

УДК 532.529:533.6.011

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ОСАЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ ПРИ ОБТЕКАНИИ СФЕРЫ ГАЗОВЗВЕСЬЮ

ЦИРКУНОВ Ю. М.

Обтекание простых тел потоком несжимаемого газа, содержащего частицы, с умеренными и большими скоростями исследуется в работах [1-5], при этом течение несущей среды считается потенциальным. В [3] на основе оценок в окрестности критической точки отмечается необходимость учета вязкого пограничного слоя в случае мелких частиц.

В данной работе рассматривается вязкое обтекание газовзвесью добовой поверхности сферы при числах Рейнольдса $R=10^3-10^7$. Считается, что несущий газ несжимаемый, а концентрация частиц пренебрежимо мала. Исследуется влияние пограничного слоя на траектории частиц и характеристики осаждения дисперсной фазы на обтекаемую поверхность. Показано, что существует широкий диапазон параметров потока газовзвеси, где влияние пограничного слоя существенно. Установлены границы этого диапазона.

1. Рассмотрим обтекание сферы однородным двухфазным потоком со скоростью V_∞ . В невозмущенном потоке скорости газа и частиц равны. Газ считается несжимаемым, а частицы сферическими, причем их концентрация мала, так что они не оказывают влияния на течение газа. Уравнения движения газовой и дисперсной фаз в этом случае могут быть записаны в виде [6]

$$\rho \frac{dV}{dt} = P, \quad \rho_s \vartheta \frac{d_s V_s}{dt} = f_\mu + f_A + f_m, \quad P = \text{div}(-pE + \tau)$$

$$f_\mu = C_\mu \frac{\pi d^2}{8} \rho |V - V_s| (V - V_s), \quad f_A = \rho \vartheta \frac{dV}{dt} \quad (1.1)$$

$$f_m = \frac{1}{2} \rho \vartheta \left(\frac{dV}{dt} - \frac{d_s V_s}{dt} \right), \quad \vartheta = \frac{\pi d^3}{6}$$

Здесь d/dt — субстанциальная производная, связанная с движением отдельной фазы, V — скорость фазы, ρ — физическая плотность фазы, p — давление в газе, E — единичный тензор, τ — тензор вязких напряжений в газе, для компонент которого принимаются обычные соотношения Навье — Стокса, C_μ и d — коэффициент сопротивления и диаметр частицы соответственно, индекс s относится к дисперсной фазе. В уравнении движения частицы учтены основные силы, характерные для газовзвеси: сила трения f_μ , сила Архимеда f_A и сила из-за эффекта присоединенной массы f_m . Вклад последних двух составляющих в суммарную силу будет выяснен ниже.

Для коэффициента C_μ примем следующие аппроксимирующие зависимости [2]:

$$C_\mu = A + BR_s^{-1} + CR_s^{-2}, \quad R_s = |V - V_s| d v^{-1}$$

$$R_s \leq 0,1, \quad A = 0; \quad B = 24; \quad C = 0 \quad (1.2)$$

$$0,1 < R_s \leq 1, \quad A = 3,69; \quad B = 22,73; \quad C = 0,0903$$

$$1 < R_s \leq 10, A = 1,222; B = 29,1667; C = -3,8889$$

$$10 < R_s \leq 100, A = 0,6167; B = 46,5; C = -116,67$$

где ν — коэффициент кинематической вязкости газа. Эти соотношения с точностью до 1–2% описывают экспериментальную кривую $C_\mu(R_s)$ при обтекании сферической частицы безграничным равномерным потоком газа.

Подставляя выражения для сил f_μ , f_A и f_m в уравнение движения частицы, исключая из него производную dV/dt с помощью первого уравнения системы (1.1) и считая $\rho \ll \rho_s$, получим

$$\frac{d_s V_s}{dt} = \frac{3}{4d} C_\mu \frac{\rho}{\rho_s} |V - V_s| (V - V_s) + \frac{3}{2\rho_s} P \quad (1.3)$$

Введем в плоскости симметрии течения систему координат (xy) , где ось x направлена вдоль образующей сферы и имеет начало в передней критической точке, а y — полярный радиус, исходящий из центра сферы. Перейдем к безразмерным переменным, относим все линейные размеры к радиусу сферы a , проекции скорости газа u, v и частиц u_s, v_s к V_∞ , плотности фаз к ρ_s , проекции силы P к $\rho V_\infty^2/a$, t к a/V_∞ . Тогда уравнение (1.3) в координатах (xy) запишется в виде

$$\frac{d_s u_s}{dt} = -\frac{u_s v_s}{y} + \frac{3\rho}{4d} C_\mu |V - V_s| (u - u_s) + \frac{3}{2} \rho P_x \quad (1.4)$$

$$\frac{d_s v_s}{dt} = \frac{u_s^2}{y} + \frac{3\rho}{4d} C_\mu |V - V_s| (v - v_s) + \frac{3}{2} \rho P_y$$

$$P_x = -\frac{1}{y} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{y^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{2}{y} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\operatorname{ctg} x}{y^2} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2}{y^2} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{u}{y^2 \sin^2 x} \right]$$

$$P_y = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{y^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{2}{y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\operatorname{ctg} x}{y^2} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2}{y^2} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2v}{y^2} - \frac{2u \operatorname{ctg} x}{y^2} \right]$$

$$R = V_\infty a \nu^{-1}, |V - V_s| = [(u - u_s)^2 + (v - v_s)^2]^{1/2}$$

При интегрировании уравнений (1.4) функции u, v, P_x и P_y предполагаются известными из решения задачи о вязком обтекании сферы чистым газом. Однако в точной постановке эта задача не имеет аналитического решения, а для больших чисел Рейнольдса R , которые представляют наибольший практический интерес, в настоящее время не может быть решена и численно. Поэтому, считая вязкий пограничный слой тонким, найдем указанные функции во внешней невязкой области из задачи безотрывного потенциального обтекания, а в вязкой области — используя приближение пограничного слоя. Ясно, что такой подход справедлив только для больших чисел R .

2. В случае потенциального обтекания сферы [7] для искомых функций получаются следующие соотношения:

$$u = (1 + 1/2 y^{-3}) \sin x, v = -(1 - y^{-3}) \cos x$$

$$P_x = 3y^{-4} (1 - 1/4 y^{-3}) \sin x \cos x \quad (2.1)$$

$$P_y = 3y^{-4} [(1 - y^{-3}) \cos^2 x - 1/2 (1 + 1/2 y^{-3}) \sin^2 x]$$

Рассмотрим вывод соответствующих зависимостей в вязком пограничном слое. Уравнения и граничные условия, описывающие движение несжимаемого газа в осесимметричном пограничном слое на сфере, в безразмерных переменных имеют вид [8]

$$\frac{\partial u r_w}{\partial x} + \frac{\partial v r_w}{\partial y} = 0, \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{dU}{dx} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.2)$$

$$u(x, 1) = v(x, 1) = 0, \quad u(x, \infty) = U(x)$$

Здесь $r_w = r_w(x)$ — радиальная координата образующей, $U = U(x)$ — скорость газа на поверхности при потенциальном обтекании.

Пусть известны разложения функций $r_w(x)$ и $U(x)$ в ряды по степеням x . В частности, для сферы имеем

$$r_w(x) = {}^2/3 U(x) = x^{-1}/6 x^3 + \dots \quad (2.3)$$

В этом случае метод Блазиуса [8] позволяет найти разложения для u и v . Для сферы это решение имеет вид

$$u = {}^3/2 f_1'(\eta) x^{-1/2} f_3'(\eta) x^3 + \dots, \quad \eta = (y-1) (3R)^{1/2} \quad (2.4)$$

$$v = - (3/R)^{1/2} \{ f_1(\eta) - {}^1/6 [f_1(\eta) + 4f_3(\eta)] x^2 + \dots \}$$

Здесь коэффициенты-функции f_1 , f_3 и т. д. определяются в результате решения последовательности краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

$$2f_1''' + 2f_1 f_1'' - f_1'^2 + 1 = 0; \quad f_1(0) = f_1'(0) = 0, \quad f_1'(\infty) = 1 \quad (2.5)$$

$$f_3''' + f_3 f_3'' - 2f_1' f_3' + 2f_1'' f_3 + {}^1/2 f_1 f_1'' + 1 = 0$$

$$f_3(0) = f_3'(0) = 0, \quad f_3'(\infty) = {}^1/2$$

Выражение для P_x получается подстановкой разложений для $U(x)$ и $u(x, y)$ из (2.3) и (2.4) в правую часть второго уравнения (2.2), которая, по существу, представляет собой главную часть (отброшены члены порядка $\delta = R^{-1/2}$ и выше) сил давления и вязких сил, действующих в пограничном слое вдоль оси x . В результате такой подстановки найдем

$$P_x = {}^9/4 (1 + 2f_1''') x^{-3/2} (1 + f_3''') x^3 + \dots \quad (2.6)$$

Соотношения (2.4) и (2.6) справедливы во всей вязкой области, включая также окрестность критической точки, где не выполняются допущения пограничного слоя и следует, вообще говоря, рассматривать полные уравнения Навье — Стокса. Отмеченное свойство соотношений (2.4) и (2.6) связано с тем, что истинная структура уравнения неразрывности и полного уравнения импульсов в проекции на ось x в тонком вязком слое в малой окрестности критической точки совпадает с уравнениями пограничного слоя (2.2). Такое совпадение, однако, не имеет места для уравнения импульсов в проекции на ось y . Поэтому выражение для P_y во всем вязком слое, включая окрестность критической точки, нельзя получить аналогично P_x , исходя из соответствующего погранслоного уравнения.

Рассмотрение полного уравнения импульсов в проекции на ось y в вязком слое ($y \approx 1$), подстановка в него разложений для u и v из (2.4) и оценка с учетом неравенства $R \gg 1$ коэффициентов при степенях x дает (члены, начиная с x^4 , опущены)

$$3^{3/2} R^{-1/2} f_1 f_1' - {}^9/4 f_1'' x^2 = -\partial p / \partial y - 3^{3/2} R^{-1/2} f_1'' \quad (2.7)$$

Это уравнение имеет следующую структуру:

$$v\partial v/\partial y - u^2 = -\partial p/\partial y + R^{-1}\partial^2 v/\partial y^2 \quad (2.8)$$

причем порядок членов в (2.8) соответствует порядку членов в (2.7). Нетрудно видеть, что в окрестности критической точки ($x \rightarrow 0$) уравнение (2.7) имеет структуру соответствующего точного уравнения Навье — Стокса, а вдали от нее ($x \sim 1$) — структуру уравнения пограничного слоя, которое в рассматриваемом случае не является тривиальным ввиду $\partial p/\partial y \sim \sim 1$ [8].

Правая часть уравнения (2.7) с точностью до отброшенных членов представляет собой функцию P_v , первые два члена в разложении которой даются левой частью (2.7), поэтому для P_v можно записать

$$P_v = 3^{3/2} R^{-1/2} f_1 f_1' - 9/4 f_1'^2 x^2 + \dots \quad (2.9)$$

В данной работе в разложениях (2.4), (2.6) и (2.9) удерживались только первых два слагаемых, которые явно выписаны выше, и рассматривалась область $0 \leq x \leq 0,4$, где погрешность из-за отброшенных членов не превышает $\sim 1\%$. Такое ограничение не принципиально, так как особенности, связанные с влиянием пограничного слоя на осаждение частиц, проявляются уже в небольшой окрестности критической точки.

Из физических соображений ясно, что поле течения вязкого несжимаемого газа около сферы является гладким. Следовательно, аэродинамическая сила, действующая на отдельную частицу дисперсной фазы, изменяется непрерывно. Однако описание течения с выделением внешней невязкой области и пограничного слоя и определение параметров в каждой из этих областей из решения соответствующих краевых задач с условием срачивания по u не приводит, вообще говоря, к непрерывному переходу вязких профилей параметров в невязкие. Условие непрерывности действующей на частицу аэродинамической силы требует непрерывности функций u , v , P_x и P_v в уравнениях (1.4). В связи с этим был рассмотрен вопрос о возможности непрерывной стыковки вязких (2.4), (2.6) и (2.9) и невязких (2.1) профилей указанных функций.

Для чисел $R=10^3$, 10^5 и 10^7 и значений x от 0 до 0,4 с шагом 0,02 были найдены вязкие и невязкие профили параметров u , v , P_x и P_v . Было установлено, что при каждом x профили одноименных параметров пересекаются, причем в области $1 < y < 1 + O(\delta)$ для u , v и P_x имеется по одной точке пересечения, а для P_v — две (кроме оси симметрии $x=0$, когда имеется одна точка). Ордината точки пересечения вместе с исходным значением x определяет в физическом пространстве точку непрерывного перехода от вязкого профиля к невязкому. Множество точек перехода для данного параметра образует линию «сшивки» вязких и невязких профилей этого параметра. В качестве точки перехода для функции P_v следует брать точку с большим значением y . Именно такой выбор обеспечивает непрерывность линии сшивки в точке $x=0$, где толщина вязкого слоя отлична от нуля. Кроме того, в этом случае переход от соответствующей зависимости в (2.1) к (2.9) получается более плавным, так как производная $\partial P_v/\partial y$ в точке перехода сохраняет знак.

Линии сшивки вязких и невязких профилей показаны на фиг. 1 ($a-R=10^3$, $b-R=10^5$, $c-R=10^7$). На фигуре цифры 1, 2, 3 и 4 относятся к функциям u , v , P_x и P_v соответственно. При интегрировании уравнений движения частицы (1.4) функции u , v , P_x и P_v следует вычислять по формулам (2.4), (2.6) и (2.9) ниже своих линий сшивки и по формулам (2.1) выше этих линий.

3. Для расчета траектории отдельной частицы уравнения (1.4) следует дополнить кинематическими зависимостями

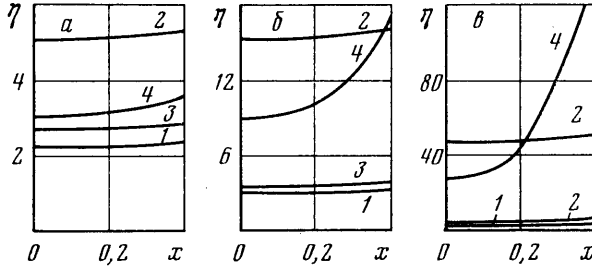
$$d_s x'/dt = u_s y^{-1}, \quad d_s y/dt = v_s \quad (3.1)$$

и задать начальные условия.

Скорость частиц в набегающем потоке при $y \rightarrow \infty$ определяется соотношениями

$$u_s = \sin x, \quad v_s = -\cos x \quad (3.2)$$

При численном интегрировании системы уравнений (1.4) и (3.1) условия (3.2) приходится задавать при некотором конечном значении $y = y_\infty$.



Фиг. 1

В расчетах было взято $y_\infty = 5$. При этом составляющие скорости газа u и v отличаются от невозмущенных значений менее чем на 0,01. Введем в качестве параметра траектории частицы ее расстояние от оси симметрии r_∞ при $y = y_\infty$. Тогда начальные условия для исходной системы можно записать в виде

$$t=0, \quad u_s = r_\infty / y_\infty, \quad v_s = -(1 - u_s^2)^{1/2} \quad (3.3)$$

$$x = \arcsin u_s, \quad y = y_\infty$$

Система уравнений (1.4) и (3.1) интегрировалась методом предиктор-корректор четвертого порядка точности. На вспомогательном шаге использовалась четырехточечная разностная схема типа Адамса — Башфорта с поправкой согласно идеям, изложенным в книге [9], а на основном шаге — схема типа Адамса — Мулттона. Последняя является неявной, и используемый алгоритм на одном шаге представляет собой первое приближение в итерационном процессе.

Считая, что падающие частицы полностью поглощаются обтекаемой поверхностью, найдем массовый поток осаждающихся частиц данной фракции q_w в произвольной точке x на лобовой поверхности сферы. При выводе формулы (3.6) все величины, если не оговорено противное, являются размерными. Пусть в невозмущенном течении массовый поток частиц данной фракции равен q_∞ . Рассмотрим цилиндр радиуса r ($r < a$), ось которого совпадает с осью симметрии течения. Этот цилиндр, пересекаясь со сферой, ограничивает на ее лобовой поверхности некоторую область S с центром в критической точке. Расходы частиц, втекающих в выделенный цилиндр на бесконечности и осаждающихся на сфере в пределах области S , соответственно равны

$$Q_\infty = q_\infty \pi r^2, \quad Q_w = 2\pi a \int_0^x q_w \sin \frac{x}{a} dx \quad (3.4)$$

Здесь верхний предел в интеграле связан с величиной r соотношением $r = a \sin(x/a)$.

Введем массовую долю осаждающихся в рассматриваемой области частиц $Q = Q_w/Q_\infty$, тогда из формул (3.4) найдем

$$\int_0^x q_w \sin \frac{x}{a} dx = \frac{1}{2} Q q_\infty a \sin^2 \frac{x}{a} \quad (3.5)$$

Дифференцируя выражение (3.5) по x , получим

$$q = \frac{1}{2} \sin x \frac{\partial Q}{\partial x} + Q \cos x, \quad q = q_w/q_\infty \quad (3.6)$$

Здесь координата x отнесена к радиусу сферы a .

Величина Q зависит от безразмерных параметров ρ , R , d , определяющих картину траекторий частиц данной фракции около сферы, и от размера области S , который, очевидно, является функцией x . Пусть параметры ρ , R и d фиксированы. Рассмотрим построение зависимости $Q(x)$. Сначала найдем касательную траекторию, т. е. траекторию частицы, которая достигает лобовой поверхности сферы в некоторой точке x_* с нулевой скоростью по нормали. Значение r_∞ , соответствующее этой траектории, обозначим $r_{\infty*}$. При $r_\infty < r_{\infty*}$ частицы осаждаются на переднюю часть сферы, при $r_\infty > r_{\infty*}$ облетают ее. Задавая возрастающую последовательность $r_{\infty i}$ ($i=1, 2, \dots, N$) при условии $r_{\infty i} < r_{\infty*}$ и рассчитывая траектории частиц, найдем координаты точек осаждения x_i . Величина Q_i в каждой точке определится по формуле $Q_i = (r_{\infty i} / \sin x_i)^2$. Последовательность Q_i ($i=1, 2, \dots, N$) представляет собой табличное задание искомой функции $Q(x)$ в точках x_i .

Вне узлов сетки $X = (x_i; i=1, 2, \dots, N)$ функция $Q(x)$ аппроксимировалась кубическим сплайном. Такой метод дает для Q четвертый, а для $\partial Q / \partial x$ третий порядок точности на неравномерной сетке [10]. При расчете траекторий последовательность $r_{\infty i}$ задавалась таким образом, чтобы сетка X была «квазиравномерной» ($x_{i+1} - x_i \approx \text{const}$).

Если $x \geq x_*$, то зависимость $Q(x)$ имеет явный вид $Q = (r_{\infty*} / \sin x)^2$. Подстановка этого соотношения в (3.6) дает тривиальный результат $q=0$.

В расчетах критерием осаждения частиц являлось условие пересечения центром частицы линии $y=1+d/2$. Во всех вариантах величина ρ была принята равной 0,0005.

Для $R=10^5$ зависимость потока осаждающихся частиц в критической точке $q(0)$ от их относительного диаметра d приведена в таблице.

| $d \cdot 10^{-4}$ | | 1,00 | 1,03 | 1,04 | 1,08 | 1,12 | 1,16 | 1,20 |
|-------------------|----|---------|---------|--------|--------|--------|-------|-------|
| $q(0)$ | I | 0,00028 | 0,00331 | 0,0416 | 0,0651 | 0,0835 | 0,100 | 0,116 |
| | II | 0,0395 | 0,0517 | 0,0556 | 0,0719 | 0,0875 | 0,103 | 0,118 |

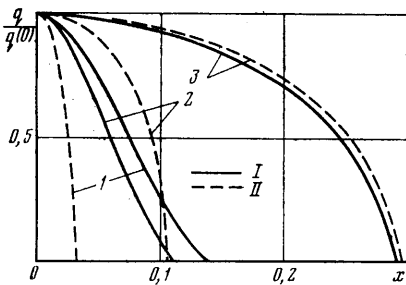
Здесь и далее римская цифра I относится к вязкому обтеканию сферы, когда поле течения газа задавалось согласно п. 2, а цифра II — к потенциальному обтеканию сферы идеальным газом.

Из таблицы видно, что учет вязкого пограничного слоя неодинаково влияет на величину $q(0)$ при различных диаметрах частиц. Однако в области влияния пограничный слой всегда приводит к уменьшению количества осаждающихся частиц в передней точке. Следует отметить, что в случае вязкого обтекания сферы при уменьшении относительного диаметра частиц начиная с $d=1,04 \cdot 10^{-4}$ их поток падает очень резко — на

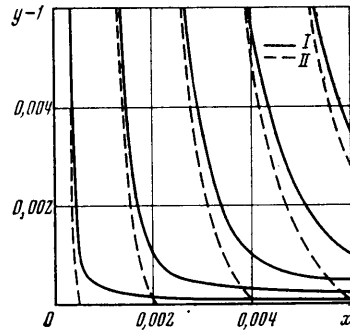
порядок при изменении d на $\sim 1\%$. Этого не наблюдается ни при каких d при потенциальном обтекании. Аналогичная ситуация имеет место и для других чисел Рейнольдса. Так, для $R=10^3$ безразмерным «критическим» диаметром частиц является $d=1,18 \cdot 10^{-3}$, а для $R=10^7$ — $d=1,005 \cdot 10^{-5}$.

На фиг. 2 показан характер распределения потока осаждающихся частиц вдоль поверхности сферы ($R=10^5$). Кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям диаметра $d=0,8 \cdot 10^{-4}$; 10^{-4} ; $1,2 \cdot 10^{-4}$. Для двух меньших диаметров частиц пограничный слой существенно влияет на распределение потока q вдоль образующей. Из приведенных результатов также видно, что при вязком обтекании величина области осаждения частиц на лобовой поверхности сферы зависит от их диаметра не монотонно.

Рассмотрим для $R=10^5$ и $d=10^{-4}$ траектории частиц вблизи критической точки (фиг. 3). Вязкий пограничный слой сильно искажает траек-



Фиг. 2



Фиг. 3

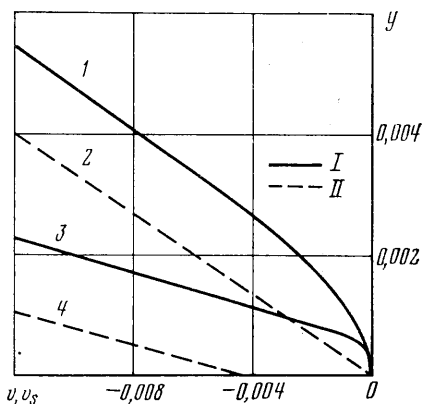
тории по сравнению с идеальным обтеканием. Он «отталкивает» частицы, препятствуя их движению к поверхности, в результате чего, как было отмечено выше, уменьшается поток осаждающихся частиц. Это объясняется следующим образом. Вязкий газ тормозится интенсивнее идеального и, следовательно, в первом случае частицы также тормозятся сильнее, что иллюстрируется фиг. 4, на которой для данных R и d показано изменение нормальной составляющей скорости газа (линии 1 и 2) и частиц (линии 3 и 4) вблизи оси симметрии. Таким образом, частицы в вязком слое могут на некотором малом расстоянии от обтекаемой поверхности практически потерять нормальную составляющую скорости v_n , что приводит к «зависанию» их в вязком слое и медленному дрейфу вдоль тела.

Результаты расчетов большого числа вариантов в диапазоне $R=10^3$ — 10^7 показали, что сила трения f_μ всегда на три и более порядка превосходит силы Архимеда f_A и присоединенной массы f_m . Было также установлено, что в пограничном слое для достаточно мелких частиц, когда их траектории сильно отличаются от идеального обтекания, выполняется неравенство $R_s \ll 1$. В этом случае для поперечной силы, действующей на частицы в пограничном слое из-за деформации сдвига в несущем газе, были получены оценки по формуле Сэфмана [11]. Оказалось, что эта сила на несколько порядков меньше нормальной к поверхности составляющей силы f_μ . С другой стороны, как следует из [11], она на порядок больше подъемной силы Магнуса при свободном вращении частиц.

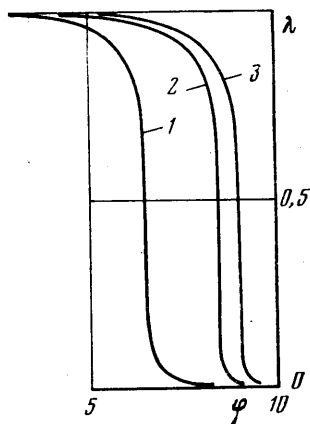
Таким образом, при рассмотрении силового взаимодействия фаз в пограничном слое для мелких частиц следует учитывать только силу f_μ , причем относительное движение фаз здесь близко к ползущему. Если для f_μ принять формулу Стокса, то «течение» дисперсной фазы в вязкой области будет зависеть от двух параметров: R и $\varphi=18\rho/Rd^2$ (здесь ρ и d без-

размерные). Последний существенно влияет на вид уравнений двухфазного пограничного слоя [12].

На фиг. 5 показана зависимость отношения потоков осаждающихся частиц в критической точке $\lambda = q_{II}(0)/q_I(0)$ при вязком и идеальном обтекании сферы от величины φ при различных R (кривая 1 — $R=10^3$, 2 — $R=10^2$, 3 — $R=10^1$). Это отношение характеризует степень влияния пограничного слоя на движение дисперсной фазы. Из графиков видно, что в рас-



Фиг. 4



Фиг. 5

смотренном диапазоне чисел R при $\varphi \lesssim 5$ пограничный слой практически не влияет на движение частиц, а при $\varphi \gtrsim 9$ влияет очень сильно, причем для каждого числа R существует свое «критическое» значение φ , соответствующее введенному выше «критическому» диаметру частиц.

Автор благодарит Ю. П. Савельева за полезное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Michael D. H., Norey P. W. Particle collision efficiencies for a sphere.— J. Fluid Mech., 1969, v. 37, pt 3, p. 565.
2. Morsi S. A., Alexander A. J. An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems.— J. Fluid Mech., 1972, v. 55, pt 2, p. 193.
3. Волощук В. М. Введение в гидродинамику грубодисперсных аэрозолей. Л.: Гидрометеониздат, 1971. 208 с.
4. Юрьев И. М. Осаждение частиц аэрозоля на цилиндре при наличии вихрей за ним. М., 1975. 15 с. (Ин-т пробл. мех. АН СССР, препринт № 64).
5. Мзитарян А. М., Сухарников Ю. В., Коваль Ю. Г. Исследование осаждения капель на цилиндрических телах при их движении в аэрозольном облаке.— В кн.: Аэродинамика. Киев, 1977, № 3, с. 19.
6. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978, 336 с.
7. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Физматгиз, 1963. 583 с.
8. Шлихтина Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
9. Хемминг Р. В. Численные методы. М.: Наука, 1972. 400 с.
10. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. М.: Мир, 1972. 316 с.
11. Saffman P. G. The lift on a small sphere in a slow shear flow.— J. Fluid Mech., 1965, v. 22, pt 2, p. 385. Исправление опечатки в J. Fluid Mech., 1968, v. 31, pt 3, p. 624.
12. Стулов В. П. Об уравнениях ламинарного пограничного слоя в двухфазной среде.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 1, с. 51.

Ленинград

Поступила в редакцию
2.VI.1980