударной волны продемонстрировано на фиг. 4, где выполнено сравнение решений для чистого газа и газозвеси. Видно, что наиболее заметное затухание скачка, обусловленное процессами межфазного трения и контактного теплообмена, реализуется на начальном этапе движения за время $\approx 0,1$ мс, когда капли ускоряются до скорости газа ($u_2/u_1 \leq 1$). С момента выполнения условия $u_2/u_1 > 1$ ослабление волны менее значительно и обусловлено только межфазным теплообменом, если $T_2 < T_1$. В случае $T_2 > T_1$ тепло от капель возвращается газу.

Исследование влияния ударной волны на разлет высокоскоростных облаков показало, что при наличии волны дальность уноса дисперсной фазы может в несколько раз превышать дальность разлета капель при отсут-

вии волны. В частности, для сферического облака с начальной скоростью $V=1$ и средней плотностью капель $\rho_{20}=4 \text{ кг/м}^3$ дальность разлета в условиях взрыва в 2 раза больше дальности разлета взвеси в первоначально покоящемся газе.

3. Анализ влияния параметров дисперсного облака на разлет. Применительно к условиям задачи 2 исследовалось влияние исходных параметров дисперсного облака (скорости, диаметра и относительного массового содержания капель в смеси) на дальность уноса взвеси под воздействием плоских и сферических взрывных волн.

На фиг. 6 представлены интегральные зависимости дальности разлета передней границы (l_+) плоского (сплошные линии) и сферического (штриховые линии) дисперсного облака от относительного массового со-



Фиг. 6

держания капель ($d=60 \text{ мкм}$) при нескольких фиксированных начальных скоростях взвеси. Прямые 1–3 соответствуют скоростям капель $V=0$; 1 и 2,5. Видно, что при малых начальных скоростях диспергированной фазы $V \ll 1$ дальность разлета в исследованном диапазоне параметров слабо зависит от относительного массового содержания частиц. При нулевой начальной скорости капель с увеличением их массовой концентрации в облаке дальность разлета уменьшается незначительно (при увеличении m в 8 раз, с 1 до 8, l_+ уменьшается на 6% в плоском, и на 30% в сферическом случаях).

Уменьшение дальности разлета с ростом концентрации диспергированных частиц в потоке в случае их малых начальных скоростей объясняется эффектом гашения ударной волны взвесью. При достаточно большой начальной скорости капель $V=1$ увеличение m приводит к 50%-ному увеличению дальности разлета в плоском и сферическом случаях; при $V=2,5$ соответствующее изменение m увеличивает дальность разлета в плоской волне в 2,5 раза. Видно, что при прочих равных условиях дальность разлета облака в сферической взрывной волне значительно меньше дальности разлета в плоской. С увеличением начальных скоростей и массовых содержаний капель отличие дальностей разлета в плоской и сферической волнах возрастает. При $V=1$ и $m=8$ дальность разлета в плоской волне превышает дальность разлета в сферической волне в 3,4 раза. Увеличение дальности разлета облака с повышением концентрации капель при больших начальных скоростях взвеси связано с возрастанием кинетической энергии облака.

Для установления характера влияния размера включений на процесс разлета облака проводились расчеты, в которых варьировался диаметр капель ($10 \leq d \leq 110 \text{ мкм}$) при фиксированных массовых содержаниях и на-

чальных скоростях взвеси. На фиг. 6 приведены соответствующие графические зависимости дальности разлета передней границы плоского (штрихпунктирные линии) и сферического (линии из точек) облака от диаметра капель. Штрихпунктирная линия 1 соответствует разлету плоского облака с $m=1,1$ и $V=1$; 2 — $m=3,4$, $V=1$; 3 — $m=3,4$, $V=2,5$. Линия из точек 1 соответствует разлету сферического облака с $m=3,8$ и $V=1$; 2 — $m=8$, $V=1$.

Видно, что в плоском случае при начальных скоростях капель $V < 1$ диаметр капель практически не влияет на дальность разлета, его влияние становится заметно лишь при $V > 1$ (см. кривую 3 фиг. 6). Так, для плоского облака с $m=3,4$ и $V=1$ увеличение диаметра капель от 10 до 110 мкм приводит к увеличению дальности разлета на 0,8 м (с 2 м до 2,8 м), а для облака с $m=3,4$ и $V=2,5$ такое же увеличение диаметра приводит к возрастанию дальности разлета на 2,4 м. В случае сферического разлета дальность перемещения облака зависит от размера дисперсных частиц более заметно. В частности, для сферического облака с $m=3,8$ и $V=1$ десятикратное увеличение диаметра с 10 до 110 мкм приводит к возрастанию дальности уноса капель на 0,7 м (с 0,64 до 1,38 м). Представленные примеры показывают, что в исследованном диапазоне параметров газа и капель дальность разлета облаков зависит от диаметра включений практически заметно лишь для высокоскоростных концентрированных взвесей; на условия разлета сильно влияет тип симметрии процесса; при прочих равных условиях дальность разлета облака в плоской взрывной волне может в несколько раз превышать дальность разлета сферического облака.

Возрастание дальности разлета облаков, имеющих одинаковые массовые (и объемные) содержания фаз при увеличении размера частиц, в полной мере определяется характером межфазовых взаимодействий. В соответствии с выражениями (1.6) и (1.7) сила межфазного трения и контактный теплообмен примерно обратно пропорциональны квадрату диаметра частиц

$$nf_{\mu} \sim \frac{\alpha_2(u_1 - u_2)}{d^2}, \quad nq \sim \frac{\alpha_2(T_1 - T_2)}{d^2}$$

Следовательно, на начальном этапе движения, где обычно $u_2 < u_1$, а $T_2 < T_1$, облако, состоящее из более крупных частиц, в меньшей степени осуществляет отбор потенциальной и кинетической энергий у взвешенной среды и потому ударная волна гасится слабее. На развитом этапе движения, где $u_2 > u_1$, то же облако слабее тормозится газом и по этой причине разлетается дальше.

Анализ данных численного эксперимента по разлету капельных облаков за плоскими и сферическими взрывными волнами позволяет получить следующие «эмпирические» зависимости дальности разлета от среднего массового содержания, скорости и диаметра капель:

$$l_+(m, V, d_*) = (1 + 1,86d_*) (0,021V^2 + 0,056V - 0,00385)m + 0,18V + 1,5 \quad (3.1)$$

$$l_+(m, V, d_*) = 0,046(1,28V - 1)m + 0,56(0,13V + 1)(0,56d_* + 1), \quad [l_+] = m$$

$$(m = \langle \rho_{20}/\rho_{10} \rangle, \quad V = u_{20}/a_{10}, \quad d_* = d/60 \text{ мкм}) \quad (3.2)$$

Зависимости (3.1) и (3.2) обобщают опытные данные с точностью $\sim 8\%$ и описывают дальность разлета передней границы облака в плоской (3.1) и сферической (3.2) взрывных волнах ($M_0=4,17$, $l=0,2$ м) в диапазонах изменения определяющих параметров $m=0-8$; $V=0-2,5$; $d_*=0-2$.

Авторы благодарят К. И. Козорезова за то, что он обратил их внимание на тему работы и А. Л. Гонора за полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нигматулин Р. И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
2. *Губайдуллин А. А., Исаадаев А. И., Нигматулин Р. И.* Модифицированный метод «крупных частиц» для расчета нестационарных волновых процессов в многофазных дисперсных средах.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1977, т. 17, № 6, с. 1531–1544.
3. *Boothroyd R. G.* Flowing gas-solids suspensions. London: Chapman and Hall LTD, 1971. (Рус. перев.: Бусройд Р. Течение газа со взвешенными частицами. М.: Мир, 1975. 378 с).
4. *Carlson D. J., Hoglund R. F.* Particle drag and heat transfer in rocket nozzles.— AIAA Journal, 1964, v. 2, № 11, p. 1980–1984. (Рус. перевод: Карлсон, Хоглунд. Сопротивление и теплоотдача частиц в соплах ракетных двигателей.— Ракетная техника и космонавтика, 1964, т. 2, № 11, с. 104–109).
5. *Fox T. W., Rackett C. W., Nicholls J. A.* Shock wave ignition of magnesium powders.— Shock tube and shock wave res. Proc. 11th Int. Symp. Seattle, 1977. Seattle — London, 1978, p. 262–268.

Москва, Уфа

Поступила в редакцию
16.VI.1980.