

УДК 532.54:538.4

## **О ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ МГД-ГЕНЕРАТОРА, ОСНОВАННЫХ НА УРАВНЕНИЯХ ПЛОСКОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ**

**БИТЮРИН В. А., ЖЕЛНИН В. А., ЛЮБИМОВ Г. А.,  
МЕДИН С. А.**

В настоящее время для инженерных расчетов течения в канале МГД-генератора широко используется квазиодномерное гидравлическое приближение. При этом точность описания реального течения существенным образом зависит от того, насколько эффективно данная модель учитывает реальное распределение параметров в плоскости поперечного сечения канала. В большинстве моделей неоднородность потока связывается с пограничными слоями на стенках канала. При конкретных расчетах распределение параметров в пограничном слое задается либо с использованием критерияльных зависимостей, установленных в обычной газовой динамике, которые уточняются в процессе сопоставления результатов расчета с опытными данными посредством поправочных коэффициентов (см., например, [1]), либо на основе интегральных соотношений для толщин потерь импульса и энергии [2].

Оба упомянутых способа расчета характеристик пограничного слоя разработаны и надежно сопоставлены с опытными данными только для течений без МГД-взаимодействия. Однако для течений с МГД-взаимодействием характеристики пограничного слоя могут значительно отличаться от обычных газодинамических (см., например, [3]). Кроме того, внутреннее сопротивление канала МГД-генератора сильно зависит от распределения температуры в пограничном слое. Поэтому расчеты, основанные на принятых в обычной газовой динамике профильных функциях, могут привести к значительным ошибкам при расчете внутреннего сопротивления. Одним из направлений развития гидравлического описания течений в канале МГД-генератора является привлечение двумерных уравнений турбулентного пограничного слоя для учета поперечных неоднородностей. Ниже рассматриваются различные возможности построения такого рода моделей.

1. В данной работе рассматривается течение в канале МГД-генератора с прямоугольным поперечным сечением. Предполагается, что пограничные слои на стенках канала достаточно тонкие и существует невязкое ядро потока, причем поперечные неоднородности в ядре практически отсутствуют. Эти предположения вполне оправданы для дозвуковых течений в крупномасштабных МГД-генераторах с умеренным изменением площади поперечного сечения канала и с пренебрежимо малыми поперечными силами, вызванными, например, продольным электрическим током.

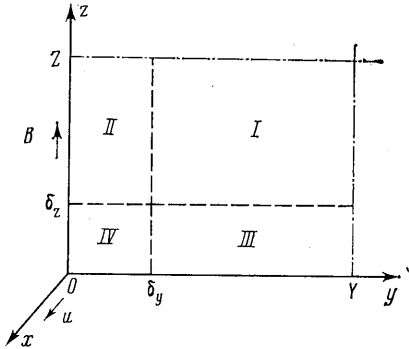
Будем описывать течение в канале модельным потоком, обладающим следующими свойствами: течение симметрично и можно ограничиться рассмотрением «четвертинки» поперечного сечения канала (фиг. 1); статическое давление в поперечном сечении канала постоянно; в области I параметры течения не зависят от поперечных координат  $y$  и  $z$  и являются функциями только продольной координаты  $x$ ; в областях II и III существенно действие вязкости и теплопроводности, причем параметры течения являются функциями  $x$  и  $y$ ,  $x$  и  $z$  для областей II и III соответственно и описываются уравнениями плоского турбулентного пограничного слоя; в области IV определяющую роль играют трехмерные эффекты и параметры потока зависят от всех координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Параметры описанного потока могут определяться из расчетов, проведенных отдельно для каждой из выделенных областей с соответствующим согласованием граничных условий.

В тех случаях, когда основной интерес представляют распределения параметров в ядре потока, расчет течения проводят на основе следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} [\rho_0 u_0 (Y - \delta_y^*) (Z - \delta_z^*)] &= 0, & \rho_0 u_0 \frac{du_0}{dx} &= -\frac{dP}{dx} + f_{e0} \\ \rho_0 u_0 \frac{dH_0}{dx} &= q_{e0}, & H_0 &= h_0 + \frac{1}{2} u_0^2, & P &= P(\rho_0, h_0) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $u_0$  — продольная скорость,  $\rho_0$  — плотность,  $P$  — статическое давление,  $h_0$  — статическая энтальпия,  $H_0$  — полная энтальпия,  $f_{e0}$  и  $q_{e0}$  — электромагнитные сила и мощность в ядре потока;  $Y(x)$  и  $Z(x)$  — полувысота и полуширина канала,  $\delta^*$  — толщина вытеснения плоского пограничного слоя на соответствующей стенке.



Фиг. 1

Система уравнений (1.1) должна быть дополнена распределениями толщин вытеснения  $\delta_y^*(x)$  и  $\delta_z^*(x)$ . Для расчета электромагнитных членов в ядре потока необходимо знать и другие характеристики пограничного слоя. В данной работе электромагнитные члены считаются заданными и вопросы, связанные с их определением, не рассматриваются. Толщины вытеснения могут быть либо заданы в виде критер-

иальных зависимостей, либо найдены из интегральных соотношений [4] или в результате непосредственного решения двумерных уравнений пограничного слоя.

Если решение уравнений (1.1) дополняется решением уравнений плоских пограничных слоев, то появляется возможность описания как распределений параметров в ядре, так и вблизи стенок канала. Совместное решение уравнений (1.1) и уравнений плоских пограничных слоев позволяет получить согласованные распределения параметров потока в областях I, II, III (фиг. 1), причем все параметры на внешних границах пограничных слоев совпадают с параметрами ядра, так как уравнения импульса и энергии пограничного слоя на его внешней границе совпадают с соответствующими уравнениями системы (1.1).

Отметим, что рассчитанный при помощи такого подхода (назовем его подход *C*) поток не будет учитывать распределений параметров в области IV и в этом смысле будет приближенно соответствовать описанному выше (фиг. 1) модельному потоку.

Другим часто применяемым для расчета течения в канале подходом является использование гидравлической системы уравнений (будем называть его подходом *G*)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (\langle \rho u \rangle F) &= 0 \\ \frac{1}{F} \frac{d}{dx} (\langle \rho u^2 \rangle F) &= -\frac{dP}{dx} + \langle f_e \rangle + f_w, & \frac{1}{F} \frac{d}{dx} (\langle \rho u H \rangle F) &= \langle q_e \rangle + q_w \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\langle f \rangle = \frac{1}{F} \iint_F f dF, \quad F = YZ$$

Здесь  $f_w, q_w$  — сила трения на стенках канала и тепловой поток в стенке соответственно.

Система уравнений (1.2) является точной и выражает законы сохранения массы, импульса и энергии для канала в целом. Однако эта система уравнений незамкнута и может быть решена только после введения дополнительных предположений, позволяющих связать между собой осредненные величины.

Для описанного выше (фиг. 1) модельного потока систему уравнений (1.2) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{F} \frac{d}{dx} (\rho_0 u_0 \psi_{i0} \alpha_i F) &= -k_i \frac{dP}{dx} + \alpha_{ei} \varphi_{i0} + d_i \\ \psi &= \{1, u, H\}, \quad k = \{0, 1, 0\}, \quad \varphi = \{0, f_e, q_e\}, \quad d = \{0, f_w, q_w\} \\ \alpha_i &= \frac{1}{\rho_0 u_0 \psi_{i0} F} \iint_F \rho u \psi_i dF, \quad i=1, 2, 3 \\ \alpha_{e1} &= 0, \quad \alpha_{ei} = \frac{1}{\varphi_{i0} F} \iint_F \varphi_i dF, \quad i=2, 3 \end{aligned} \quad (1.3)$$

где индексом 0, как и ранее, отмечены параметры в области I.

Разбивая интеграл по сечению на сумму интегралов по областям I, II, III, IV и учитывая описанный выше характер зависимости параметров течения от поперечных координат, выражения для коэффициентов неоднородности  $\alpha_i$  и  $\alpha_{ei}$  можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} F\alpha_1 &= Y^* Z^* - \Delta_1, \quad Y^* = Y - \delta_y^*, \quad Z^* = Z - \delta_z^* \\ \Delta_1 &= (\delta_y - \delta_y^*) (\delta_z - \delta_z^*) - \int_0^{\delta_y} \int_0^{\delta_z} \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} dy dz \\ F\alpha_i &= (Y^* - \delta_{yi}^{**}) (Z^* - \delta_{zi}^{**}) - \Delta_i \\ \Delta_i &= (\delta_y - \delta_y^* - \delta_{yi}^{**}) (\delta_z - \delta_z^* - \delta_{zi}^{**}) - I_{ci}, \quad I_{ci} = \int_0^{\delta_y} \int_0^{\delta_z} \frac{\rho u \psi_i}{\rho_0 u_0 \psi_{i0}} dy dz \\ F\alpha_{ei} &= (Y - L_{yi}) (Z - L_{zi}) - \Delta_{ei} \\ \Delta_{ei} &= (\delta_y - L_{yi}) (\delta_z - L_{zi}) - \int_0^{\delta_y} \int_0^{\delta_z} \frac{\varphi_i}{\varphi_{i0}} dy dz \\ \delta_{\xi i}^{**} &= \int_0^{\delta_{\xi}} \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} \left( 1 - \frac{\psi_i}{\psi_{i0}} \right) d\xi, \quad L_{\xi i} = \int_0^{\delta_{\xi}} \left( 1 - \frac{\varphi_i}{\varphi_{i0}} \right) d\xi \\ \xi &= y, z \quad i=2, 3 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Из соотношений (1.4) видно, что коэффициенты неоднородности, во-первых, связаны с интегральными толщинами плоских пограничных слоев  $\delta^*$ ,  $\delta_i^{**}$  и, во-вторых, зависят от распределений параметров в области IV (интегралы в выражениях для  $\Delta_i$ ).

Для вычисления  $I_{ci}$ , входящих в выражения для  $\Delta_i$ , необходимо задать распределения параметров в области IV. Обычно эти распределения задают либо при помощи перемножения профилей, соответствующих плоским пограничным слоям [1], либо на основе профилей некоторого осесимметричного развитого течения с соответствующим образом выбранным эквивалентным диаметром [5].

Так как картина течения в углу прямоугольного канала в настоящее время изучена слабо, любой подход к вычислению  $I_{ci}$  является по существу модельным. С другой стороны, вклад членов  $\Delta_i$  в коэффициенты неоднородностей  $\alpha_i$  пропорционален  $\delta^2$  и для неразвитого течения является, по всей вероятности, малой величиной по сравнению с членами, пропорциональными  $\delta$ , причем в несжимаемой жидкости для модели перемножения профилей выполняется строгое равенство  $\Delta_i=0$ . Тестовые расчеты, проведенные для модели перемножения профилей в сжимаемом газе, показали, что в этом случае справедлива оценка  $\Delta_i \approx \delta^{*2}$ . Поэтому в приводимом ниже анализе вид членов  $\Delta_i$  не конкретизируется и используется оценка  $\Delta_i \sim O(\delta^{*2})$ , а при проведении модельных расчетов положено  $\Delta_i=0$ .

Таким образом, для реализации подхода G также необходимо согласовать решение уравнений (1.3) с решениями уравнений плоского пограничного слоя, которые задают коэффициенты неоднородности  $\alpha_i$ , силу трения  $f_w$  и тепловой поток  $q_w$ . В подходе C согласование означает просто совместное решение уравнений ядра и пограничного слоя, что автоматически обеспечивает непрерывность всех параметров на границах области I с областями II и III. Рассмотрим аналогичную возможность для подхода G, причем для простоты опустим электромагнитные члены.

Прежде всего отметим, что уравнение неразрывности, применяемое в подходе C при расчете параметров в ядре, с точностью до членов  $O(\delta^{*2})$  совпадает с гидравлическим уравнением неразрывности из (1.3) с коэффициентами неоднородности, задаваемыми соотношениями (1.4). Следовательно, с точностью  $O(\delta^{*2})$  в подходе C обеспечивается сохранение расхода для течения в целом.

Учитывая уравнение неразрывности и соотношения (1.4), можно записать уравнения импульса и энергии из (1.3) следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho_0 u_0 \frac{d\psi_{i0}}{dx} + k_i \frac{dP}{dx} &= \frac{1}{F} (Z^* I_{yi} + Y^* I_{zi}) + \frac{1}{F} (F d_i + Z^* \tau_{yi} + Y^* \tau_{zi}) + \\ &+ \frac{1}{F} \rho_0 u_0 \psi_{i0} \left( \delta_{yi}^{**} \frac{dZ^*}{dx} + \delta_{zi}^{**} \frac{dY^*}{dx} \right) + O(\delta^{*2}) \\ I_{\xi i} &= \frac{d}{dx} (\rho_0 u_0 \psi_{i0} \delta_{\xi i}^{**}) + \rho_0 u_0 \delta_{\xi i}^* \frac{d\psi_{i0}}{dx} - \tau_{\xi i} \\ \xi &= y, z \quad i=2, 3 \end{aligned} \quad (1.5)$$

где  $\tau_{\xi i}$  — трение ( $i=2$ ) и тепловой поток ( $i=3$ ) на стенках.

Проанализируем сначала уравнения (1.5) для плоского канала. Учитывая, что  $F=Y \cdot Z$ , и полагая  $Z \rightarrow \infty$ ,  $\delta_z^*/Z \rightarrow 0$ , производная  $dZ/dx$  — ограничена, получим

$$\rho_0 u_0 \frac{d\psi_{i0}}{dx} + k_i \frac{dP}{dx} = \frac{1}{Y} I_{yi} + d_i + \frac{1}{Y} \tau_{yi} \quad (1.6)$$

Если положить  $d_i = -\tau_{yi}/Y$ , т. е. отождествить гидравлические трение и тепловой поток с соответствующими параметрами плоского пограничного слоя, то уравнения (1.6) автоматически удовлетворяются, так как для решений уравнений пограничного слоя справедливы соотношения

$$\rho_0 u_0 \frac{d\psi_{i0}}{dx} + k_i \frac{dP}{dx} = 0, \quad I_i = 0 \quad (1.7)$$

Иначе говоря, в плоском случае подход  $G$  эквивалентен подходу  $C$  и обеспечивает как непрерывность распределений всех параметров в поперечном сечении, так и выполнение законов сохранения для канала в целом.

Рассмотрим теперь общий случай трехмерного течения. Положим и в этом случае по аналогии с предыдущим

$$d_i = -(Y^* \tau_{zi} + Z^* \tau_{yi}) / F \quad (1.8)$$

Подставляя (1.7) и (1.8) в (1.5), убеждаемся в том, что в отличие от плоского случая уравнения (1.5) не обращаются в тождество.

Во-первых, в правых частях (1.5) остаются члены  $O(\delta^{*2})$ , отвечающие углам канала. Во-вторых, сохраняются члены

$$R_i = \frac{1}{F} \rho_0 u_0 \psi_{i0} \left( \delta_{yi}^{**} \frac{dZ^*}{dx} + \delta_{zi}^{**} \frac{dY^*}{dx} \right)$$

описывающие трехмерный эффект переноса импульса и энергии в пограничном слое. Этот эффект обусловлен изменением компоненты скорости потока, перпендикулярной к плоскости рассматриваемого пограничного слоя. Величина членов  $R_i$  определяется помимо прочих факторов геометрическими характеристиками канала и в общем случае может значительно превосходить члены  $O(\delta^{*2})$ .

Отметим, что уравнения (1.5) удовлетворяются для цилиндрического канала с точностью до членов  $O(\delta^{*2})$ , так как в этом случае  $dZ/dx = dY/dx = 0$  и  $R_i \sim O(\delta^{*2})$ .

Итак, наличие членов  $R_i$  и  $O(\delta^{*2})$  в уравнениях (1.5) не позволяет в общем случае получить совместное решение уравнений (1.3), (1.8) и уравнений плоских пограничных слоев, обеспечивающее непрерывность всех параметров в поперечном сечении канала. Скорость и полная энтальпия на внешней границе пограничных слоев не удовлетворяют уравнениям (1.5), а рассчитываемые из (1.5) скорость и полная энтальпия не удовлетворяют уравнениям пограничного слоя на внешней границе.

Уравнениям (1.5) можно придать иную интерпретацию. Подставим в них с учетом (1.8) результаты расчета течения в канале, полученные при помощи подхода  $C$ . Тогда, как было показано, эти уравнения не выполняются. Это означает, что либо трение и тепловой поток, определяемые (1.8), либо потоки импульса и энергии для канала в целом, рассчитываемые в подходе  $C$ , не точны, причем погрешность определяется членами  $R_i$  и  $O(\delta^{*2})$ . Указанное обстоятельство следует учитывать при обработке опытных данных на основе той или иной модификации подхода  $C$ .

Тот факт, что в общем случае не существует совместного решения гидравлических уравнений и уравнений плоского пограничного слоя, приводит к некоторой свободе в выборе процедуры согласования при реализации подхода  $G$ .

Один из возможных способов согласования состоит в том, чтобы при решении гидравлических уравнений (1.3) и уравнений плоского пограничного слоя требовать совпадения только для распределения  $P(x)$ . При этом учет поперечных неоднородностей в (1.3) производится посредством безразмерных профильных функций [1]. Для описанного выше (фиг. 1) модельного потока профильную функцию скорости можно ввести следующим образом:

$$u(x, y, z) = u_0(x) g_u(x, y, z), \quad g_u = g_{uy}(x, y) g_{uz}(x, z)$$

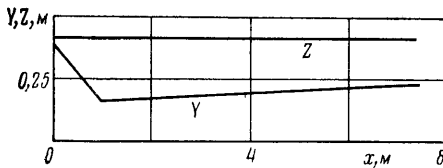
$$g_{ui} = \begin{cases} 1, & \xi > \delta_i \\ u'(x, \xi) / u'(x, \delta_i), & \xi < \delta_i, \quad \xi = y, z \end{cases}$$

где  $u'$  — скорость, полученная из решения уравнений плоского пограничного слоя на соответствующей стенке.

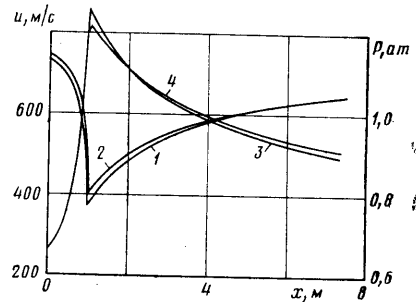
Аналогично вводится профильная функция полной энтальпии.

Введенные профильные функции скорости и полной энтальпии однозначно определяют коэффициенты неоднородности в (1.3). Гидравлические трение и тепловой поток также можно задать при помощи безразмерного коэффициента трения  $c_f$  и числа Стантона  $St$ , взятых из решения уравнений плоских пограничных слоев.

Замкнутая таким образом система уравнений (1.3) может быть решена совместно с уравнениями плоских пограничных слоев. При этом автоматически достигается совпадение распределения  $P(x)$ , а распределения



Фиг. 2



Фиг. 3

скорости и полной энтальпии на внешних границах пограничных слоев в общем случае могут отличаться от соответствующих распределений, получаемых из решения уравнений (1.3).

2. Проиллюстрируем описанные выше особенности гидравлических моделей результатами численных расчетов течения в различных каналах. Эти расчеты содержат согласованные решения квазиодномерных уравнений (1.1) или (1.3) и двумерных уравнений турбулентного пограничного слоя на электродной и изоляционных стенках.

Все расчеты проведены с учетом реальных свойств продуктов сгорания природного газа в обогащенном кислородом (40%) воздухе<sup>1</sup>. В качестве граничных условий при решении квазиодномерных уравнений задавались расход  $m$ , полная энтальпия на входе в канал  $H_{01}$  и статическое давление на выходе  $P_2$ . Стенки канала считались гладкими и задавалась энтальпия газа на стенках  $h_w = 2,2 \cdot 10^6$  Дж/кг, соответствующая температуре  $T_w = 1800$  К. Для описания турбулентности использовалась модель [7] с коэффициентами, предложенными в [8].

В начальном сечении профили скорости, полной энтальпии и турбулентной вязкости  $\epsilon$  задавались в виде

$$\frac{u}{u_{01}} = \frac{H - h_w}{H_{01} - h_w} = \xi^{1/2}, \quad \epsilon = \epsilon_{01} \cos^2[\pi(1 - \xi)],$$

$$\xi = \frac{y}{\delta_{y1}}, \quad \frac{z}{\delta_{z1}}, \quad \delta_{y1} = \delta_{z1} = \delta_1 = 0,01 \text{ м}, \quad \epsilon_{01} = 0,005 u_{01} \delta_1$$

Для получения согласованных решений уравнений пограничного слоя и квазиодномерных уравнений применялись итерации.

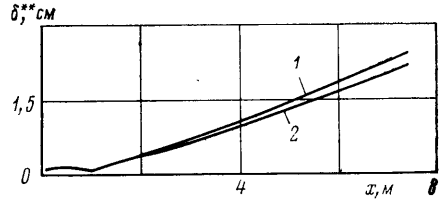
Рассмотрим сначала дозвуковое течение без МГД-взаимодействия в канале, геометрия которого приведена на фиг. 2 и соответствует каналу  $P$

<sup>1</sup> Для решения квазиодномерных уравнений использовался специальный вариант программы АСРК [6], разработанный В. Р. Сатановским. Расчет течения в пограничных слоях проводился на основе программы, переданной авторам Е. К. Холщевниковой.

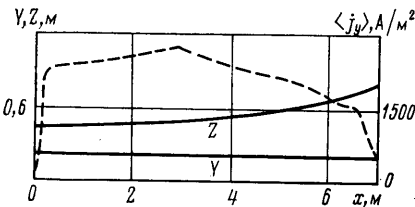
установки У-25. Граничные условия  $m=20$  кг/с,  $H_{01}=5,09 \cdot 10^6$  Дж/кг,  $P_2=1,04$  ат обеспечивают дозвуковое течение во всем канале и близки к реальным параметрам экспериментов с этим каналом.

Результаты расчетов представлены на фиг. 3, 4. На фиг. 3 приведены распределения статического давления и скорости в ядре по длине канала, рассчитанные по подходам *C* и *G*. Кривые 1 и 3 соответствуют давлению и скорости, полученным в подходе *G*, кривые 2 и 4 — давлению и скорости, рассчитанным по подходу *C*. На фиг. 4 даны зависимости от  $x$  толщин потери импульса  $\delta^{**}$ , полученные в подходе *G* (кривая 1) и в подходе *C* (кривая 2).

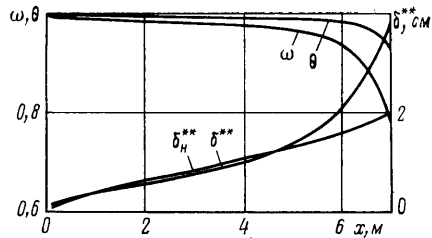
Из приведенных данных видно, что для рассматриваемого течения различие расчетов по подходам *C* и *G* незначительно. Максимальное отличие параметров в ядре не превосходит 5%, а параметров погранич-



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

ного слоя — 15%. Вызванные углами и изменением поперечного сечения канала отличия скорости  $u_0'$  и полной энтальпии  $H_0'$ , полученных при решении уравнений пограничного слоя, от скорости  $u_0$  и полной энтальпии  $H_0$  в ядре, рассчитанных по уравнениям (1.3) при реализации подхода *G*, также малы и не превосходят 3%. Слабое влияние членов  $R_i$  на течение в данном канале объясняется тем, что на начальном участке, где величина  $|dY/dx|=0,2$  относительно велика, мала величина  $\delta^{**} \sim 0,001$  м и мало влияние пограничного слоя на течение в целом. Во второй половине канала влияние пограничного слоя уже заметно, однако здесь мала величина  $dY/dx=0,013$ .

Влияние членов  $R_i$  может значительно возрасти в каналах с большим раскрытием или с более толстыми пограничными слоями. Однако, как показали проведенные авторами модельные расчеты, при увеличении величины  $dY/dx$  отрыв пограничного слоя наступает раньше, чем влияние членов  $R_i$  становится существенным. При увеличении начальной толщины пограничного слоя происходит смыкание пограничных слоев на противоположных стенках и преобладающими становятся эффекты, связанные с углами канала. Для каналов с уменьшающейся площадью поперечного сечения специальные расчеты не проводились, так как при не малых значениях величины  $dY/dx$  поток сильно ускоряется и величина членов  $R_i$  должна быть малой из-за убывания  $\delta^{**}$ .

Таким образом, для течений без МГД-взаимодействия, по-видимому, практически всегда можно пренебречь влиянием членов  $R_i$ , и применение подходов *C* и *G* для описания конкретного течения приведет к близким результатам.

Для течений с МГД-взаимодействием из-за воздействия на поток пондеромоторной силы оказывается возможным избежать отрыва пограничного слоя при значительно больших раскрытиях канала, чем в случае течений без МГД-взаимодействия. При этом влияние членов  $R_i$  может оказаться существенным.

Для иллюстрации этого вывода рассмотрим результаты расчета течения с МГД-взаимодействием по подходу  $G$  в модельном канале (см. фиг. 5) с граничными условиями  $m=35$  кг/с,  $H_{01}=5,1 \cdot 10^6$  Дж/кг,  $P_2=-0,9$  ат.

Для расчета электромагнитных членов использовалась модель [9], основанная на предположениях

$$j_y = j_y(x, z), E_x = E_x(x), E_y = E_y(x, y)$$

где  $j_y$  —  $y$ -компонента плотности тока,  $E_x$  и  $E_y$  —  $x$ - и  $y$ -компоненты напряженности электрического поля.

Для простоты принималось, что параметр Холла равен нулю и продольный ток отсутствует. В этих условиях задание средней плотности тока  $\langle i_y \rangle(x)$  (пунктирная кривая на фиг. 5) и индукции магнитного поля  $B=2T$  обеспечивает замыкание электродинамических соотношений.

На фиг. 6 представлены зависимости безразмерных величин  $\omega = u_0'/u_0$  и  $\theta = H_0'/H_0$ , а также зависимости размерных величин  $\delta^{**}$  и  $\delta_n^{**}$  от продольной координаты  $x$ . Ясно видно, что влияние члена  $R_2$  в уравнении импульса становится весьма существенным на выходе канала, тогда как влияние члена  $R_3$  в уравнении энергии оказывается малым на всей длине канала. Это связано с тем, что в уравнении импульса член  $R_2$  много меньше градиента давления и пондеромоторной силы, взятых по отдельности, но сравним с их разницей, тогда как в уравнении энергии член  $R_3$  нужно сравнивать с электромагнитной мощностью, которая много больше этого члена.

Приведенный пример показывает, что возможны ситуации, когда трехмерные эффекты (члены  $R_2, R_3$ ) будут существенными и их следует принимать во внимание при гидравлических расчетах. Из общих соображений ясно, что различие решений, полученных по подходам  $C$  и  $G$  будет того же порядка, как и различие  $u_0'$  и  $u_0$  в подходе  $G$ .

Анализ многочисленных расчетов, проведенных авторами, показывает, что существенного различия в подходах  $C$  и  $G$  нужно ожидать в тех случаях, когда электромагнитная сила сравнима с градиентом давления и, следовательно, скорость в ядре потока не сильно меняется вдоль канала. Такое различие может стать существенным в каналах, геометрия которых отличается от исследованной, или при других граничных условиях.

3. Подход  $C$  основан на точном согласовании параметров в ядре потока с решениями уравнений плоского пограничного слоя, но при его применении может возникнуть погрешность в определении полных потоков импульса и энергии для канала в целом.

Описанная реализация подхода  $G$  обеспечивает выполнение законов сохранения для канала в целом, однако распределения параметров в пограничных слоях носят модельный характер. Степень их соответствия реальным распределениям нуждается в дополнительном анализе. Такой анализ может быть выполнен на основе сопоставления результатов расчета с опытными данными.

Обычно результаты гидравлического расчета сопоставляются с опытными данными по распределениям осредненных параметров по длине канала<sup>2</sup> [10]. В случае рассогласования с опытом расчетная гидравлическая

<sup>2</sup> Как правило, более полное сопоставление с опытом невозможно из-за отсутствия необходимых экспериментальных данных.



модель может быть дополнена, например, введением поправочных коэффициентов в соотношения, связывающие гидравлические трение и тепловой поток с соответствующими параметрами плоских пограничных слоев. Зависимость поправочных коэффициентов от определяющих параметров и их численные значения могут быть получены на основе дополнительных модельных соображений и в результате сопоставления с опытом.

Подчеркнем, что в общем случае значения поправочных коэффициентов будут зависеть от того, какие требования предъявляются к точности описания реального течения и по каким параметрам проводится сопоставление расчета с опытом.

Возможны и другие критерии определения поправочных коэффициентов. В частности, надлежащим выбором поправочных коэффициентов можно отнести отвечающие трехмерным эффектам члены  $R_i$  в гидравлические трение и тепловой поток. При этом рассчитанные на основе подхода  $G$  распределения параметров как по длине канала, так и в каждом поперечном сечении совпадут с результатами расчета по подходу  $C$ , а трение и тепловой поток будут отличаться на величину  $R_i$ .

Следует отметить, что введение поправочных коэффициентов не нарушает главных свойств описанного подхода  $G$  — выполнения законов сохранения для канала в целом и согласованности распределения статического давления по длине канала при расчете параметров по уравнениям (1.3) и при решении уравнений плоского пограничного слоя.

Авторы считают своим долгом выразить благодарность Е. К. Холщевниковой за помощь в реализации расчета турбулентного пограничного слоя и В. Р. Сатановскому за участие в расчетах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Битюрин В. А., Любимов Г. А. Квазиодномерный анализ течения в канале МГД-генератора. — Теплофиз. высоких температур, 1969, т. 7, № 5, с. 974–986.
2. Бреев В. В., Панченко В. П. Квазиодномерный метод расчета МГД-генератора в приближении пограничного слоя. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 4, с. 139–145.
3. Вагажин А. Б., Алавидзе Г. Р. Расчет турбулентного магнитогидродинамического пограничного слоя в каналах МГД-генераторов. — Теплофиз. высоких температур, 1976, т. 14, № 3, с. 619–628.
4. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972, 342 с.
5. Леонтьев А. И., Пузач В. Г. Развитие турбулентного течения в каналах МГД-генератора. — В кн.: Проблемы теплофизики и физической газодинамики. Новосибирск. Наука, 1974, с. 34–47.
6. Bityurin V. A., Ivanov P. P., Koriagina S. M., Liubimov G. A., Maslennikov G. J., Medin S. A., Morozov G. N., Prokop A. S. Numerical modeling of MGD generator operation in an MHD power plant — 4<sup>th</sup> US-USSR Colloquium on MHD Electrical Power Generation, 1978, Washington.
7. Секундов А. Н. Применение дифференциального уравнения для турбулентной вязкости к анализу плоских неавтономных течений. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 5, с. 114–127.
8. Холщевникова Е. К. Исследование развитого течения несжимаемой проводящей жидкости в круглой трубе с помощью уравнения для турбулентной вязкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 5, с. 60–69.
9. Вагажин А. Б., Любимов Г. А., Регирер С. А. Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Наука, 1970. 672 с.
10. Битюрин В. А., Желнин В. А., Любимов Г. А., Медин С. А. Сопоставление результатов расчета течения в канале МГД-генератора с экспериментальными данными, полученными на установке У-25. — Теплофиз. высоких температур, 1978, т. 16, № 4, с. 854–867.

Москва

Поступила в редакцию  
7.V.1981