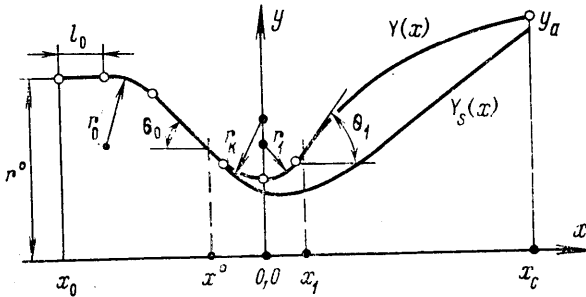


УДК 533.6.011.3

ПРИМЕНЕНИЕ ПРЯМЫХ ВАРИАЦИОННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ОСЕСИММЕТРИЧЕСКИХ СОПЛ ЛАВАЛЯ В СЛУЧАЕ РАВНОВЕСНЫХ И НЕРАВНОВЕСНЫХ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ

РЫЧКОВ А. Д.

При построении оптимального контура сопла Лавалья, когда в области течения имеются дозвуковые зоны, применение таких эффективных методов, как общий метод множителей Лагранжа [1], становится весьма затруднительным. Поэтому в данной работе используются прямые вариационные методы. Применительно к соплам эти методы впервые использовались при профилировании сверхзвуковых частей сопел в случае неравновесных двухфазных течений в [2]. Для равновесных течений они применялись для оптимизации сверхзвуковых сопел [3, 4] и при построении



Фиг. 1

контура дозвуковой части сопла, обеспечивающего параллельное звуковое течение в его минимальном сечении [3].

1. При использовании прямых методов оптимизации искомый контур представляется в виде некоторого набора базисных функций, содержащих свободные параметры [1]. Часть из них определяется из изопериметрических условий задачи и условий сопряжения отдельных участков контура, остальные — из требования достижения экстремума соответствующего функционала задачи (тяги, удельный импульс, коэффициент непрямолинейности звуковой линии [3] и т. д.) с помощью методов нелинейного программирования. Заметим, что выбор базисных функций может зависеть от вида функционала.

В данной работе для построения контура сопла, обеспечивающего максимум его удельного импульса, в качестве базисных функций использовались отрезок прямой, дуга окружности, полином третьей степени. Дозвуковая часть (фиг. 1) имела цилиндрический входной участок радиуса $r^0 = Y(x_0)$ и длиной l_0 , который окружностью радиуса r_0 сопрягался с коническим участком, наклоненным к оси сопла под углом θ_0 . Трансзвуковая часть сопла образована двумя окружностями с радиусами r_k и r_1 со стороны дозвуковой и сверхзвуковой областей соответственно. Сверхзвуковая часть представляла собой полином третьей степени, проходящий через ординату среза сопла $y_a = Y(x_c)$, сопряженный с окружностью r_1 под углом θ_1 . Исследования, проведенные в [2, 5], показывают, что такой полином в случае равновесных течений с высокой точностью аппроксимирует оптимальный контур. Более того, даже понижение его порядка до второго обеспечивает вполне приемлемые результаты оптимизации [4].

В качестве изопериметрических условий задавались «габаритные» ограничения: длина сверхзвуковой части сопла x_c , радиус r^0 и длина l_0 . Из оставшихся семи свободных параметров — r_0 , θ_0 , r_k , r_1 , θ_1 , y_a , θ_a (θ_a — угол наклона контура при $y = y_a$) — выделялись те, изменение которых оказывает наиболее существенное влияние на величину единичного импульса сопла I . Параметрические исследования, проведенные в равновесном [6, 7] и неравновесном [8] случаях, показали, что влияние r_0 , θ_0 на I незначительно. Тогда из соображений безотрывности течения и получения минимальной длины дозвуковой части, пользуясь результатами работы [6], можно положить $r_0 = 0,8r_c$, $\theta_0 = 45^\circ$ (r_c — радиус минимального сечения сопла).

Результаты теоретических исследований [1] показывают, что для оптимальных контуров $r_1 = 0$. Этот факт использовался также для косвенной проверки правильности результатов оптимизации. Оказалось, что если считать r_1 свободным параметром,

то и в равновесном и в неравновесном течениях при приближении к экстремуму I действительно всегда $r_1 \rightarrow 0$. При этом для $r_1 \leq 0,1r$, влияние этого параметра на I становится уже незначительным и в дальнейшем всегда полагалось $r_1 = 0,1r$. Наконец, специально проведенные методические расчеты показали, что в силу слабого влияния θ_a на I в окрестности экстремума [2] на конце контура можно задавать «мягкое» условие $Y_{xx}(x_c) = 0$. Таким образом, $I = I(r_k, \theta_1, y_a)$.

Для отыскания максимума функционала I использовался метод покоординатного спуска с параболической интерполяцией. Процедура поиска была следующей. Начиная с наибольшего значения r_k , из области его определения осуществлялось движение по r_k в сторону убывания, причем для каждого фиксированного r_k находились значения θ_1° , y_a° , доставляющие максимум I в плоскости θ_1, y_a . Экстремум оказывается достаточно пологим. Так, отклонения величин θ_1 и y_a от θ_1° , y_a° на 5% приводили к изменению I на $\sim 0,1\%$.

2. Для численного решения прямой задачи теории сопла Лавалля использовалась методика, изложенная в [8], модифицированная с целью сокращения времени счета. Здесь существенны два момента. Во-первых, вводились новые «спрямляющие» переменные $\xi = [y/Y(x)]^2$, $\eta = [y/Y_s(x)]^2$, где $Y_s(x)$ — предельная линия частиц. С их помощью разностная сетка стучалась в поперечном направлении и устранялась особенность на оси сопла в исходной системе уравнений. Специально проведенные расчеты показали, что предложенное сгущение позволяет сократить примерно вдвое количество узлов разностной сетки по сравнению с равномерной сеткой, применяемой ранее в [8], при одинаковой точности определения величины единичного импульса. Соответственно сокращается и время счета. Во-вторых, при расчете течения в до- и трансзвуковой области использовалась идея переноса левой границы, изложенная в [9]. Сначала течение рассчитывалось на достаточно грубой сетке, затем вблизи горловины сопла выбиралась прямая $x = x^\circ$, на которой продольные градиенты параметров течения еще не слишком велики. Эта прямая объявлялась левой границей и на ней определялись все величины, задаваемые здесь в качестве граничных условий. Теперь уже за счет уменьшения размеров области интегрирования требуется сравнительно небольшое число узлов сетки и, кроме того, сокращается время установления течения, так как размер дозвуковой области течения значительно уменьшается.

3. Расчеты оптимальных контуров проводились при следующих значениях параметров течения и геометрии сопл (здесь и далее все линейные размеры отнесены к r_*): $k = 1,2$; $p_0 = 4$ мПа; $T_0 = 3500$ К; $\mu_g = 20$ кг/моль; $z = 0,4$; $d_s = 10^{-5}$ м; $r_* = 0,1$ м; $\mu_0 = 9 \cdot 10^{-5}$ кг/м·с; $Pr = 0,56$; $c_b/c_p = 0,75$; $l_0 = 0,1$; $x_c = 15$; $r^\circ = 2$; $x^\circ = -0,3$; где k — показатель адиабаты, μ_g — молекулярный вес газа, z — весовая доля конденсата, d_s — диаметр частиц, μ_0 — вязкость газа при $T = T_0$, Pr — число Прандтля, c_b, c_p — удельная теплоемкость материала частиц и газа соответственно, p_0, T_0 — параметры торможения. Выражения для коэффициентов сопротивления и теплопередачи взяты из [7], учитывалась зависимость плотности материала частиц от ее температуры

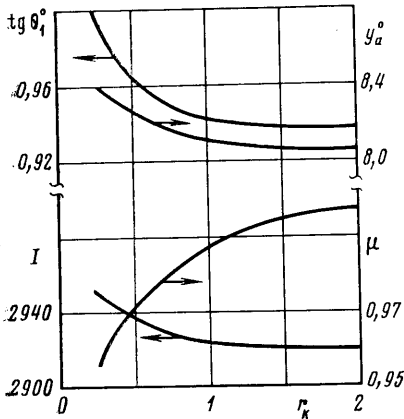
$$\rho_b = 3060 - 0,967(T_s - 2323) \text{ кг/м}^3$$

Наличие внешнего противодавления не предполагалось. Анализ отражения от оси сопла замыкающей c^+ -характеристики [1] показал, что сверхзвуковая часть контура имеет только одну точку излома при $x = 0$. Для данного размера частиц выпадение их на концевой участок контура отсутствовало и схема с «отгибом» контура [4] не реализовывалась.

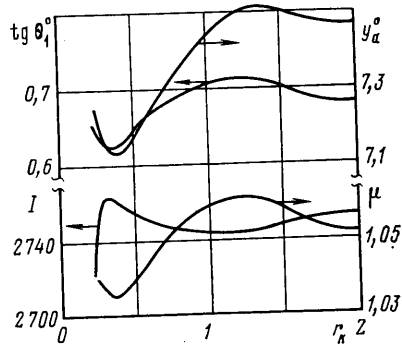
На фиг. 2 для случая равновесного течения приведены в зависимости от r_k изменения $\text{tg } \theta_1^\circ$, y_a° и соответствующих им значений единичного импульса I [м/с] и коэффициента расхода μ . Видно, что оптимальным является сопло с конической дозвуковой частью и угловой точкой в минимальном сечении. Такое сопло также имеет наименьшую тягу (тяга $\sim I \cdot \mu$) и наименьший коэффициент расхода. Ранее факт увеличения I за счет неравномерности потока, правда, только для минимального сечения сопла, доказан в [10].

На фиг. 3 аналогичные кривые приведены для неравновесного двухфазного течения. Немонотонность изменения кривых связана с влиянием выпадения частиц конденсата на стенку в дозвуковой части сопла. В принятой здесь схеме расчета полагается, что частицы, попавшие на стенку из-за их инерционного выноса, полностью на нее налипают, что вызывает и соответствующие потери их массы, импульса и энергии. Анализ зависимости относительной доли выпавших частиц G_s и величины потерь удельного импульса ΔI показал следующее. Точка начала предельной линии частиц, ограничивающая справа область выпадения частиц, находится в окрестности стыковки окружности r_k с прямой и по мере уменьшения r_k перемещается к минимальному сечению сопла, увеличивая площадь поверхности, на которую выпадают частицы. Это приводит к росту G_s и ΔI . Однако при малых r_k увеличения площади уже почти не происходит и G_s и ΔI «насыщаются». Тогда поведение величин I, μ на фиг. 3 имеет следующее объяснение. По мере уменьшения r_k , начиная

с его наибольших значений, увеличивается G_s , что приводит к уменьшению содержания частиц в газе в горловине сопла и к уменьшению их обратного влияния на газ, т. е. течение в какой-то мере приближается к «замороженному». При этом величина μ возрастает, а I уменьшается. Затем по мере «насыщения» процесса выпадения частиц на стенку начинает преобладать влияние неравномерности поля течения в горловине сопла, что ведет, как и в равновесном случае, к уменьшению μ и к росту I . Однако при малых r_k начинает сказываться влияние эффекта скоростного запаздывания частиц, что приводит снова к быстрому росту μ [8] и к резкому



Фиг. 2



Фиг. 3

уменьшению величины I . Таким образом, для принятых в работе значений параметров течения и геометрии сопла в неравновесном случае оптимальным является сопло с $r_k=0,34$.

Заметим, что в случае неравновесного течения оптимальное сопло имеет значительно меньшую степень расширения γ_a° и меньший угол θ_1° , чем в равновесном течении.

Изопериметрическое условие постоянства длины сверхзвуковой части сопла задавалось с целью выделения в чистом виде влияния r_k на прирост I . Если, например, задавать длину всего сопла, то изменение r_k приводит к изменению длины сверхзвуковой части, а следовательно, и к дополнительному изменению I .

Автор выражает благодарность А. Н. Крайко за ряд полезных замечаний при обсуждении постановки задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крайко А. Н. Вариационные задачи газовой динамики. М.: Наука, 1979. 447 с.
2. Дригов Г. В., Тишин А. П. О профилировании сопел, работающих на газе с частицами конденсата. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 1, с. 170.
3. Бугов В. Г., Васенин И. М., Шелуха А. И. Применение методов нелинейного программирования для решения вариационных задач газовой динамики. — ПММ, 1977, т. 41, вып. 1, с. 59.
4. Altman J. G., Heffman J. D. Design of maximum thrust nozzle contours by direct optimization methods. — AIAA Pap., 1978, № 1048, 7 p.
5. Rao G. V. R. Approximation of optimum thrust nozzle contour. — ARS Journal, 1960, v. 30, № 6, p. 561.
6. Мельников Д. А., Пирумов У. Г., Сергиенко А. А. Сопла реактивных двигателей. — В кн.: Аэромеханика и газовая динамика. М.: Наука, 1976, с. 57.
7. Алемасов В. Е., Дрегалин А. Ф., Тишин А. П., Худяков В. А. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Т. 1. М., 1971. 266 с.
8. Глазунов А. А., Рычков А. Д. Исследование неравновесных двухфазных течений в осесимметрических соплах Лавала. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 6, с. 86.
9. Тагиров Р. К. Теоретическое исследование течения идеального газа в сужающихся соплах. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2, с. 198.
10. Крайко А. Н., Соколов В. Е. Об удельном импульсе потока в минимальном сечении сопла Лавала и в выходном сечении сужающегося сопла. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 1, с. 186.

Новосибирск

Поступила в редакцию
17.IV.1980