УДК 533.6.011.5

ОБ УЧЕТЕ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ПОТОКА В МИНИМАЛЬНОМ СЕЧЕНИИ ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ ПРОФИЛИРОВАНИИ РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ЧАСТИ СОПЛА

КРАЙКО А. Н., ТИЛЛЯЕВА Н. И.

Рассматривается вопрос об учете реальных неравномерных распределений параметров потока в минимальном сечении сопла Лаваля в задаче построения его сверхзвуковой части, реализующей максимум тяги при фиксированных противодавлении и максимально допустимых габаритах. Непосредственными расчетами показано, что замена неравномерных распределений равномерными, т. е. использование предположения о плоской поверхности перехода (прямой «звуковой линии»), приводит к контурам, которые реализуют тягу, не более чем на сотые доли процента уступающую тяге сопел, спрофилированных для кривой звуковой линии. При наличии достаточно сильной закрутки указанная величина возрастает, однако в типичных ситуациях не превышает 0.1%.

Неравномерности потока в минимальном сечении сопел могут быть достаточно большими, что должно приниматься и почти всегда принимается во внимание при расчете течения в сверхзвуковой части и при определении таких интегральных характеристик, как расход, тяга, коэффициент расхода, удельная тяга и т. п. В то же время указанные неравномерности, как правило, не учитываются при профилировании самих сопел, которые чаще всего [1] строятся в предположении равномерного звукового потока. Принятие того же предположения снимает какие-либо проблемы и при достаточно медленном (квазистационарном) изменении указанных неравномерностей во времени, особенно если, как это обычно бывает, нет полной информации о таких изменениях. В связи со сказанным, естественно, возникает вопрос о величине дополнительных потерь тяги, возникающих из-за использования контуров, спрофилированных для плоской поверхности перехода.

Ответ на аналогичный вопрос об учете закрутки и неравномерностей полных параметров дали расчеты, выполненные в [2]. На их основе в [1] утверждается, что в задаче профилирования сверхзвуковой части можно не учитывать начальные неравномерности незакрученного изэнтропического и изоэнергетического потока. Поскольку, однако, данное утверждение не опирается на прямые расчеты незакрученных течений, а сделано по аналогии, то, несмотря на несомненную правдоподобность, оно не позволяет с полной уверенностью исключить возможность заметного увеличения тяги при правильном, т. е. учитывающем реальные распределения в минимальном сечении, профилировании сверхзвуковой части. Это, а также то, что в обсуждаемой задаче «заметными» считаются величины, превышающие 0,1%, сделало необходимым прямое сравнение, результаты которого вместе с аналогичными результатами для закрученных течений приводятся ниже. Газ совершенный, с показателем адиабаты $\varkappa=1{,}4$.

Сначала для заданного контура сужающейся и начала расширяющейся частей сопла методом установления по времени выполнялся расчет до- и трансзвукового потока. При отсутствии закрутки для этого применялся метод и алгоритм [3]. В противном случае привлекались результаты расчета полей параметров, полученные в процессе проведения работы [4]. Исследовавшиеся при этом контуры образованы плавно сопрягающимися отрезками прямых и дуг окружностей и типичны по величине неравномерностей в окрестности минимального сечения, где любая образующая представляет собой часть окружности радиуса r_*.

Затем для найденных установлением параметров на входе в расширяющуюся часть сопла решалась задача построения ее контура abg, реализующего максимум тяги R. В данной задаче фиксировались максимально допустимые длина X и ордината y_g концевой точки g искомого контура, его максимально допустимый радиус кривизны $r=r_*$ и внешнее противодавление p^+. В общем случае [1] указанный контур содержит начальный участок краевого экстремума aa', образованный окружностью радиуса r, участок двустороннего экстремума $a'b$, а также участок краевого экстремума – торец bg, на котором $x=X$ при $y_b\leqslant y\leqslant y_g$. Здесь x и y – меридиональные компоненты цилиндрических координат, $x_a=0$, а индексы $a,\ldots$ приписываются параметрам в точках $a,\ldots$. Участок ab обтекается сверхзвуковым потоком. На торец действует постоянное давление p^+.

На следующем этапе для тех же X, y_g, r и p^+ вновь решалась задача профилирования образующей abg, отличавшаяся от решенной выше лишь тем, что поток в минимальном сечении сопла $x=x_a=0$ считался равномерным. Построенные при этом сопла назовем эталонными. Их контуры отличаются от контуров, спрофилированных для неравномерного потока, хотя и состоят из участков той же структуры. Каждое эталонное сопло оптимально для равномерного и неоптимально для неравномерного потоков в минимальном сечении. Тем не менее всегда можно найти тягу R_e, которую такое сопло реализует при действительном неравномерном, а возможно, и закрученном потоке в минимальном сечении. Из-за неоптимальности эталонного сопла в общем случае $R_e \leqslant R$. Величина $\Delta \equiv (R-R_e)/R$ дает дополнительные потери тяги, обусловленные заменой оптимального контура на эталонный, построенный в предположении плоской переходной поверхности.

№	u_0	u_a	w_a	μ	X	y_g	p^+	y_b	R	Δ	R/μ
0	1,0	1,0	0	1,00	5	2,407	0,01	2,407	1,0627	0	1,0627
0	0,81	1,26	0	0,975	5	2,407	0,01	2,392	1,0457	$<10^{-4}$	1,0725
0	1,0	1,0	0	1,00	10	4,274	0	4,274	1,1156	0	1,1156
0	0,81	1,26	0	0,975	10	4,274	0	4,258	1,0971	$<10^{-4}$	1,1250
0	1,0	1,0	0	1,00	5	2,377	0,01	2,377	1,0608	0	1,0608
1	0,85	1,1	0	0,99	5	2,377	0,01	2,365	1,0532	$<10^{-4}$	1,0638
2	1,6	1,15	0,2	0,83	5	2,377	0,01	2,365	0,8960	$<10^{-4}$	1,0795
3	1,1	0,9	0,5	0,92	5	2,377	0,01	2,364	0,9829	$<10^{-4}$	1,0684
4	1,25	0,85	0,6	0,86	5	2,377	0,01	2,350	0,9182	$<10^{-4}$	1,0677
5	1,5	0,65	0,9	0,65	5	2,377	0,01	2,279	0,7081	$8 \cdot 10^{-4}$	1,0894
	1,0	1,0	0	1,00	10	4,209	0	4,208	1,1143	0	1,1143
1	0,85	1,1	0	0,99	10	4,209	0	4,170	1,1056	10^{-4}	1,1168
2	1,6	1,15	0,2	0,83	10	4,209	0	4,209	0,9393	$<10^{-4}$	1,1317
3	1,1	0,9	0,5	0,92	10	4,209	0	4,185	1,0319	$<10^{-4}$	1,1216
4	1,25	0,85	0,6	0,86	10	4,209	0	4,184	0,9637	$<10^{-4}$	1,1206
5	1,5	0,65	0,9	0,65	10	4,209	0	4,160	0,7417	$<10^{-4}$	1,1411

По описанной методике были выполнены обширные расчеты и сравнения, часть которых собрана в таблице. Первые ее четыре строки относятся к соплам с дозвуковой частью, образованной плавно сопрягающимися отрезками прямой $y=Y=2$, окружности радиуса $r_1=1$, прямой $dy/dx \equiv \zeta = -1$ и окружности радиуса $r_* = 0{,}5$ с центром в точке $x=0$, $y=1+r_*$. Здесь и далее все линейные размеры отнесены к $y_a{}^\circ$ – размерной ординате стенки в минимальном сечении. Остальные строки таблицы относятся к до- и трансзвуковой части сопла из [4] с $r_*=1$. Подчеркнем, что в достаточно широком диапазоне параметров, например Y, r_1, ζ и r_*, определяющих форму сужающихся участков контуров, течение в трансзвуковых областях, а следовательно, и в расширяющихся частях сопел почти полностью зависит лишь от радиуса скругления контура в минимальном сечении. Это обстоятельство придает достаточную степень общности каждому результату, полученному для фиксированного r_*.

Строки таблицы, пронумерованные нулем, отвечают незакрученным течениям. Для остальных строк число в первом столбце характеризует закрутку согласно нумерации [2]. Представление о неравномерности и закрутке дают также значения осевой (u) и окружной (w) компонент вектора скорости в сечении $x=0$ и коэффициент расхода μ. Скорости отнесены к критической скорости $q_*{}^\circ$, u_0 – значение u на оси сопла. Наконец, в таблице приведены X, y_g и p^+, разбивающие все результаты на несколько групп, ордината y_b точки b – концевой точки участка, обтекаемого сверхзвуковым потоком, тяга оптимального сопла R – сумма импульса при $x=0$ и интеграла сил давления по abg, Δ и удельная тяга R/μ. Давление отнесено к $\rho_*{}^\circ q_*{}^{\circ 2}$, где $\rho_*{}^\circ$ – размерная критическая плотность, тяга – к $2y_0{}^{\circ 2}\rho_*{}^\circ q_*{}^{\circ 2}$.

В каждой группе первая строка отвечает эталонному соплу при отсутствии начальной неравномерности и закрутки, в силу чего здесь $\Delta=0$. Сравнение ординат y_b точки b эталонного сопла и прочих сопел каждой группы дает достаточно полное представление об отличии формы эталонного и оптимальных контуров. Во всех представленных случаях это отличие не превышает нескольких процентов, подтверждая предположение [5] о слабом влиянии конфигурации трансзвуковой части на форму расширяющихся частей оптимальных сопел. Что касается дополнительных потерь тяги, то даже в худшем варианте с весьма большой закруткой ($w_a=0{,}9$, $\mu=0{,}65$) они не превышают 0,1%. В прочих случаях и заведомо для незакрученных потоков Δ не превышает нескольких сотых процента. Полученные значения согласуются с наблюдаемым различием контуров, поскольку для образующей, близкой к оптимальной, потери тяги имеют порядок интеграла от квадрата разности ординат сравниваемых контуров [1].

Слабое влияние формы на величину тяги таких сопел следует и из результатов расчетов, выполненных в [6] для двухфазных течений. Последние показали, что при аппроксимации участка $a'b$ кубичной параболой и при фиксированной точке b изменение углов наклона контура в a' и b на 5–10° меняет тягу не более чем на 0,6%. Оценки, основанные на проверке интегральных законов сохранения импульса и расхода и на сопоставлении результатов, полученных при разном числе точек (от 100 до 400 на каждой c^--характеристике пучка), позволяют считать, что погрешности определения Δ не превышают 10^{-4}. Заметим, наконец, что во всех рассчитанных примерах неравномерность и закрутка увеличивают удельную тягу. Такое поведение R/μ согласуется с выводами, сделанными ранее в [7] в рамках линейного анализа и в [8] – для сужающихся сопел.

В заключение авторы благодарят Л. Е. Стернина, инициировавшего данное исследование, а также В. А. Бугрова и Н. Н. Славянова за помощь в расчете до- и трансзвуковых течений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Крайко А. Н.* Вариационные задачи газовой динамики. М.: Наука, 1979.
2. *Тилляева Н. И.* О профилировании сверхзвуковых частей осесимметричных сопл для неравномерных и закрученных течений.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 3.
3. *Иванов М. Я., Идиятуллина Ф. Л.* К расчету гладких стационарных течений идеального газа методом третьего порядка точности.– Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1978, т. 18, № 4.
4. *Славянов Н. Н.* Теоретическое исследование закрученных течений идеального газа в сопле Лаваля.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1973, № 6.
5. *Rao G. V. R.* Approximation of optimum thrust nozzle contour.— ARS Journal, 1960, v. 30, No. 6.
6. *Дритов Г. В., Тишин А. П.* О профилировании сопл, работающих на газе с частицами конденсата.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 1.
7. *Черный Г. Г.* Закрученные течения сжимаемого газа в каналах.– Изв. АН СССР, ОТН, 1956, № 6.
8. *Крайко А. Н., Соколов В. Е.* Об удельном импульсе потока в минимальном сечении сопла Лаваля и в выходном сечении сужающегося сопла.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 1.

Москва

Поступила в редакцию
31.III.1980

УДК 533.6.011.8

О ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

КОГАН М. Н.

Получена структурная зависимость коэффициента скольжения от температуры. Показано, что обычно принимаемая зависимость справедлива лишь для молекул со степенным законом взаимодействия.

Рассмотрим для простоты диффузно отражающую стенку и пусть функция распределения $f_r \equiv f_r(x,\ y=0,\ \xi_r)$ отраженных $(\xi_{ry}>0)$ молекул связана с функцией распределения $f_i \equiv f_i(x,\ y=0,\ \xi_i)$ падающих $(\xi_{iy}<0)$ молекул соотношением

$$f_r = -Q\int \xi_{iy} f_i\, d\xi_i, \qquad Q = 2\pi^{-1} h_r^2 \exp(-h_r \xi_r^2) \tag{1}$$

где $T_r = m(2kh_r)^{-1}$ – температура отражающих молекул, связанная с температурой стенки коэффициентом аккомодации энергии.

В этом случае обычно скорость скольжения записывается в виде

$$u_x = C\rho_0^{-1}\mu(T_r)\sqrt{h_r}\,\frac{\partial u_x}{\partial y_1} \tag{2}$$

где $\rho_0 = \rho(x,\ y=0) = n(0)m$, C – постоянная, определяемая законом взаимодействия молекул. Покажем, однако, что такая простая температурная зависимость справед-