

УДК 533.6.07

## ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ГАЗА В ВИХРЕВОМ ЖГУТЕ ОКОЛО МОДЕЛИ ТРЕУГОЛЬНОГО КРЫЛА ПОД УГЛОМ АТАКИ ПРИ $M_\infty = 2$

АЛФЕРОВ В. И., ВЕРНИКОВА Н. Г., ПОДМАЗОВ А. В.

Теоретическому и экспериментальному исследованию поля течения около тел различной формы под большими углами атаки посвящены работы [1–5]. Численные методы, как правило, дают хорошие результаты при небольших углах атаки, где нет отрыва потока и его можно считать невязким. При больших углах атаки эффекты вязкости играют преобладающую роль на наветренной стороне тела, приводя к сильному взаимодействию вязкого и невязкого потока. В этом случае результаты численных методов плохо согласуются с экспериментальными и зачастую для проведения расчетов необходимо знать заранее положение вихревых систем в пространстве. Детальному экспериментальному исследованию поля вихревого течения около тел различной формы: конуса, цилиндрического тела с оживальной головкой, треугольного крыла – посвящены работы [3, 6, 7].

Для определения поля течений в указанных работах в основном использовались измерения полного и статического давления с помощью трубки Пито с пятиточечной конической головкой. Для визуализации пространственного течения применялись методы Тейлера и парового экрана с различными типами источников света.

Все перечисленные методы не позволяют получить полную картину течения около тела и в некоторых случаях неприменимы, как, например, метод Тейлера, если у тела имеются различного рода выступы, Х-образные крылья и т. д.

Описанный ранее метод визуализации, основанный на использовании свечения высоковольтного разряда [4, 5], имеет ряд преимуществ, так как позволяет сразу определить положение вихревых систем, висячих скачков уплотнения и т. д. Ранее было установлено, что спектр свечения разряда заполнен молекулярными полосами азота первой и второй положительных систем. Возможность использования указанного спектра для получения количественных характеристик течения рассмотрена в работе [8].

Ниже излагаются результаты экспериментального определения поля плотности в ядре вихревого жгута на основании уточненной методики [8], использующей связь между интенсивностью излучения, электрическими параметрами разряда: током и напряжением и локальной плотностью газа.

1. В предположении отсутствия реабсорбции для интенсивности излучения головы полосы можно записать

$$I_{ei} = NN_e \int_{v_{ei}}^{\infty} g_{ei} F(v) v dv h\nu_{ie} + \sum_{j=k+1}^{\infty} N_e A_{ji} h\nu_{ji} \quad (1.1)$$

Здесь  $N$  – концентрация молекул азота,  $N_e$  – концентрация электронов,  $g_{ei}$  – эффективное сечение возбуждения полосы,  $F(v)$  – функция распределения электронов по скоростям,  $h\nu_{ie}$  – энергия излучаемого кванта. Последний член в (1.1) учитывает каскадные переходы при возбуждении спектральной линии. Как показывают оценки [9], в данном случае их роль незначительна ( $<10^{-2}$ ).

Удобно ввести оптическую функцию возбуждения и рассматривать ее как функцию ускоряющего потенциала  $V$ , связанного со скоростью электронов соотношением  $eV = m_e v^2 / 2$  ( $e$ ,  $m_e$  – заряд и масса электрона). Функцию  $g(V)$  можно представить в виде  $g(V) = g_{\max} f(V)$ , где  $g_{\max}$  – мак-

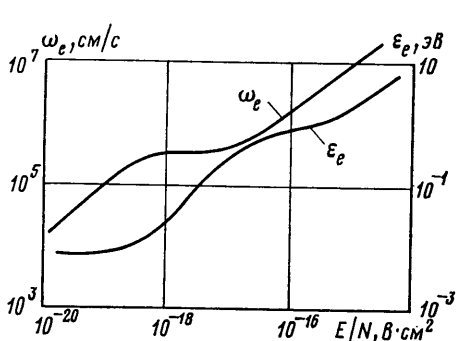
симальное значение функции  $g(V)$ , а  $f(V)$  — оптическая функция возбуждения спектральной полосы.

Таким образом, для интенсивности излучения головы полосы получим

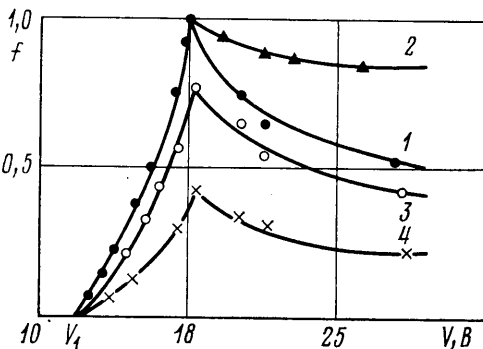
$$I_{ei} = aNN_e g_{\max} \Phi(V) h\nu_{ie}, \quad \Phi = \int_{V_k}^{\infty} f(V) F(V) \sqrt{V} dV \quad (1.2)$$

Здесь  $a$  — постоянный множитель.

Для дальнейшего анализа необходимо знание функции распределения электронов по энергиям, которая в рассматриваемых условиях может заметно отличаться от максвелловской. Отклонение ее от максвелловской происходит как в результате воздействия электрического поля на электроны, неупругих столкновений первого и второго рода, так и вследствие



Фиг. 1



Фиг. 2

неоднородности концентрации рассеивателей электронов в пространстве [8].

В работах [10, 11] показано, что высокоэнергетическая часть функции распределения достаточно хорошо описывается приближенной зависимостью  $F(\epsilon) \sim \exp(-\epsilon/\epsilon_*)$ , где  $\epsilon_* = \text{const}$ , определяемая заданным значением приведенного поля  $E/N$ . В рассматриваемом случае в качестве  $\epsilon_*$  можно использовать характеристическую энергию электронов  $\epsilon_e$ , экспериментальная зависимость которой от величины  $E/N$ , взятая из работы [2], приведена на фиг. 1.

При значениях  $E/N > 5 \cdot 10^{-16}$  в  $\text{cm}^2$  зависимость  $\epsilon_e$  от  $E/N$  можно представить в виде

$$\lg \epsilon_e = a \lg \frac{E}{N} + b, \quad \epsilon_e = \frac{3kT}{2} = b \left( \frac{E}{N} \right)^a, \quad b = 10^{12,9}, \quad a = 0,85 \quad (1.3)$$

Для дальнейшего рассмотрения функцию распределения удобно представить в виде

$$F(V) = C \exp\left(-\frac{3eV^{3/2}}{2\epsilon_e}\right), \quad C = 2\sqrt{\frac{e^3}{\pi(kT)^3}} \quad (1.4)$$

Для определения функции  $f(V)$ , входящей в интеграл  $\Phi(V)$ , воспользуемся экспериментально полученными [13] функциями возбуждения 2<sup>+</sup> системы полос азота, приведенными на фиг. 2 (кривые 1, 2, 3 относятся соответственно к полосам 0→3, 1→4 и 2→6; кривая 4 — аппроксимационная зависимость для  $f(V)$  [9]).

Интеграл  $\Phi(V)$  удобно представить в виде суммы по двум областям интегрирования  $[V_1, V_k]$  (аппроксимационная функция здесь полагается

равной нулю) и  $[V_k, \infty]$ :

$$\Phi(V) = \int_{V_1}^{V_k} f(V)F(V)\sqrt{V}dV + \int_{V_k}^{\infty} f(V)F(V)\sqrt{V}dV \quad (1.5)$$

Для расчета первого интеграла экспериментальная функция возбуждения  $f(V)$  аппроксимируется ломаной линией, соединяющей все экспериментальные точки. Второй интеграл рассчитывался с использованием аппроксимации для  $g(V)$  из [9]

$$g(V) = \frac{g_{\max} - g_{\infty}}{V} + g_{\infty} \quad V \geq V_k; \quad g(V) = 0, \quad V < V_k \quad (1.6)$$

где  $g_{\infty}$  — значение  $g(V)$  при  $V \rightarrow \infty$ .

Из расчета имеем

$$\int_{V_1}^{V_k} f(V)F(V)\sqrt{V}dV \approx 10^2 \int_{V_k}^{\infty} f(V)F(V)\sqrt{V}dV \quad (1.7)$$

Следовательно, величиной второго интеграла в (1.5) можно пренебречь, тем более что использование аппроксимации (1.6) вместо реальной функции возбуждения приводит к несколько завышенному значению первого интеграла, так как аппроксимационная кривая лежит выше реальной (см. фиг. 2).

Таким образом, выражение для  $\Phi(V)$  будет иметь вид

$$\Phi(V) \approx \int_{V_1}^{V_k} f(V)F(V)\sqrt{V}dV = \sum_i \int_{V_1^{(i)}}^{V_2^{(i)}} (a_i V - b_i) C \exp\left(-\frac{3eV}{2\varepsilon_e}\right) V dV \quad (1.8)$$

где  $a_i, b_i, V^{(i)}$  — параметры  $i$ -го отрезка ломаной, аппроксимирующей функцию возбуждения.

После интегрирования и приведения к безразмерному виду  $\tau_e = V_e/V_k$  имеем для  $\Phi(\tau_e)$ :

$$\Phi(\tau_e) = \sqrt{\frac{6}{\pi V_k}} \exp\left(-\frac{3\tau_e V_1}{2V_k}\right) (C_1 \tau_e^{1/2} + C_2 \tau_e^{1/2} + C_3 \tau_e^{-1/2}) \quad (1.9)$$

где в рассматриваемом случае  $C_1 = 23,5584$ ,  $C_2 = 10,8766$ ,  $C_3 = 0,0005$ . При малых  $\tau_e$  ( $\tau_e \sim 0,1 - 0,01$  при  $E/N \sim 1,2 \cdot 10^{-15} - 10^{-16}$  в см<sup>2</sup>) можно использовать следующее приближенное выражение:

$$\Phi(\tau_e) \approx \text{const } \tau_e^{1/2} \exp\left(-\frac{3V_1}{2\tau_e V_k}\right) \quad (1.10)$$

Для нахождения концентрации электронов  $N_e$  воспользуемся вольт-амперными характеристиками разряда. Для суммарного тока, протекающего в визуализируемой зоне, имеем

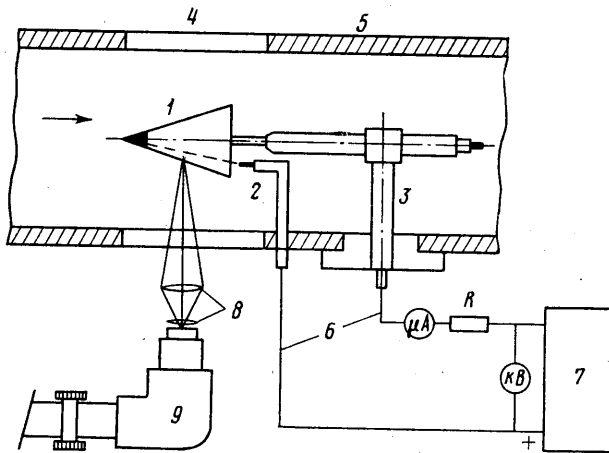
$$j = e \int_0^{\infty} N_e \omega_e dS \quad (1.11)$$

Здесь  $\omega_e$  — дрейфовая скорость электронного газа, которую, согласно работе [12], при  $E/N > 5 \cdot 10^{-17}$ , В·см<sup>2</sup> можно представить в виде  $\omega_e = \text{const} (E/N)^{0,85}$ .

Если для двух условий опыта для средней энергии электронов выполняется неравенство  $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/\varepsilon_1 \ll 1$  или эквивалентное ему условие  $(1 - E_2 N_1 / E_1 N_2) \ll 1$ , то распределение молекул и электронов можно представить в виде  $N_i = N_{i\infty} \eta(r)$ ,  $N_{ei} = N_{ei\infty} \lambda(r)$  ( $i=1, 2$ ). Принимая во внимание, что  $E$  можно считать постоянным поперек разряда ( $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ ), получаем для отношения токов

$$j_1/j_2 = N_{e1} (E_1 N_{2\infty})^{0,85} / N_{e2} (E_2 N_{1\infty})^{0,85} \quad (1.12)$$

Далее интенсивность излучения зависит от функции распределения плотности излучателей вдоль оптического луча. Для ее нахождения необ-



Фиг. 3

ходимо решать соответствующие интегральные уравнения. Методы решения подобных уравнений разрабатывались применительно к анализу газодинамических течений на основе оптических методов [14], а также визуализации тлеющим разрядом [15].

Ниже анализ проводится для наиболее простого случая осесимметричного распределения плотности излучателей, имеющего место с достаточной степенью точности в центре вихревого жгута.

В этом случае радиальное распределение интенсивности  $n(r)$  и наблюдаемая интенсивность  $I(x)$  связаны уравнением типа Абеля

$$I(x) = 2 \int_x^R \frac{n(r) r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}} \quad (1.13)$$

где  $R$  — радиус, на котором  $n(r) = 0$ .

Численный метод Пирса [16] является одним из наиболее удовлетворительных и не уступает по точности другим, значительно более сложным методам расчета радиального распределения [17].

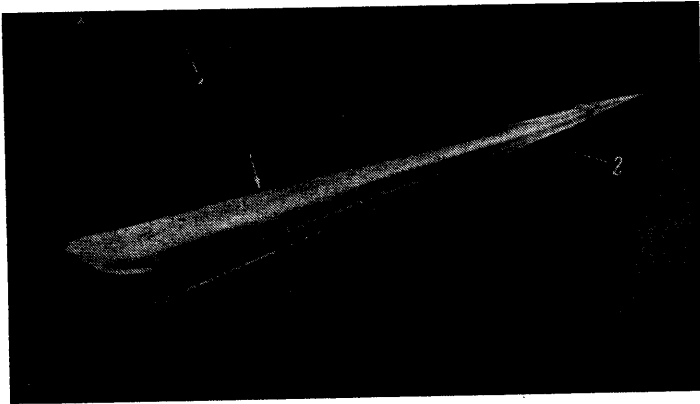
Подставляя (1.12) и (1.10) в (1.2), получим

$$n_1(r)/n_2(r) = (j_1 E_2 N_1 / j_2 E_1 N_2)^{1,43} \exp \left\{ \left( \frac{3}{2} \right) V_k 10^{-12,9} \left[ (N_2 \eta(r) / E_2)^{0,85} - (N_1 \eta(r) / E_1)^{0,85} \right] \right\}$$

После логарифмирования имеем окончательно для функции радиального распределения плотности  $\eta(r)$ :

$$\eta(r) = \left\{ \frac{\ln[n_1(r)j_2(E_1N_2)^{1,43}/n_2(r)j_1(E_2N_1)^{1,43}]}{(\frac{3}{2})V_k 10^{-12,9} [(N_2/E_2)^{0,85} - (N_1/E_1)^{0,85}]} \right\}^{1,18} \quad (1.14)$$

Все входящие в данную зависимость величины определяются на опыте, что позволяет использовать ее для экспериментального определения распределения плотности газа внутри вихревого жгута около моделей, рас-



Фиг. 4

положенных под углами атаки при до- и сверхзвуковых скоростях их обтекания.

2. Экспериментальные исследования распределения плотности газа в визуализируемой зоне проводились в аэродинамической трубе закрытого типа, подробно описанной в [5].

Схема проведения эксперимента приведена на фиг. 3 (1 — модель, 2 — насадок-электрод, 3 — стойка, 4 — окна, 5 — стенка трубы, 6 — высоковольтные провода, 7 — высоковольтный выпрямитель, 8 — линзы, 9 — спектрограф ИСП-51). Объектом исследования была вихревая система треугольного крыла с дозвуковыми передними кромками с углом стреловидности  $\chi=85^\circ$ . Крыло с симметричным профилем (относительная толщина  $C=5\%$ ) устанавливалось в рабочей части трубы под фиксированным углом атаки, точность установки углов атаки с учетом деформации державки  $\pm 1,5\%$ .

Испытания проводились при числе  $M_\infty=2$ , числе  $Re \approx 0,9 \cdot 10^6$ , подсчитанном для длины крыла  $\sim 0,1$  м. Поле скоростей в рабочей части установки обладало высокой степенью однородности  $\Delta M/M=0,05$ .

После выхода установки на заданный режим работы  $M_\infty=2$ , а статическое давление  $p_c=237$  торр ( $N_\infty=1,43 \cdot 10^{19}$  см $^{-3}$ ) при фиксированном угле атаки модели  $\alpha=15^\circ$  на электроды подавалось напряжение. Параметры разряда для двух условий эксперимента были равны соответственно:  $j_1=280$  мкА,  $U_1=7,8$  кВ,  $j_2=240$  мкА,  $U_2=7,7$  кВ.

Спектрографирование свечения разряда около модели осуществлялось спектрографом ИСП-51. Сечение спектрографирования показано на фиг. 4 (1 — насадок, 2 — модель). При тех же условиях опыта в том же сечении производилось измерение распределения полного давления торможения  $p_0'$  насадком с внешним диаметром 0,6 мм. (Точность измерения давления  $\pm 1,5\%$ .) Положение оси насадка корректировалось в соответствии с осью вихря. Насадок перемещался при помощи координатника с шагом 1 мм.

Расшифровка спектрограмм показала, что спектр свечения заполнен полосами первой ( $1^+$ ) и второй ( $2^+$ ) положительными системами азота.

По результатам микрофотометрирования ряда голов полос первой и второй положительных систем азота определялось распределение плотностей по чернению вдоль голов полос и соответственно рассчитывались относительные интенсивности  $I(x)$ . В предположении, что функция распределения  $\eta(r)$  осесимметрична по методике Пирса [16], находилось радиальное распределение плотностей излучателей  $n(r)$ . Поскольку заранее не были известны значения  $E/N$  в вихревой зоне, а на участке  $E/N < 5 \cdot 10^{-16}$  В·см<sup>2</sup> зависимость  $\epsilon_e(E/N)$  имеет нелинейный характер (фиг. 1), то для определения области  $E/N$  внутри вихревого жгута был использован метод последовательных приближений. В качестве первого приближения брались значения  $E/N$ , определенные по показаниям насадка  $p_0'$ .

Значения пороговых потенциалов были приняты равными 7 и 11 В для первой и второй систем полос азота соответственно.

Распределение плотности в вихре приведено на фиг. 5, где 1 — соответствует полосе  $5 \rightarrow 2(1^+N_2)$ , 2 —  $0 \rightarrow 3(2^+N_2)$ , 3 —  $(2 \rightarrow 6)(2^+N_2)$ . Там же нанесено относительное распределение давления торможения за прямым скачком  $P_0' = p_0'/p_{0\infty}'$ , по оси абсцисс отложено расстояние от поверхности крыла  $y$ , отнесенное к его полуразмаху ( $y/a$ ).

Суммарная точность метода, обусловленная использованием для высокоэнергетической части квазимаксвелловского приближения, с аппроксимацией зависимости энергии и подвижности электронов от  $E/N$ , а также случайными погрешностями измерений составляет величину  $\sim 50\%$ , что, вообще говоря, приемлемо, поскольку величина плотности в вихревой зоне меняется приблизительно на два порядка.

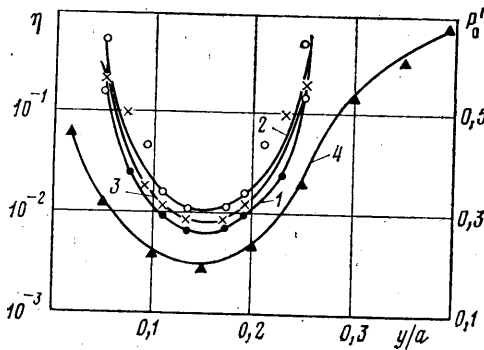
3. Наблюдаемая при визуализации высоковольтным разрядом картина обтекания сверхзвуковым потоком треугольного крыла с дозвуковыми кромками под углом атаки соответствует общепринятой схеме.

Конический скачок охватывает крыло, вихревая пелена сворачивается в пару конически растущих

вихрей. С увеличением угла атаки линия присоединения главного вихря отходит от поверхности и образуется вторичный вихрь, расположенный под основным, с противоположным вращением относительно главного. Распределение плотности и измерение насадком давления  $p_0'$  осуществлялось для главного вихря в сечении, показанном на фиг. 4.

Сравнение распределения давления, измеренного трубкой Пито, с результатами других авторов указывает на совпадение как месторасположения главного вихря, так и минимальной величины  $p_0'/p_{0\infty}'$  в его центре [6, 18]. Величина минимума статической плотности совпадает с центром ядра вихря, определенным по измерению давления. Однако размеры вихревой зоны, определенные оптически, заметно меньше измеренных при помощи трубки Пито. Характер изменения параметров течения внутри вихревой зоны в основном соответствует результатам работы [7], в которой использовано предположение [19] о существовании ядра вихря, вращающегося как твердое тело, и вихревого слоя.

Из измеренных значений  $p_0'$  и плотности газа  $\rho$  можно найти в предположении постоянства энтальпии торможения значения осевой составляющей скорости по известным газодинамическим соотношениям [20]. Вели-



Фиг. 5

чина физической скорости на оси вихря возрастает и составляет с учетом возможных погрешностей величину  $1,1-1,2 v_{\infty}$ . Величина полного давления для трубки тока по оси вихря равна соответственно  $1,5-2,0 p_{\infty}$ .

Область применения изложенного метода достаточно широка. Наблюдаемые эффекты весьма подобны в диапазоне от околозвуковых до гиперзвуковых скоростей и углов полураствора конического течения  $5-20^{\circ}$ .

Таким образом, можно считать доказанным, что центр зоны наиболее яркого свечения при визуализации высоковольтным разрядом совпадает с вязким ядром вихревого жгута. На приведенных результатах продемонстрирована возможность использования метода высоковольтного разряда для получения количественных данных о тонкой структуре потока.

Использование уточненных данных о функции распределения энергии электронов по энергиям и их подвижности позволит повысить точность и надежность результатов. Дополнительные данные о характере течения могут быть получены из спектроскопического определения вращательной температуры азота, которая в рассмотренных выше условиях всегда равна поступательной, т. е. статической температуре газа.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Vigneron Y. C., Rakich J. V., Tannehill J. C.* Calculation of supersonic viscous flow over delta wings with sharp subsonic leading edges.—AJJA Paper, 1978, № 1137.
2. *Минайлос А. Н.* Расчет сверхзвукового обтекания крыльев с учетом сходящихся с кромок тангенциальных разрывов в рамках модели, использующей систему уравнений Эйлера.—Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 1.
3. *Mannerie, Welle.* Etude de l'écoulement supersonique et hypersonique autour d'une aile elancee en incidence.—AGARD, 1968, CP-30.
4. *Алферов В. И., Окерблом Т. И., Саранцев А. И.* Экспериментальное исследование вихревого течения около крыльев малого удлинения и круглых конусов при числе Маха, равном 2.—Изв. АН СССР. МЖГ, 1967, № 5.
5. *Алферов В. И., Бушмин А. С., Калачев Б. В.* Экспериментальное исследование свойств электрического разряда в потоке воздуха.—ЖЭТФ, 1966, т. 51, № 5.
6. *Чжен П.* Управление отрывом потока. М.: Мир, 1979.
7. *Oberkampf W. L., Nicolaides J. D.* Aerodynamics of finned missiles at high angle of attack.—AJJA Paper, 1974, № 50.
8. *Алферов В. И.* К вопросу определения поля плотности потока при визуализации вихревых жгутов методом высоковольтного разряда.—Тр. ЦАГИ, 1974, № 1421.
9. *Фриш С. Э.* Оптические спектры атомов. М.—Л.: Физматгиз, 1963.
10. *Nighan W. L., Wiegand W. J.* Influence of negative-ion processes on steady-state properties and striations in molecular gas discharges.—Phys. Rev., 1974, v. 10, № 3A.
11. *Блохин В. И., Мыслин В. А., Пашкин В. С.* Об измерении колебательной температуры азота в быстропотоčných СО<sub>2</sub>-лазерах.—Ж. техн. физ., 1979, т. 49, № 5.
12. *Engelhardt A. G., Phelps A. V., Risk C. G.* Determination of momentum transfer and inelastic collision cross sections for electrons in nitrogen using transport coefficients.—Phys. Rev., 1964, v. 135, № 6A.
13. *Кишко С. М., Кучинка М. Ю.* Функции возбуждения некоторых полос второй положительной системы N<sub>2</sub>.—Оптика и спектроскопия, 1959, т. 6, вып. 5.
14. *Белоцерковский С. М., Сухоруких В. С., Татаренчик В. С.* Определение поля плотностей пространственных газодинамических течений на основе оптических методов.—ПМТФ, 1964, № 3.
15. *Калугин В. М.* Высокочувствительный способ тлеющего разряда для визуализации сверхзвуковых течений разреженного газа.—ПМТФ, 1966, № 4.
16. *Пирс.* Расчет распределения по радиусу фотонных излучателей в симметричных источниках.—В кн.: Получение и исследование высокотемпературной плазмы. М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
17. *Островская Г. В.* К вопросу о расчете радиальных распределений параметров осесимметричной плазмы методом Пирса.—Ж. техн. физ., 1976, т. 46, вып. 12.
18. *Nebbeling C., Bannink W. J.* Experimental investigation of supersonic flow past a slender cone at high incidence.—J. Fluid Mech., 1978, v. 87, № 3.
19. *Mello J. F.* Investigation of Normal force distribution at and wake vortex characteristics of bodies of revolution at supersonic speeds.—J. Aero. Sci., 1959, v. 26, № 3.
20. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1969.